

Digitale Regelung - Hinweis zur 1. Übung

Beweis:

$$\int_0^{T_a} e^{A\tau} d\tau = \int_0^{T_a} e^{A(T_a-\tau)} d\tau$$

Falls A regulär, gilt: $A^{-1}e^A = e^A A^{-1}$. (Dies sieht man sofort, wenn e^A als Exponentialreihe dargestellt wird.)

$$\int_0^{T_a} e^{A\tau} d\tau = A^{-1}e^{A\tau} \Big|_0^{T_a} = A^{-1} (e^{AT_a} - I)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{T_a} e^{A(T_a-\tau)} d\tau &= \int_0^{T_a} e^{AT_a} e^{-A\tau} d\tau = e^{AT_a} \left[-A^{-1}e^{-A\tau} \Big|_0^{T_a} \right] \\ &= e^{AT_a} \left[-A^{-1} (e^{-AT_a} - I) \right] = -A^{-1} (I - e^{AT_a}) = A^{-1} (e^{AT_a} - I) \end{aligned}$$