Nichtlineare Regelungssysteme 2 — Übung 4

Winter 2014/2015

Aufgabe 1 (zum Üben zu Hause)

Das System

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \mu(x_2)x_1 - Dx_1 \\ \dot{x}_2 &= -k\mu(x_2)x_1 - Dx_2 + u \\ \mu(x_2) &= \varphi_0(x_2) + \theta_1\varphi_1(x_2) + \theta_2\varphi_2(x_2) \end{aligned}$$

beschreibt einen vereinfachten biochemischen Prozeß zur Züchtung einer bestimmten Bakterienpopulation. Durch Zugabe eines Substrates wird die Wachstumsrate der Population eingestellt.

Dabei bezeichnet x_1 die Konzentration der Bakterienpopulation, x_2 die Konzentration des Substrates, $\mu(x_2)$ die spezifische Wachstumsrate mit dem unbekannten, aber konstanten Parametern θ_1 und θ_2 sowie u die Zufuhrrate des Substrates als Eingangsgröße. Zudem sind D und k bekannte Systemparameter, φ_0, φ_1 und φ_2 bekannte Funktionen und x_1, x_2 und $\mu(x_2)$ nichtnegative Größen.

Wir wollen φ_0, φ_1 und φ_2 als differenzierbare Funktionen betrachten, deren Ableitung beschränkt ist.

Ziel der zu entwerfenden Regelung ist es, die Konzentration der Bakterienpopulation x_1 auf den festen Wert $x_{1,d}$ asymptotisch stabil einzuregeln.

a) Führen Sie folgende reguläre Zustandstransformation des Systems durch:

$$\begin{aligned} z_1 &= \ln(x_1) - \ln(x_{1,d}) \\ z_2 &= x_2 \, . \end{aligned}$$

b) Nehmen Sie an, das System sei vollständig identifiziert. Dann kann ein geeignetes Regelgesetz nach einer Ihnen bekannten Backstepping-Methode bestimmt werden. Ordnen Sie jedoch das System der entsprechenden Systemklasse lediglich zu.

c) Entwerfen Sie nun einen Certainty-Equivalence Regler für das Teilsystem

$$\dot{z}_1 = f_1(z_1, z_2)$$

mit dem fiktiven Eingang $\varphi_0(z_2)$ so, daß die Ruhelage $z_1 = 0$ asymptotisch stabilisiert wird.

d) Bestimmen Sie auf dieser Basis für das System mit Parameterunsicherheit einen Backstepping-Regler, der die Ruhelage $z_1 = 0$ (d.h. $x_1 = x_{1,d}$) asymptotisch stabilisiert. Leiten Sie dabei ein Adaptionsgesetz für die unbekannten Parameter θ_1 und θ_2 her. Zeigen Sie asymptotische Stabilität anhand des Lemmas von Barbălat.

Aufgabe 2

Gegeben ist das Modell eines in Rotation befindlichen starren Körpers (Satellit)

$$\begin{aligned}\Theta_{11}\dot{\omega}_1 &= -(\Theta_{33} - \Theta_{22})\omega_2\omega_3 + M_1\\ \Theta_{22}\dot{\omega}_2 &= -(\Theta_{11} - \Theta_{33})\omega_1\omega_3 + M_2\\ \Theta_{33}\dot{\omega}_3 &= -(\Theta_{22} - \Theta_{11})\omega_1\omega_2 + M_3\end{aligned}$$

mit den Drehwinkelgeschwindigkeiten $\omega_1,\ \omega_2,\ \omega_3$ und den Antriebsmomenten $M_1,\ M_2,\ M_3$ um die Hauptträgheitsachsen sowie den Hauptträgheitsmomenten $\Theta_{11},\ \Theta_{22},\ \Theta_{33}$. Die Systemparameter $\Theta^{\mathrm{T}} = (\Theta_{11}, \Theta_{22}, \Theta_{33})$ seien konstant, aber nicht genau bekannt.

Es sei angenommen, daß durch einen Fehlerfall der Antrieb 1 ausgefallen ist, d.h. es gilt $M_1 \equiv 0$. Durch Regelung soll die Ruhelage $\omega_R = 0$ asymptotisch stabilisiert werden.

Entwerfen Sie mit Hilfe eines Backstepping-Ansatzes hierzu zunächst einen nominalen Regler und bestimmen Sie abschließend einen adaptiven Regler mit Adaptionsgesetz für den adaptierten Parametervektor $\hat{\Theta}$.