Beiblatt 1: zum Integrator-Backstepping

Wir gehen aus von einem System der Form

$$\dot{x}_1 = f(x_1) + g(x_1)x_2 \tag{1}$$
$$\dot{x}_2 = u \tag{2}$$

mit $x_1(t) \in \mathbb{R}^n$ und $x_2(t), u(t) \in \mathbb{R}$ sowie $f(0) = 0$. Das System hat die in Abb. 1 dargestellte Struktur.

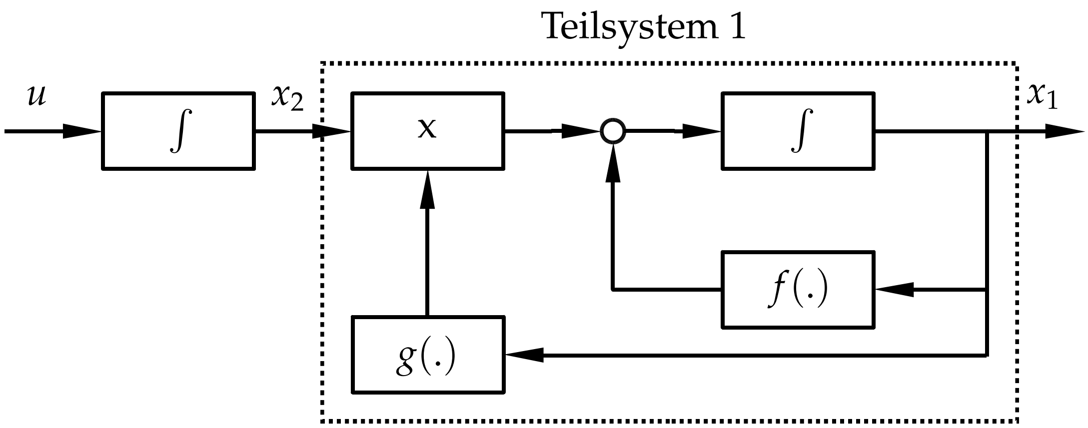

Abbildung 1: Struktur des Originalsystems nach Gleichungen (1) und (2)

Dieses System ist äquivalent zum System

$$\dot{x}_1 = f(x_1) + g(x_1)\alpha(x_1) + g(x_1)(x_2 - \alpha(x_1)) \tag{3}$$
$$\dot{x}_2 = u \tag{4}$$

mit der in Abb. 2 dargestellten Struktur.

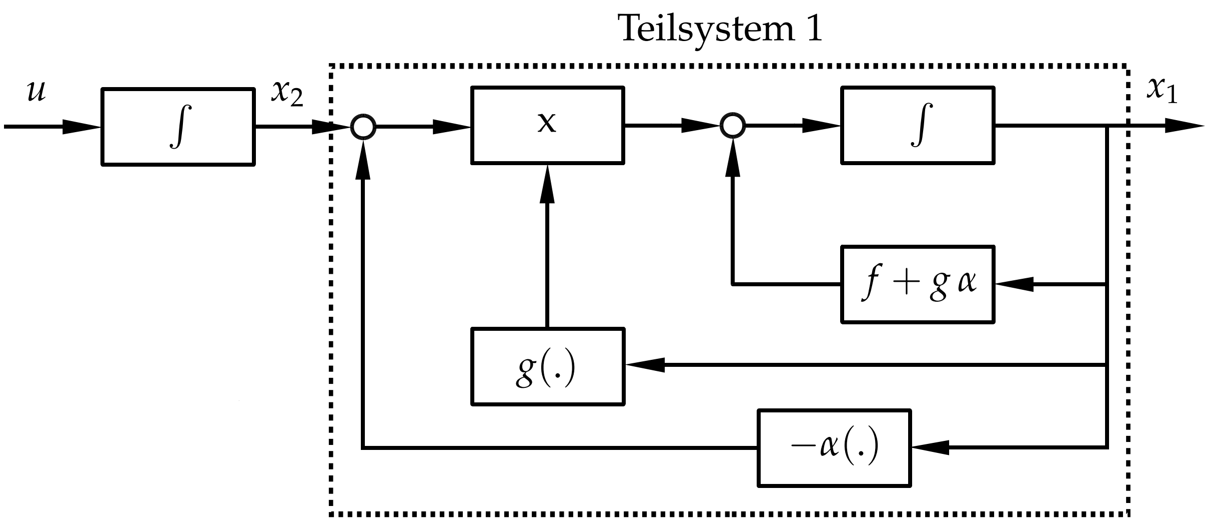

Abbildung 2: Struktur des modifizierten Originalsystems nach Gleichungen (3) und (4)

Nun setzen wir $z := x_2 - \alpha(x_1)$ und erhalten formal

$$\dot{x}_1 = f(x_1) + g(x_1)\alpha(x_1) + g(x_1)z \tag{5}$$
$$\dot{z} = u - \dot{\alpha} \tag{6}$$

Unter der Annahme $\alpha(0) = 0$ kann nun der α-Pfad „einen Schritt zurück", d.h. vor das Integral gezogen werden (backstepping). Das Ergebnis dieses Schritts illustriert Abb. 3.

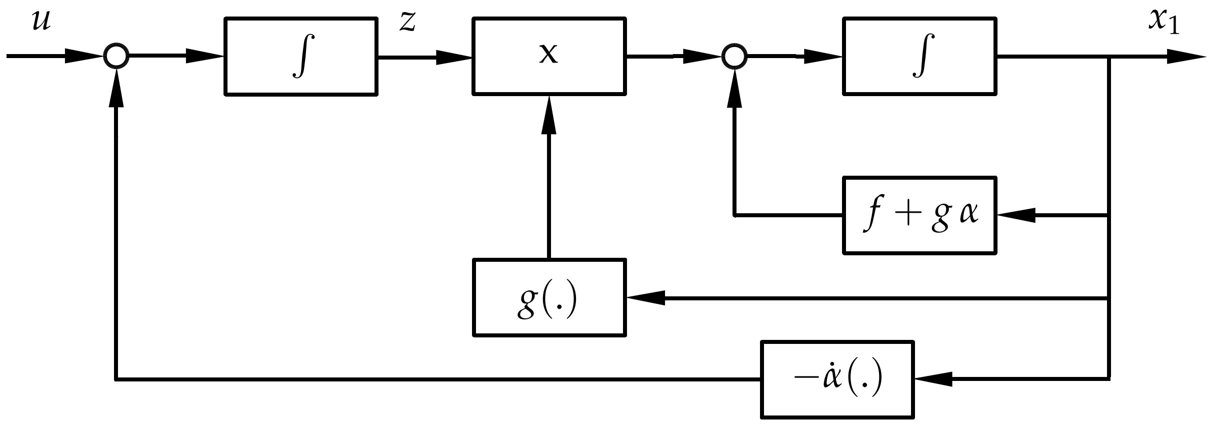

Abbildung 3: Struktur des Systems nach dem backstepping — Gleichungen (5) und (6)

Wählen wir nun den Eingang u als

$$u = \dot{\alpha}(x_1) + v$$

mit dem neuem, frei wählbaren Eingang v, so erhalten wir schließlich

$$\dot{x}_1 = (f(x_1) + g(x_1)\alpha(x_1)) + g(x_1)z \tag{7}$$

$$\dot{z} = v \tag{8}$$

d.h. ein System, welches Struktur und Eigenschaften wie das Originalsystem aufweist. Ausgehend von einer Lyapunovfunktion für Teilsystem 1 kann für das Gesamtsystem nun aber leicht ein stabilisierendes Regelgesetz angegeben werden.