

## Nichtlineare Regelungssysteme 1 — Übung 7

Sommer 2015

Betrachten Sie das nichtlineare System

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1 + x_2^4 + x_1^2 u \\ \dot{x}_2 &= x_2 + x_1^3 x_2^2 + (1 + x_2^2) u\end{aligned}$$

mit Ruhelage  $x_R = 0$  des freien Systems (Stelleingang  $u = 0$ ). Durch einen Regler mit nichtlinearer Dämpfung soll die Ruhelage  $x_R$  nach Möglichkeit global asymptotisch stabilisiert werden.

- a) Überprüfen Sie, ob die  $x_R = 0$  des freien Systems asymptotisch stabile Ruhelage ist. Wenn möglich, bestimmen Sie hierzu eine radial unbeschränkte Lyapunov-Funktion.
- b) Linearisieren Sie das System um die Ruhelage  $(x_R, u_R) = (0, 0)$  und entwerfen Sie einen *lokal* asymptotisch stabilisierenden
  - i) Polvorgaberegler  $u = u_{\text{Pol}}(x)$  mit den Wunschknoten  $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -5$ ,
  - ii) Linear Quadratisch optimalen Regler (LQR)  $u = u_{\text{LQR}}(x)$  mit den Wichtungsmatrizen

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad R = 1.$$

Geben Sie in beiden Fällen eine lokale, radial unbeschränkte Lyapunov-Funktion an. Skizzieren Sie jeweils das Phasenportrait des mit den Reglern nach i und ii geschlossenen Regelkreises. Wie groß ist der Einzugsbereich der lokal stabilisierten Ruhelage  $x_R = 0$ ?

- c) Verwenden Sie das Ergebnis aus Teilaufgabe b-ii und entwerfen Sie nun für das mit dem LQR bei  $x_R = 0$  stabilisierte System einen
  - I) LgV-Regler mit Verstärkung  $K = 10$  und einen
  - II) Universalregler nach Sontag.

Skizzieren Sie die Phasenportraits der Systeme im geschlossenen Regelkreis für die Fälle

$$\begin{aligned}\text{I}') \quad u &= u_{\text{LQR}}(x) + u_{\text{LgV}}(x), \\ \text{II}') \quad u &= u_{\text{LQR}}(x) + u_{\text{Sontag}}(x).\end{aligned}$$

Stabilisieren die Regler nach I' bzw. II' die Ruhelage global asymptotisch? Vergleichen Sie die Einzugsbereiche.