Fachgebiet Regelungstechnik
Leiter: Prof. Dr.-Ing. Johann Reger

TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU

Nichtlineare Regelungssysteme 2 — Übung 1

Winter 2014/2015

Aufgabe 1

Betrachten Sie die Hintereinanderschaltung eines Integrierers und einer passiven gedächtnislosen Funktion (siehe Abbildung 1(a))

$$\Sigma_1 : \quad \dot{x} = u, \quad y = h(x), \quad x(t), y(t), u(t) \in \mathbb{R}$$

Eine gedächtnislose Funktion beschreibt ein Übertragungsglied, welches keinen inneren Zustand besitzt. Das Ein-Ausgangsverhalten kann über ihre Variablen jedoch zeitabhängig sein. Im skalaren Fall $x(t), y(t) \in \mathbb{R}$ genügt eine gedächtnislose passive Funktion der Beziehung

$$y = h(x) \begin{cases} \geq 0, & x > 0 \\ \leq 0, & x < 0 \\ = 0, & x = 0 \end{cases}$$

verläuft also ausschließlich im 1. und 3. Quadranten.

(a) System Σ_1 (b) System Σ_2

Abbildung 1: Hintereinanderschaltung von (a) Integrierer, (b) PT_1-Glied und passiver gedächtnisloser Funktion

a) Zeigen Sie unter Verwendung der Speicherfunktion $V_1(x) = \int\limits_0^x h(\sigma)\, d\sigma$, daß Σ_1 verlustlos ist.

Betrachten Sie nun das in Abbildung 1(b) dargestellte System Σ_2, welches anstelle des Integrierers das PT_1-Glied $\frac{1}{as+1}$ für enthält ($a > 0$).

b) Zeigen Sie unter Verwendung der Speicherfunktion $V_2(x) = a \int\limits_0^x h(\sigma)\, d\sigma$, daß Σ_2 passiv ist.

c) Unter welcher Bedingung ist Σ_2 strikt passiv?

Aufgabe 2

Gegeben ist das nicht passive System Σ

$$\dot{\eta} = -\eta + \eta^2 \xi, \qquad \eta(t), \xi(t), u(t) \in \mathbb{R} \tag{1}$$
$$\dot{\xi} = u \tag{2}$$
$$y = \xi$$

mit Eingang u und Ausgang y.

a) Zeigen Sie, daß Σ mit (2) als treibendem Teilsystem und (1) als getriebenem Teilsystem zur Klasse der passivierbaren Systeme gehört.

b) Geben Sie eine geeignete Eingangstransformation an, die Σ in ein passives System mit Ausgang y und neuem Eingang v überführt.

c) Geben Sie eine Rückführung $v(y)$ an, die den Ursprung $(\eta, \xi) = (0, 0)$ von Σ global asymptotisch stabilisiert.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die in Abbildung 2 dargestellte Rückkopplung der Systeme

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1^3 - x_2 + u_1 \\ y_1 = x_2 \end{cases} \quad \text{und} \quad \Sigma_2 : \begin{cases} \dot{x}_3 = -x_3 + u_2 \\ y_2 = x_3^3 \end{cases}$$

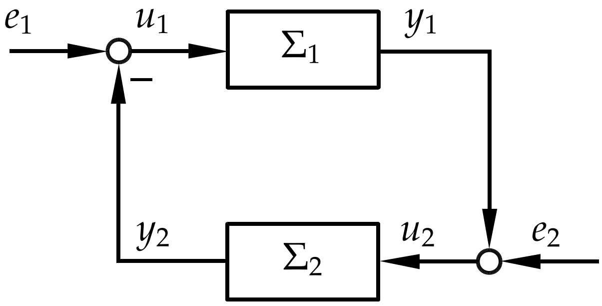

Abbildung 2: Rückkopplung von Σ_1 und Σ_2

a) Zeigen Sie, daß die Rückkopplung mit Eingängen e_1, e_2 und Ausgängen y_1, y_2 passiv ist.

b) Zeigen Sie, daß der Ursprung $(x_1, x_2, x_3) = (0, 0, 0)$ des eingangsfreien Gesamtsystems global asymptotisch stabil ist.

Aufgabe 4

Betrachten Sie die in Abbildung 2 dargestellte Rückkopplung zweier Systeme Σ_1 und Σ_2, wobei diese nun passiv und von folgender Form seien

$$\Sigma_i : \begin{cases} \dot{x}_i = f_i(x_i, u_i) \\ y_i = h_i(x_i, u_i) \end{cases}$$

Nehmen Sie an, die Hintereinanderschaltung $\Sigma_1(-\Sigma_2)$ mit Eingang u_2 und Ausgang y_1 sei nullzustandsbeobachtbar. Zeigen Sie, daß der Ursprung des Gesamtsystems asymptotisch stabil ist, wenn Σ_2 strikt eingangspassiv oder Σ_1 strikt ausgangspassiv ist.

Aufgabe 5 (in Anlehnung an Aufgabe 4 zum Üben zu Hause)

Wiederholen Sie Aufgabe 4 mit dem Unterschied, daß nun die Hintereinanderschaltung $\Sigma_2\Sigma_1$ mit Eingang u_1 und Ausgang y_2 nullzustandsbeobachtbar ist. Zeigen Sie, daß der Ursprung des Gesamtsystems asymptotisch stabil ist, wenn Σ_1 strikt eingangspassiv oder Σ_2 strikt ausgangspassiv ist.