

## Digitale Regelungssysteme: Übungsklausur 3

Bearbeitungszeit: 90 Min

### Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

### Aufgabe 1

6 Punkte

Gegeben ist die zeitkontinuierliche Regelstrecke

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A_c x(t) + b_c u(t) \\ y(t) &= c_c^T x(t)\end{aligned}$$

im Abtastregelkreis mit Halteglied null-ter Ordnung (ZOH) und

$$A_c = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad b_c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c_c^T = (1 \ 0 \ 0).$$

a) Bestimmen Sie die zeitdiskrete Beschreibung der Strecke in der Form:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= A x_k + b u_k \\ y_k &= c^T x_k\end{aligned}$$

für beliebige Abtastzeiten  $T_a > 0!$

### Aufgabe 2

5 Punkte

Gegeben ist das zeitdiskrete System

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & \frac{1}{4} \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_k \\ y_k &= (0 \ 1) x_k\end{aligned}$$

und die Steuerfolge  $(u_k) = (-5, 3, 0, 0 \dots)$  sowie die Ausgangsfolge  $(y_k) = (4, 0, 0, 0 \dots)$ .

a) Ist das System vollständig beobachtbar? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

b) Bestimmen Sie den Anfangszustand  $x_0 = (x_{01} \ x_{02})^T$  aus Kenntnis von  $(u_k)$  und  $(y_k)$ !

# Digitale Regelungssysteme: Übungsklausur 3

---

## Aufgabe 3

11 Punkte

Gegeben ist das zeitdiskrete System

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_k + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} v_k \\ y_k &= \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} x_k\end{aligned}$$

wobei  $(v_k)$  die Eingangsstörung beschreibt.

- Entwerfen Sie eine Zustandsrückführung der Form  $u_k = k^T x_k + g r_k$ , so dass das Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises Dead-Beat-Verhalten und eine stationäre Verstärkung von 1 aufweist!  
*Hinweis: Falls Sie keine Lösung für  $k^T$  finden können, rechnen Sie mit  $k^T = (-12 \ -6)$  weiter!*
- Gegeben sind die Folgen  $(r_k) = (0, 0, 0 \dots)$  und  $(v_k) = (v_0, v_0, v_0 \dots)$ . Bestimmen Sie den stationären Regelfehler  $\lim_{k \rightarrow \infty} (r_k - y_k)$  für den geschlossenen Regelkreis!
- Nennen Sie einen Ansatz, so dass der Regelfehler für konstante Störungen  $(v_k)$  gegen Null geht! Geben Sie die Zustandsraumdarstellung des geschlossenen Regelkreises für diesen Ansatz an!  
*Hinweis: Die Reglerparameter brauchen nicht bestimmt zu werden!*

## Aufgabe 4

13 Punkte

Gegeben ist das zeitdiskrete System

$$x_{k+1} = Ax_k + bu_k \quad (1)$$

$$y_k = c^T x_k \quad (2)$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad c^T = (0 \ 0 \ 1).$$

- Ist das homogene System asymptotisch stabil? (Begründen Sie Ihre Aussage!)
- Ist die Zustandsraumdarstellung (1)-(2) eine Minimalrealisierung? (Begründen Sie Ihre Aussage!)
- Bestimmen Sie die z-Übertragungsfunktion  $G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)}$  und geben Sie deren minimale Realisierung in Regelungsnormalform an!
- Ist die Realisierung (1)-(2) stabilisierbar? (Begründen Sie Ihre Aussage!)