Nichtlineare Regelungssysteme 2 — Übung 7

Winter 2016/2017

Gegeben sind die Gleichungen der Van de Vusse Reaktion

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -k_1 x_1 - k_3 x_1^2 + (1 - x_1)u \\ \dot{x}_2 &= k_1 x_1 - k_2 x_2 - x_2 u\end{aligned}$$

mit Eingang u und positiven Konstanten k_1, k_2, k_3. Typische Werte sind etwa $k_1 = 50\frac{1}{h}$, $k_2 = 100\frac{1}{h}$, usw. Zur Vereinfachung der Berechnungen wählen wir hier in der Aufgabe $k_i = 1, i = 1, 2, 3$. Dieses System ist zustandslinearisierbar (vgl. Aufgabe 1, Übung 5).

a) Bestimmen Sie einen flachen Ausgang y_f des Systems.

b) Berechnen Sie das eingangs-zustandslinearisierende Regelgesetz $u = u(x_1, x_2)$. Für welche $(x_1,\ x_2)$ ist es wohldefiniert?

c) Drücken Sie den Zustand x und den Eingang u als Funktion von Zeitableitungen des flachen Ausgangs aus. D.h. bestimmen Sie die sogenannten differentiellen Parametrierungen

$$\begin{aligned}x &= \varphi_x(y_\mathrm{f}, \dot{y}_\mathrm{f}), \\ u &= \varphi_u(y_\mathrm{f}, \dot{y}_\mathrm{f}, \ddot{y}_\mathrm{f}).\end{aligned}$$

d) Zur Zeit $t = 0$ befinde sich das System in einem stationären Betriebspunkt $x_0 = (\star,\ 0.090)$. Es soll in der Zeit T in den neuen stationären Betriebspunkt $x_T = (\star,\ 0.207)$ überführt werden.

Geben Sie für den Ausgang $y = y_\mathrm{f}$ eine entsprechende Solltrajektorie

$$y^\star(t) = y_0 + (y_T - y_0)\sum_{i=3}^{5} a_i \left(\frac{t}{T}\right)^i, \qquad \begin{aligned}&y^\star(x_0) = y_0,\ y^\star(x_T) = y_T, \\ &\dot{y}^\star(x_0) = \dot{y}^\star(x_T) = \ddot{y}^\star(x_0) = \ddot{y}^\star(x_T) = 0\end{aligned}$$

vor und entwerfen Sie ein Regelgesetz, das den Folgefehler exponentiell stablisiert.