Nichtlineare Regelungssysteme 2 — Übung 6

Winter 2014/2015

Gegeben ist der in Abb. 1 dargestellte einachsige Roboterarm. An einem elastischen Drehgelenk mit der Federkonstanten k wird von einem Motor mit dem Eigenträgheitsmoment J_m das Drehmoment u eingebracht. Der Roboterarm rotiert in der vertikalen Ebene, es wirkt die Erdbeschleunigung g. Der Arm hat die Masse M, seinen Massenschwerpunkt in der Entfernung ℓ vom Drehgelenk und das Trägheitsmoment J_a. In Motor und Gelenk wirken viskose Reibkräfte mit den Reibbeiwerten F_m und F_a. Die Winkelpositionen von Roboterarm und Motorläufer sind mit q_1 und q_2 bezeichnet. Die beschreibenden Systemgleichungen lauten:

$$\begin{aligned} J_a\ddot{q}_1 + F_a\dot{q}_1 + k(q_1 - q_2) + Mg\ell\sin q_1 &= 0 \\ J_m\ddot{q}_2 + F_m\dot{q}_2 - k(q_1 - q_2) &= u \end{aligned}$$

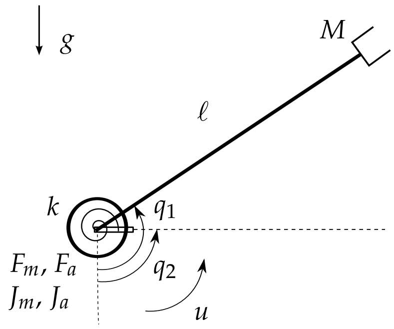

Abbildung 1: Roboterarm an elastischem Drehgelenk

a) Schreiben Sie die Systemgleichungen in der Form

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\,u$$

mit dem Zustand $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^\mathrm{T} = (q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2)^\mathrm{T}$.

b) Prüfen Sie das System auf Eingangs-Zustandslinearisierbarkeit.

c) Zeigen Sie, daß $z_1 = x_1$ eine mögliche Wahl für einen flachen Ausgang ist, indem Sie das zugehörige PDE-System zur Berechnung von flachen Ausgängen aufstellen und einsetzen. Berechnen Sie dann $z = \tau(x)$ und zeigen Sie, daß $\tau(.)$ ein Diffeomorphismus ist.

d) Bestimmen Sie das eingangs-zustandslinearisierende Regelgesetz $u = u(x)$.

e) Regeln Sie das zustandslinearisierte System so, daß die Ruhelage $z_\mathrm{R} = (q_{r1}, 0, 0, 0)^\mathrm{T}$ asymptotisch stabilisiert wird.