

Digitale Regelung - 1. Übung

Aufgabe 1

Gegeben sei das lineare, zeitinvariante System

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u,$$

mit der Funktion $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ als Eingangsgröße und den Funktionen $x_1, x_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ als Verläufe der Systemzustände.

- Das kontinuierliche System soll in ein Abtastsystem überführt werden. Geben Sie hierzu die Berechnungsvorschriften der Dynamik- und der Eingangsmatrix an.
- Bestimmen Sie das Abtastsystem für eine Taktzeit von $T_a=1$.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Matrixexponentialfunktion e^{AT} der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix},$$

mit $\lambda \in \mathbb{R}$.

Digitale Regelung - 1. Übung

Aufgabe 3

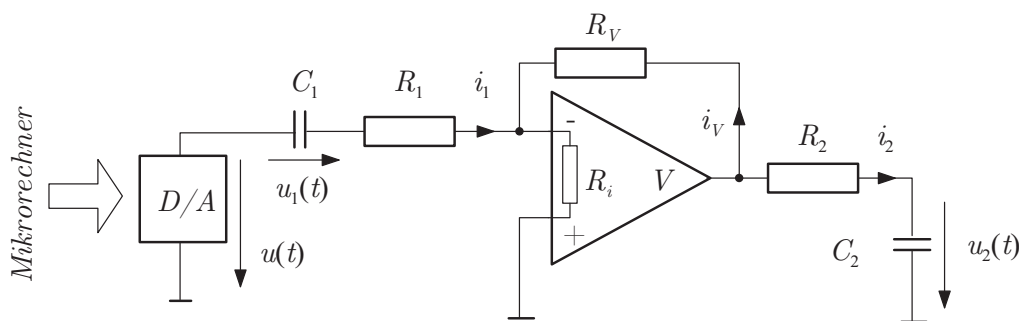


Abbildung 1: elektrisches Netzwerk mit D/A-Umsetzer

In Abb. 1 ist eine elektrische Schaltung mit OPV dargestellt. Der OPV wird als ideal angenommen, d.h. für den Eingangswiderstand gilt $R_i \rightarrow \infty$. Das zu dem Netzwerk gehörige Zustandsraummodell sei durch

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{R_1 C_1} & 0 \\ \frac{R_v}{R_1 R_2 C_2} & -\frac{1}{R_2 C_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{R_1 C_1} \\ -\frac{R_v}{R_1 R_2 C_2} \end{pmatrix} u.$$

gegeben.

Es gelte $R_1, R_2, R_v, C_1, C_2 > 0$ und $u, x_1, x_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Dabei ist u die Eingangsgröße und die Spannungen u_1 und u_2 über den Kondensatoren sind die jeweiligen Zustände x_1 und x_2 des Systems. Zu Beginn seien die Kondensatoren vollständig entladen, womit $x_1(0) = x_2(0) = 0$ folgt.

- Bestimmen Sie die Jordan-Normalform der Systemmatrix, sowie die zugehörige Transformationsmatrix $T \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$.
- Geben Sie das Zustandsraummodell des Abtastsystems in Abhängigkeit der Abtastzeit T_n an.