Beiblatt: Streng positiv reelle Funktionen - der MIMO-Fall

D. 1 *Sei $H(s)$ eine rationale $p \times p$ Übertragungsmatrix, proper. $H(s)$ heißt positiv reell, wenn*

- *für alle Pole s_x der Elemente von $G(s)$ gilt:* $\mathrm{Re}(s_x) \leq 0$,
- *für alle $\omega \in \mathbb{R}$, mit $s = j\omega$ nicht Pol eines Elements von $G(s)$, ist die Matrix $G(j\omega) + G(-j\omega)^\top$ positiv definit, und*
- *falls $s_x = j\omega$ Pol eines Elements von $G(s)$ ist, so ist s_x einfach und die Residuummatrix $\lim_{s \to j\omega}(s - j\omega)G(s)$ is positive semidefinit hermitisch.*

D. 2 *Sei $H(s)$ eine rationale $p \times p$ Übertragungsmatrix, proper. $H(s)$ heißt streng positiv reell, wenn ein $\epsilon > 0$ existiert, so dass $G(s - \epsilon)$ positiv definit ist.*

Satz 1 *Sei $H(s)$ eine rationale $p \times p$ Übertragungsmatrix, proper, so dass* $\det G(s) + G(-s)^\top \not\equiv 0$.
$G(s)$ ist genau dann streng positiv reel, wenn

1. *für alle Pole s_x der Elemente von $G(s)$ gilt:* $\mathrm{Re}(s_x) < 0$,
2. *$G(j\omega) + G(-j\omega)^\top$ positiv definit für alle $\omega \in \mathbb{R}$, und*
3. (a) *$G(\infty) + G(\infty)^\top$ ist positiv definit oder*
   (b) *für alle Matrizen $M \in \mathbb{R}^{p \times (p-q)}$ mit vollem Rang, wobei $q = \mathrm{rang}(G(\infty) + G(\infty)^\top)$, so dass $M^\top[G(\infty) + G(\infty)^\top]M = 0$, gilt: $\lim_{\omega \to \infty} \omega^2 M^\top[G(j\omega) + G(-j\omega)^\top]M$ ist positiv definit.*

Referenzen

- H. K. Khalil. *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2002.