Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übungsklausur 26

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz[1] nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Aufgabe 1

15 Punkte

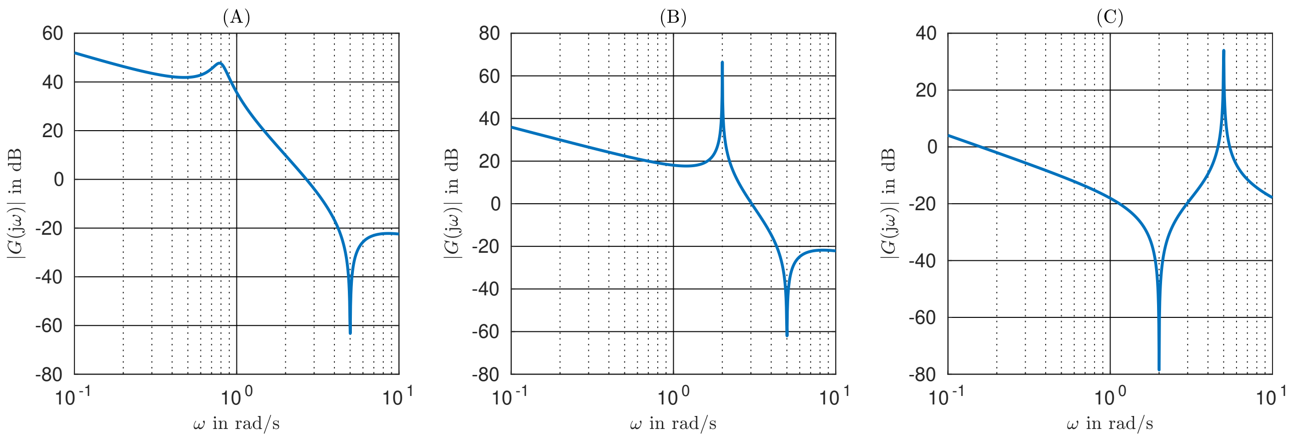


Abbildung 1: Verschiedene Amplitudengänge.

Gegeben ist die folgende Differentialgleichung

$$\dddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) = \ddot{u}(t) + 25u(t).$$

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ für verschwindende Anfangswerte!

b) Ist $G(s)$ BIBO stabil? (Begründen Sie Ihre Aussage!)

c) Bestimmen Sie die Pol- und Nullstellen des Systems! Welcher der Amplitudengänge aus Abbildung 1 gehört zu $G(s)$? (Begründen Sie Ihre Aussage!)

d) Berechnen Sie den Amplitudengang $|G(j\omega)|$ in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz ω!

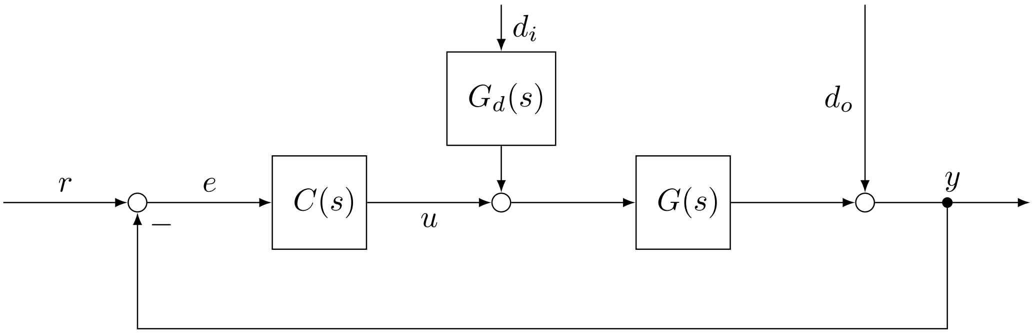
e) Berechnen Sie $U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\}$ für $u(t) = \cos(\omega_0 t)$ durch Auswertung des Laplace-Integrals!

f) Berechnen Sie das Ausgangssignal $y(t)$ für verschwindende Anfgangswerte, wenn am Eingang des Systems $u(t) = \cos(\omega_0 t)$ mit $\omega_0 = 5$ anliegt!
Hinweis: $\mathcal{L}\{\sin(\alpha t)\} = \frac{\alpha}{s^2+\alpha^2}$

[1] In der Übungsklausur ist dieser Platz nicht enthalten

Aufgabe 2

17 Punkte



Betrachtet wird der *intern stabile* Regelkreis der dargestellten Struktur mit der Strecke $G(s)$, dem Regler $C(s)$ sowie der eingangsseitigen Störübertragungsgunktion $G_d(s)$:

$$G(s) = \frac{s-4}{s^2+6s+8}, \quad C(s) = \frac{-(s+2)}{s+1}, \quad G_d(s) = \frac{-3}{4}\,\frac{s^2+4s+8}{s^2+s+3}.$$

a) Geben Sie $G(s)$ in Pol-Nullstellenform an!

b) Bestimmen Sie die ausgangsseitige Störsensitivität $S_o(s) = \frac{Y(s)}{D_o(s)}$, die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ sowie die eingangsseitige Störsensitivität $\tilde{S}_i(s) = \frac{Y(s)}{D_i(s)}$ des Regelkreises!

c) Stellen Sie $T(s), \tilde{S}_i(s)$ in Zeitkonstantenform dar und geben Sie die deren Zeitkonstanten sowie gegebenenfalls Dämpfungen an!

d) Ordnen Sie den Übertragungsfunktionen $T(s), \tilde{S}_i(s)$ je eine Sprungantwort in Abbildung 2 zu und begründen Sie Ihre Auswahl!

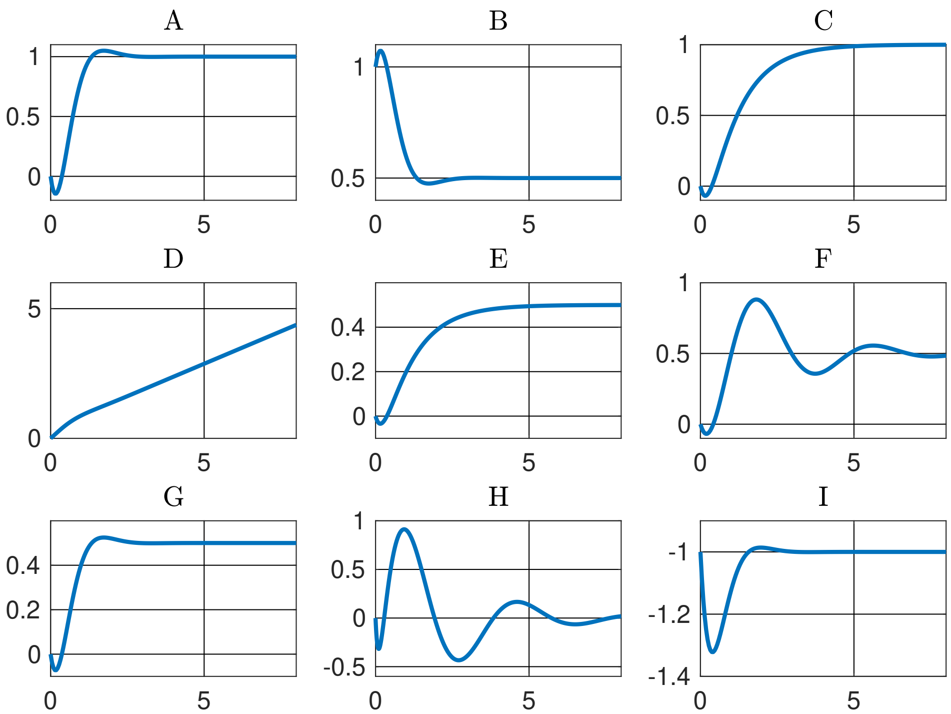


Abbildung 2: Auswahl an Sprungantworten

Aufgabe 3

17 Punkte

Gegeben ist der Standardregelkreis mit Regelstrecke mit Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) - \dot{y}(t) - 2y(t) = 20\dot{u}(t) + 40u(t)$$

und Regler $C(s) = \dfrac{K(s+1)}{s(s+100)}$.

a) Geben Sie die Laplace-Transformierte $Y(s)$ des Ausgangssignals allgemein in Abhängigkeit des Eingangssignals $U(s)$ und der Anfangswerte $\dot{y}(-0) = y_1, y(-0) = y_0$ und $u(-0) = 0$ an!

b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ in Pol-/Nullstellenform!

c) Ist die Regelstrecke BIBO-stabil? (Begründen Sie Ihre Aussage!)

d) Bestimmen Sie das Intervall $K \in \mathbb{R}$, für das der Standardregelkreis mit $C(s)$ intern stabil ist!

e) Nehmen Sie an, dass K so gewählt wurde, dass der Standardregelkreis intern stabil ist. Bestimmen Sie die Wirkung der Anfangswerte auf den Ausgang $Y(s)$ im geschlossenen Regelkreis! (*Hinweis:* setzen Sie $r(t) = d_i(t) = d_o(t) = d_m(t) = 0$.)
Bestimmen Sie den Endwert des Ausgangssignals, falls er existiert!

Aufgabe 4

19 Punkte

Gegeben ist der Standardregelkreis mit Regelstrecke

$$G(s) = \frac{3}{(15s+1)(\frac{1}{\sqrt{3}}s+1)}.$$

a) Entwerfen Sie mit dem Kompensationsverfahren einen PI-Regler $C_1(s)$ mit Verstärkung $K > 0$ so, dass die Anstiegszeit der Führungssprungantwort $t_r = \frac{1}{2}$ beträgt!
Hinweis: Nehmen Sie bei Ihrem Entwurf an, dass die offene Kette vom einfachen Typ ist.

b) Skizzieren Sie das Bodediagramm der offenen Kette $L(s)$ in das Raster in Abb. 3 und zeichnen Sie die Phasenreserve ϕ_r ein!
Hinweis: Nutzen Sie für die Zeichnung die folgende Approximation $\sqrt{3} \approx 2$.

c) Zeigen Sie, dass die offene Kette $L(s)$ mit dem von Ihnen entworfenen Regler vom einfachen Typ ist!

d) Berechnen Sie für einen Einheitssprung der Führungsgröße den Anfangswert der Stellgröße für den Regler $C_1(s)$!

e) Für mehr Robustheit im System wird der Regler erweitert, sodass der neue Regler die Form $C_2(s) = C_1(s)C_d(s)$ aufweist. Dabei ist $C_1(s)$ der von Ihnen entworfene Regler aus Aufgabe a) und

$$C_d(s) = K_d\frac{\tau_2 s+1}{\tau_3 s+1}.$$

Berechnen Sie die Parameter K_d, τ_2, $\tau_3 > 0$ so, dass die verbleibende Streckenzeitkonstante kompensiert wird, die Phasenreserve 54° beträgt und die Schnittfrequenz unverändert bleibt!

f) Welche Überschwingweite M_p erwarten Sie?
Hinweis: Nehmen Sie dafür an, dass die offene Kette $L_2(s) = G(s)C_2(s)$ vom einfachen Typ ist.

$\phi[°]$	30	36	45	54	60	72
$\tan(\phi)$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\approx \frac{3}{4}$	1	$\approx \frac{4}{3}$	$\sqrt{3}$	≈ 3

Tabelle 1: Wertetabelle der Tangensfunktion

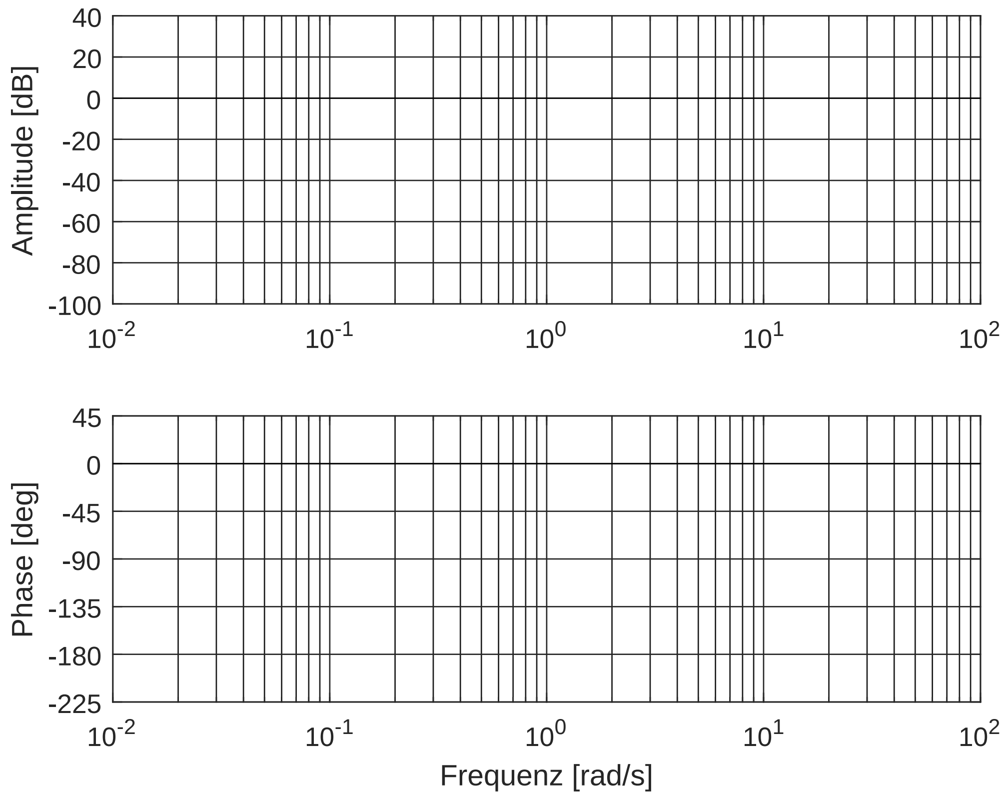


Abbildung 3: Raster für das Bodediagramm der offenen Kette $L(s) = G(s)C(s)$.