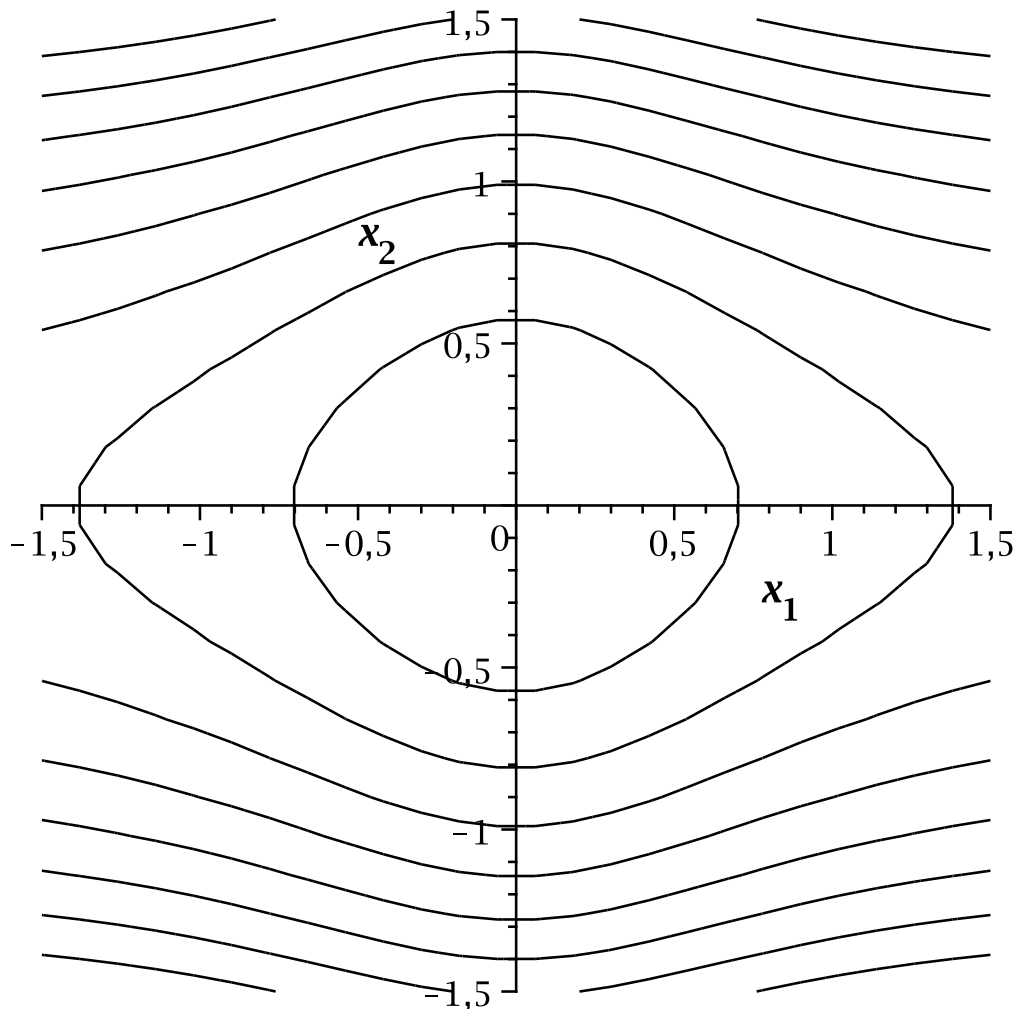


Beiblatt 7: globale Stabilität

Wir betrachten den folgenden, positiv definiten Kandidaten für eine Lyapunov-Funktion:

$$V(x) = \frac{x_1^2}{1+x_1^2} + x_2^2.$$

Eine Auftragung der Niveaulinien $V(x) = c$, mit $c = \text{const.}$, in der (x_1, x_2) -Ebene liefert das Bild:



Es zeigt sich, daß sich die Niveaulinien ab einem bestimmten Wert für c öffnen, obwohl für alle $x \in \mathbb{R}^2$ innerhalb der Berandungskurve $V(x) = c$ stets $V(x) \leq c$ gilt. Demnach kann die Lösung in Richtung der x_1 -Achse entweichen.

Setzen wir in $V(x)$ für x_2 den Wert $x_2 = 0$ und bilden den Grenzwert

$$\lim_{x_1 \rightarrow \infty} V(x)|_{x_2=0} = \lim_{x_1 \rightarrow \infty} \frac{x_1^2}{1+x_1^2} = 1$$

so sieht man, daß $V(x)$ nicht radial unbeschränkt ist. Daher ist Funktion $V(x)$ als Lyapunov-Funktion für den Beweis von globalen Stabilitätsaussagen ungeeignet.