Digitale Regelung - 3. Übung

Winter 2010/11

Aufgabe 1

Die vertikale Bewegung eines Heißluftballons kann näherungsweise durch das zeitdiskrete Modell

$$\begin{aligned} \Delta T_{k+1} &= \left(1 - \frac{T_a}{\tau_1}\right) \Delta T_k + T_a u_k \\ v_{k+1} &= \left(1 - \frac{T_a}{\tau_2}\right) v_k + \frac{T_a}{\tau_2} w_k + T_a \eta \, \Delta T_k \\ h_{k+1} &= T_a v_k + h_k \end{aligned}$$

mit Abtastzeit T_a beschrieben werden.

Dabei bezeichnet ΔT die Temperaturdifferenz zur Gleichgewichtstemperatur, h die Flughöhe des Ballons, v die Vertikalgeschwindigkeit des Ballons, w die vertikale Windgeschwindigkeit (Störgröße) sowie u die zur zugeführten Wärme proportionale Stellgröße. Die Parameter τ_1, τ_2, η sind positive Konstanten.

a) Geben Sie das Zustandsraummodell des diskreten Systems an.

b) Ist das System vollständig erreichbar, wenn u die *einzige* Eingangsgröße ist?

c) Ist das System vollständig erreichbar, wenn w die *einzige* Eingangsgröße ist?

Aufgabe 2

Gegeben ist das zeitdiskrete System

$$x_{k+1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} u_k, \qquad \text{mit } x_k \in \mathbb{R}^3, u_k \in \mathbb{R}. \tag{1}$$

a) Ist das System (1) vollständig erreichbar?

b) Ist die homogene Lösung von (1) exponentiell stabil?

c) Bestimmen Sie die Regelungsnormalform des Systems (1).

Aufgabe 3

a) Bestimmen Sie das Polynom dritten Grades $p(\lambda)$ mit den Nullstellen: $\{0.3, 0.4, 0.5\}$.

b) Können die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises von System (1) mittels einer Zustandsrückführung beliebig positioniert werden? Geben Sie das Regelungsgesetz an.

c) Bestimmen Sie die Zustandsrückführung so, dass $\lambda_1 = 0,3, \lambda_2 = 0,4, \lambda_3 = 0,5$ die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises sind. Ermitteln Sie zunächst den Vektor $\tilde{k}^T$ für die Zustandsproportionale Rückführung für die Regelungsnormalform des Systems. Bestimmen Sie anschließend den Vektor k^T für das Originalsystem.

d) Ermitteln Sie den Vektor k^T der Zustandsrückführung mit dem Satz von Ackermann.