Nichtlineare Regelungssysteme 2 — Übung 5

Winter 2016/2017

Aufgabe 1

Bei der exakten Zustandslinearisierung muß mitunter die Lösung eines Systems linearer partieller Differentialgleichungen erster Ordnung (PDE-System) mit einer festen Struktur bestimmt werden, z.B. um einen sogenannten *flachen Ausgang* zu ermitteln.

Ein Beispiel für so ein PDE-System ist[1]

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2}\right)\begin{pmatrix} 1-x_1 & -k_3x_1^2+2k_3x_1+k_1 \\ -x_2 & -k_1 \end{pmatrix} = \big(0, c(x_1,x_2)\big)\,.$$

Dabei ist $h(x_1, x_2)$ mit $h : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die gesuchte Lösung, k_1 und k_3 sind reelle Konstanten und $c(x_1, x_2)$ ist eine beliebige Funktion $c : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}\backslash\{0\}$. Anfangs- bzw. Randbedingungen sind hierfür nicht zu berücksichtigen.

a) Betrachten Sie das PDE-System als lineares Gleichungssystem und lösen Sie nach $\left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2}\right)$ auf. Vereinfachen Sie den Ausdruck, indem Sie gemeinsame Faktoren mit $c(x_1, x_2)$ in der neuen Funktion $\tilde{c}(x_1, x_2)$ zusammenfassen.

b) Eliminieren Sie nun $\tilde{c}(x_1, x_2)$ aus den beiden Gleichungen und bestimmen Sie damit *eine* homogene lineare PDE.

c) Lösen Sie die in Teilaufgabe b) erhaltene PDE und damit das Originalproblem unter Verwendung des Separationsansatzes $h(x_1, x_2) = h_1(x_1)h_2(x_2)$.

d) Zeigen Sie anhand Teilaufgabe b), daß wenn $z(x_1, x_2)$ eine Lösung des PDE-Systems ist, dann ist auch $F(z(x_1, x_2))$ mit beliebiger differenzierbarer Funktion F eine Lösung.

[1] Dieses PDE-System tritt bei der Ermittlung eines flachen Ausgangs der Reaktorgleichung vom Typ *van der Vusse* auf.

Aufgabe 2

Gegeben ist die in Abb. 1 dargestellte Hochsetzsteller/Gleichstrommotor-Kombination (*Boost-DC*) mit den Systemgleichungen im sogenannten gemittelten Modell:

$$
\begin{aligned}
L\frac{di}{dt} &= -vu + E,\\
C\frac{dv}{dt} &= iu - Gv - i_\mathrm{a},\\
L_\mathrm{m}\frac{di_\mathrm{a}}{dt} &= v - R_\mathrm{m}i_\mathrm{a} - K_\mathrm{e}\omega,\\
J\frac{d\omega}{dt} &= -B\omega + K_\mathrm{m}i_\mathrm{a} - \tau_\mathrm{l}.
\end{aligned}
$$

Beachten Sie, daß infolge der Diode das Modell nur für positive Zustände Gültigkeit besitzt.

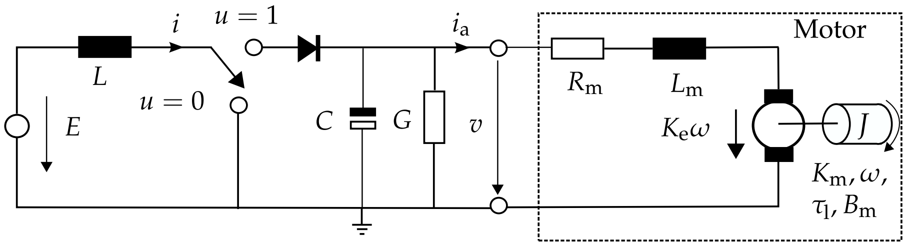

Abbildung 1: Hochsetzsteller-/Gleichstrommotor-Kombination

Zeigen Sie, daß dieses System nicht eingangs-zustandslinearisierbar ist. Setzen Sie der Einfachheit halber alle Konstanten gleich 1 und das Lastmoment zu $\tau_\mathrm{l} = 0$.