Nichtlineare Regelungssysteme 1 — Übung 6

Sommer 2015

Aufgabe 1

Es soll das in Abb. 1 dargestellte Starrkörpersystem untersucht werden: ein zweiachsiger Roboter in Form eines Krans mit Schwenkarm. Arm 1 mit Masse m_1 ist ein Vollzylinder mit Radius r, der bzgl. der z_1-Achse drehbar ist. Arm 2 mit Masse m_2 kann als Stab idealisiert werden und ist über ein Drehgelenk so mit Arm 1 verbunden, daß er um eine zur y_2-Achse parallele Achse drehbar ist.

Die Größen φ_1 bzw. φ_2 sind die Verdrehwinkel von Arm 1 bzw. Arm 2. Sie dienen auch als verallgemeinerte Koordinaten des Systems, d.h. $q_1 = \varphi_1$, $q_2 = \varphi_2$. In den Gelenken lassen sich unabhängig voneinander die Drehmomente M_1 bzw. M_2 als Stellgrößen eingeprägen (vollständig aktuiert).

Das Nullpotential der in negative z_1-Richtung zeigenden Gravitation $\tilde{g}$ sei auf die Höhe $z_1 = \ell_1$, also in das Verbindungsgelenk der beiden Arme gelegt.

Hinweis: Zur Zeit t hat das System die kinetische Energie $T(t)$ und die potentielle Energie $U(t)$ mit

$$T(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m_1 r^2\right)\dot{\varphi}_1^2(t) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}m_2\ell_2^2\right)\left(\dot{\varphi}_1^2(t)\cos^2(\varphi_2(t)) + \dot{\varphi}_2^2(t)\right) \quad \text{und} \quad U(t) = m_2\,\tilde{g}\,\frac{\ell_2}{2}\sin(\varphi_2(t))\,.$$

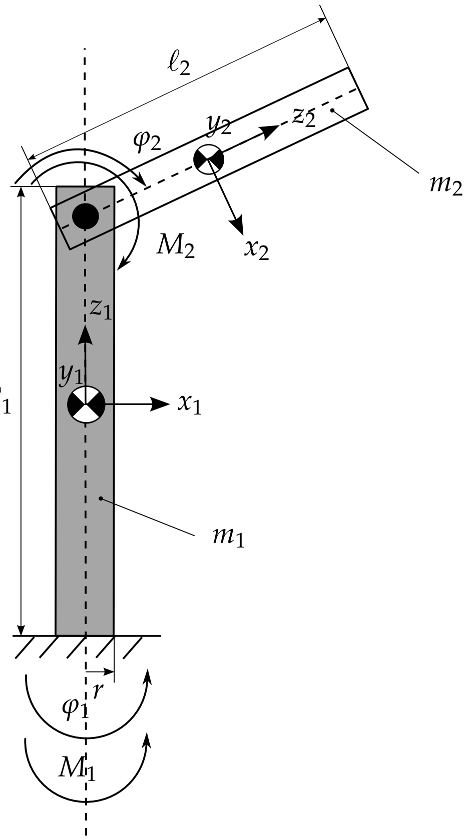

Abbildung 1: Schematische Zeichnung des zweiarmigen Roboters

a) Leiten Sie die Systemdifferentialgleichung mit Hilfe des Lagrange-Formalismus her.

b) Bringen Sie das System auf die in der Robotik übliche Darstellung

$$D(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = B(q,\dot{q})u\,.$$

c) Für einen beliebigen Anfangswert $\begin{pmatrix} q(0) \\ \dot{q}(0) \end{pmatrix} = (\varphi_{1,0},\ \varphi_{2,0},\ \dot{\varphi}_{1,0},\ \dot{\varphi}_{2,0})^{\mathrm{T}}$ soll $\begin{pmatrix} q^\star \\ \dot{q}^\star \end{pmatrix} = (\varphi_1^\star,\ \varphi_2^\star,\ 0,\ 0)^{\mathrm{T}}$ asymptotisch stabilisert werden.

Geben Sie einen geeigneten PD-Festwertregler an und formulieren Sie Bedingungen für eine geeignete Wahl der Reglerparameter.

d) Vergleichen Sie den Festwertregler von Teilaufgabe c mit einem PD-Folgeregler nach Computed-Torque. Welche Daten sind zusätzlich erforderlich? Welche Vorteile birgt die Folgeregelung?

Aufgabe 2

Die Rotationsbewegung eines in Schwerelosigkeit befindlichen Satelliten (starrer Körper) kann mit den sogenannten Kreiselgleichungen modelliert werden:

$$\begin{aligned}
\Theta_1\dot{\omega}_1 &= -(\Theta_3 - \Theta_2)\omega_2\omega_3 + M_1 \\
\Theta_2\dot{\omega}_2 &= -(\Theta_1 - \Theta_3)\omega_1\omega_3 + M_2 \\
\Theta_3\dot{\omega}_3 &= -(\Theta_2 - \Theta_1)\omega_1\omega_2 + M_3
\end{aligned}$$

Dabei sind $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ konstante Massenträgheitsmomente an den Hauptachsen des starren Körpers und $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ die Winkelgeschwindigkeiten der Rotationsbewegung um diese Achsen. Stellgrößen sind die von je einem Düsenpaar erzeugten Antriebsmomente M_1, M_2, M_3.

a) Bringen Sie das Modell auf die übliche Darstellung

$$D(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = B(q,\dot{q})u$$

und überprüfen Sie Symmetrie und positive Definitheit der Matrix $D(q)$ sowie Schiefsymmetrie der Matrix $\dot{D}(q) - 2\,C(q,\dot{q})$.

b) Der Satellit soll in der Zeitspanne $[t_{\mathrm{ini}}, t_{\mathrm{fin}}]$ einen Geschwindigkeitswechsel durchführen. Geben Sie hierzu eine stetig differenzierbare Solltrajektorie $\omega^\star = \omega^\star(t)$ an, welche die Anfangssollgeschwindigkeit $\omega^\star(t_{\mathrm{ini}}) = \omega^\star_{\mathrm{ini}}$ in die Endsollgeschwindigkeit $\omega^\star(t_{\mathrm{fin}}) = \omega^\star_{\mathrm{fin}}$ überführt. Sowohl die Anfangs- als auch die Endsollgeschwindigkeit seien beide stationär.

c) Nehmen Sie an, die Massenträgheitsmomente $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ seien bekannt. Bestimmen Sie für die in Teilaufgabe b getroffene Wahl der Solltrajektorie einen PI-Folgeregler nach dem computed-torque-Ansatz. Angenommen der Anfangswert $\omega(t_{\mathrm{ini}})$ des Systems fällt nicht mit dem Sollwert $\omega^\star_{\mathrm{ini}}$ zusammen — wird das Ziel der Folgeregelung dennoch erreicht? Werden eingangsseitige, sprungförmige Störungen ausgeregelt?

d) Durch Änderung der Position eines Solarpanels am Satelliten seien nun die Massenträgheitsmomente $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ nicht mehr genau bekannt. Entwerfen Sie nun einen adaptiven Regler, der die Folgeregelungsaufgabe löst. Überlegen Sie sich anhand der Herleitung in der Vorlesung, wie Sie die dort eingeführten Größen s und q_{r} zu wählen haben.

Welche Besonderheit stellen Sie fest? Werden Anfangswertabweichungen ausgeregelt? Werden eingangsseitige, sprungförmige Störungen ausgeregelt? Wie kann man den adaptiven Folgeregler modifizieren, daß derartige Störungen ausgeregelt werden?