Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übungsklausur 23

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz[1] nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Aufgabe 1

11 Punkte

Gegeben ist die Regelstrecke mit Differentialgleichung

$$\dot{y} + 3y = \dot{u}\,,$$

und das Signal $u(t) = 4t + \exp(-3t)$ für $t > 0$ (und $u(t) = 0$ für $t < 0$). Die Anfangswerte der Regelstrecke sind null.

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion der Regelstrecke!

b) Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte $U(s)$ des Signals $u(t)$ und geben Sie den Konvergenzbereich von $U(s)$ an!
Hinweis: Verwenden Sie Tabelle 1, falls es für Ihre Lösung hilfreich ist.

c) Bestimmen Sie $Y(s)$, wenn $u(t)$ am Eingang der Regelstrecke anliegt und berechnen Sie jeweils die Endwerte von $u(t), y(t)$ mit Hilfe des Endwertsatzes der Laplace-Transformation, falls sie existieren!

d) Berechnen Sie das Ausgangssignal $y(t)$ durch Rücktransformation!
Hinweis: Verwenden Sie Tabelle 1 falls es für Ihre Lösung hilfreich ist.

[1] In der Übungsklausur ist dieser Platz nicht enthalten

Originalfunktion, $t > 0$	Bildfunktion	Konvergenzbereich
$f(t) = 1$	$F(s) = \dfrac{1}{s}$	$\mathrm{Re}\{s\} > 0$
$f(t) = t^n$	$F(s) = \dfrac{n!}{s^{n+1}}$	$\mathrm{Re}\{s\} > 0$
$f(t) = e^{-a\,t}$	$F(s) = \dfrac{1}{s+a}$	$\mathrm{Re}\{s\} > -a$
$f(t) = t^n e^{-a\,t}$	$F(s) = \dfrac{n!}{(s+a)^{n+1}}$	$\mathrm{Re}\{s\} > -a$
$f(t) = \sin \omega t$	$F(s) = \dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\mathrm{Re}\{s\} > 0$
$f(t) = \cos \omega t$	$F(s) = \dfrac{s}{s^2+\omega^2}$	$\mathrm{Re}\{s\} > 0$

Tabelle 1: Auszug einer Transformationstabelle ($n \in \mathbb{N}\,;\ a, \omega \in \mathbb{R}$)

Aufgabe 2 **22 Punkte**

Gegeben ist eine Regelstrecke bestehend aus Prozessdynamik $G(s)$ und Aktuatordynamik $\tilde{G}(s)$ sowie der Regler $C(s)$ mit:

$$G(s) = \frac{2}{s+1}, \qquad \tilde{G}(s) = \frac{1}{\tau s + 1}, \qquad C(s) = \frac{2}{s}\,.$$

a) Betrachten Sie den Standardregelkreis mit Strecke $G(s)\tilde{G}(s)$ und Regler $C(s)$. Berechnen Sie diejenigen Werte $\tau \in \mathbb{R}$, für die der Standardregelkreis intern stabil ist!

Betrachten Sie im Folgenden die Regelkreisarchitektur in Abb. 1. Hier stehen an Stelle von $\tilde{G}(s)$ nun zwei Aktoren $\tilde{G}_1(s), \tilde{G}_2(s)$ mit unterschiedlicher Bandbreite zur Verfügung, deren Ausgänge additiert werden. Es gilt:

$$\tilde{G}_1(s) = \frac{1}{\frac{s}{10}+1}, \qquad \tilde{G}_2(s) = \frac{1}{\frac{s}{2}+1}\,.$$

Für die Frequenzaufteilung sorgen die vorgeschalteten Übertragungsglieder

$$\tilde{C}_1(s) = \frac{Vs\left(\frac{s}{10}+1\right)}{\left(\frac{s}{100}+1\right)^2}, \qquad \tilde{C}_2(s) = \frac{\frac{s}{2}+1}{\frac{s}{100}+1}.$$

b) Geben Sie die Knickfrequenzen von $\tilde{C}_1(s)$ und $\tilde{C}_2(s)$ an und zeichnen Sie die Amplitudengänge der Übertragungsfunktionen $\tilde{C}_1(s)$ und $\tilde{C}_2(s)$ für $V = 10$ in das Raster in Abb. 2!

c) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion der resultierenden Aktorik $\tilde{G}(s) = \frac{\tilde{U}(s)}{U(s)}$ für allgemeines V und geben Sie sie in Zeitkonstantenform an!

d) Bestimmen Sie die Stellsensitivität $S_u(s) = \frac{U(s)}{R(s)}$ aus dem Blockschaltbild in Abb. 1!
Hinweis: Nutzen Sie Ihr Ergebnis aus der vorangestellten Aufgabe. Die einzelnen Faktoren müssen nicht ausmutipliziert werden.

e) Berechnen Sie für $V = -\frac{1}{100}$ die stationäre Stellgrößen $u_{1,s}$ und $u_{2,s}$ welche sich im geschlossenen Regelkreis für einen Referenzsprung $r(t) = \sigma(t)$ ergeben.
Hinweis: Nutzen Sie die Ergebnisse der vorangestellten Aufgabe.

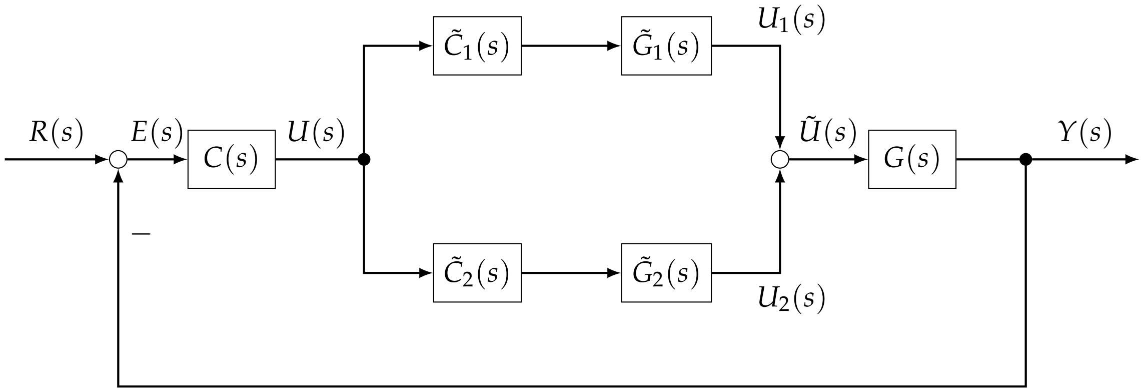

Abbildung 1: Struktur mit Aktordynamiken

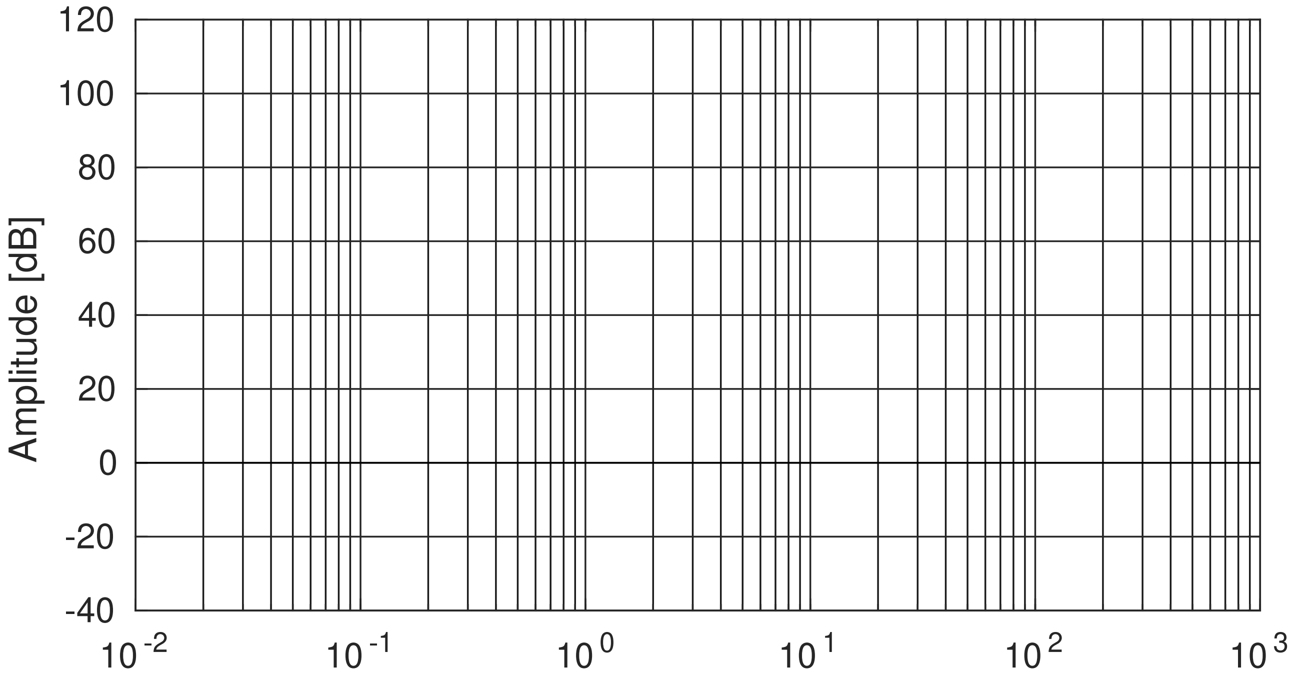

Abbildung 2: Raster für Amplitudengang

Aufgabe 3 **18 Punkte**

Gegeben ist der Standardregelkreis mit Strecke $G(s)$ und Regler $C(s)$:

$$G(s) = \frac{4\,(s+5)}{s^2+7s+12}, \qquad C(s) = K\frac{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}{s(\tau_3 s+1)}$$

mit den zu entwerfenden Parametern $\tau_1, \tau_2, \tau_3 \in \mathbb{R}$ und $K > 0$.

a) Geben Sie $G(s)$ in Zeitkonstantenform an und wählen Sie den Reglerparameter τ_1 so, dass die größte Streckenträgheit kompensiert wird!

b) Für die offene Kette $L(s)$ wird eine Schnittfrequenz $\omega_s = 4\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ und eine Phasenreserve $\phi_r = 30^\circ$ gefordert. Wählen Sie τ_3 so, dass deren zugehörige Knickfrequenz zwei Dekaden größer ist als ω_s und bestimmen Sie τ_2, sodass die geforderte Phasenreserve der offenen Kette erreicht wird! (Die Reglerverstärkung braucht *nicht* bestimmt zu werden!)

Hinweis: Nutzen Sie die Näherungen aus Tabelle 2.

c) Geben Sie die resultierende offene Kette an und zeigen Sie, dass diese vom einfachen Typ ist, wenn die Schnittfrequenz ω_s im Intervall $[4,\ 5]\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ liegt!

d) Nehmen Sie an, K wurde derart gewählt, dass die Schnittfrequenz der offenen Kette $L(s)$ bei $\omega_s = 4\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ liegt.
Welche der Sprungantworten aus Abb. 3 ist die Führungssprungantwort des geschlossenen Regelkreises? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich!

ϕ	$\approx 0^\circ$	$\approx 14^\circ$	$\approx 20^\circ$	$\approx 25^\circ$	$\approx 40^\circ$	45°	$\approx 55^\circ$	60°
$\tan(\phi)$	< 0.05	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	1	$\frac{3}{2}$	$\sqrt{3} \approx \frac{5}{3}$

Tabelle 2: Wertetabelle der Tangensfunktion

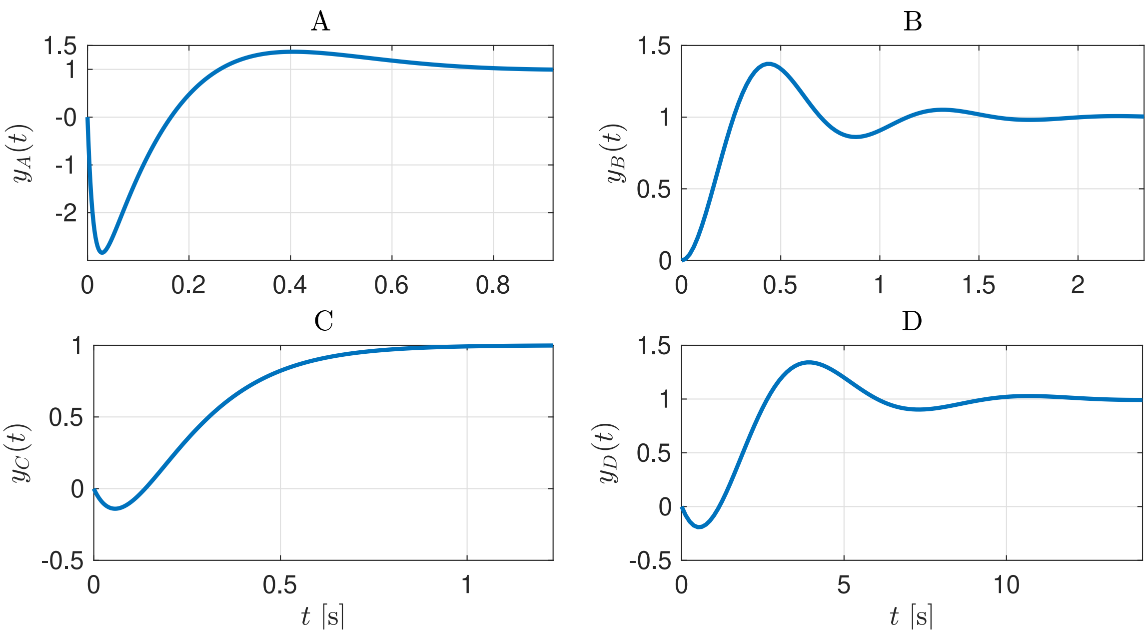

Abbildung 3: Auswahl an Sprungantworten des geschlossenen Regelkreises (Aufgabe 3d)

Aufgabe 4

12 Punkte

a) Gegeben sind die Streckenübertragungsfunktionen

$$G_1(s) = \frac{s^2 - 2s + 1}{s(s+1)(s+5)} \qquad G_2(s) = \frac{1}{(s+1)(s+5)}$$

und Führungsübertragungsfunktionen

$$T_A(s) = \frac{(1-s)^2}{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)} \qquad T_B(s) = \frac{1}{s^2+9} \qquad T_C(s) = \frac{-s+1}{(\frac{1}{5}s+1)^2}\,.$$

Geben Sie für die Führungsübertragungsfunktionen $T_A(s), T_B(s), T_C(s)$ jeweils an, ob diese mit den Strecken $G_1(s)$ und $G_2(s)$ implementierbar sind! (Begründen Sie Ihre Aussagen für alle sechs Kombinationen!)

b) Gegeben sind

$$G(s) = \frac{(s-2)(s+4)}{(s+1)(s+3)(s+5)} \qquad T(s) = -50\frac{s-2}{(s+10)^2}\,.$$

Berechnen Sie den Regler $C(s)$ mithilfe des direkten Entwurfs, sodass der geschlossene Regelkreis mit der Strecke $G(s)$ das implementierbare Führungsverhalten $T(s)$ aufweist! (Geben Sie den Regler in einer Normalform, z. B. Pol-Nullstellen-Form, an.)

Im Folgenden seien Strecke und Führungsübertragungsfunktion im Standardregelkreis gegeben als $G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}, T(s) = \frac{P_T(s)}{Q_T(s)}$ und $A(s), B(s)$ sowie $P_T(s), Q_T(s)$ jeweils teilerfremde Polynome sind.

c) Geben Sie die Stellsensitivität $S_u(s) = \frac{U(s)}{R(s)}$ abhängig von $A(s)$, $B(s)$, $P_T(s)$ und $Q_T(s)$ an!

d) Ordnen Sie die Stellsensitivität $S_u(s)$ des Regelkreises aus Aufgabenteil b) einem PN-Diagrammen in Abb. 4 zu! Begründen Sie Ihre Wahl.
Hinweis: Nutzen Sie Ihr Ergebnis aus c), es ist keine Rechnung nötig.

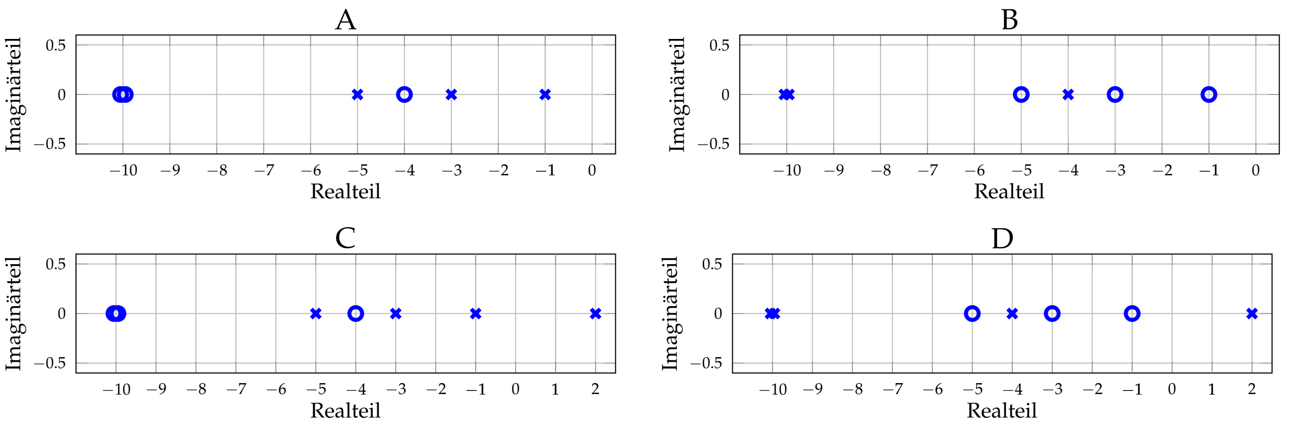

Abbildung 4: Pol-Nullstellendiagramm (x–Polstelle, o–Nullstelle)