# Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 1

Winter 2014 / 2015

Audimax
Freitag, den 27. 03. 2015
Beginn: 10.30 Uhr
Bearbeitungszeit: 120 Min

## Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ______________________________

Matr.-Nr.: ______________________________

Studiengang: ______________________________

Abgabe: __________

Zusatzblätter: ______

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| max. Punkte | 15 | 23 | 9 | 24 | 14 | 85 |
| erreichte Punkte | | | | | | |
| | | | | | Note | |

## Aufgabe 1 **15 Punkte**

Gegeben ist die Regelstrecke mit Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{100(s-4)}{s^2 + 10s + 40}$$

sowie vier Übertragungsfunktionen mit den in Abbildung 1 dargestellten Pol-Nullstellenverteilungen.

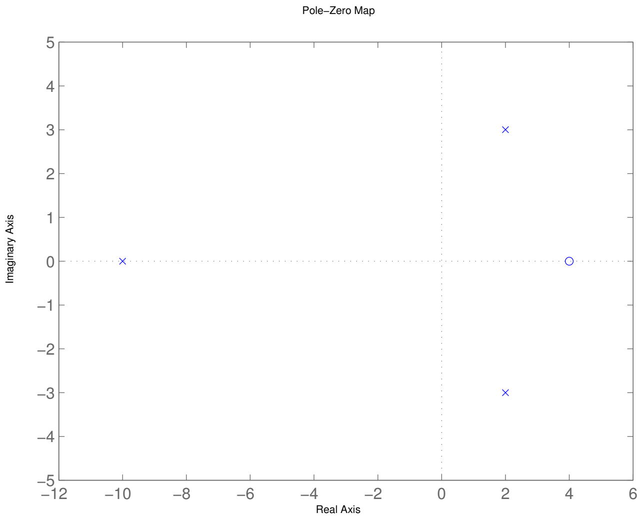
a) Ist die Übertragungsfunktion $G(s)$ minimalphasig? Begründen Sie Ihre Antwort!

b) Geben Sie für *jede* der vier Pol-Nullstellenverteilungen an, ob sie als Führungsübertragungsfunktion mit $G(s)$ implementierbar ist! Begründen Sie Ihre Aussage ausführlich!

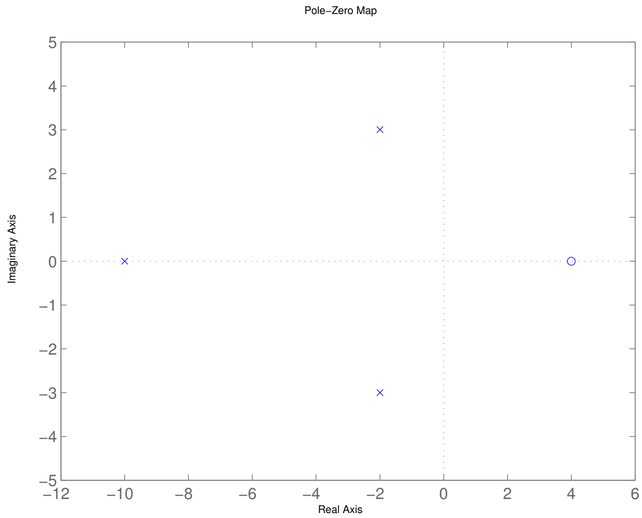
c) Wählen Sie aus den vier Pol-Nullstellenverteilungen eine implementierbare Führungsübertragungsfunktion aus und geben Sie diese in Zeitkonstantenform an! Wählen Sie $K = 1$ für die stationäre Verstärkung!

d) Berechnen Sie eine Reglerübertragungsfunktion, die Ihre gewählte Führungsübertragungsfunktion mit $G(s)$ implementiert! Geben Sie die Reglerübertragungsfunktion in Polynomialform an!

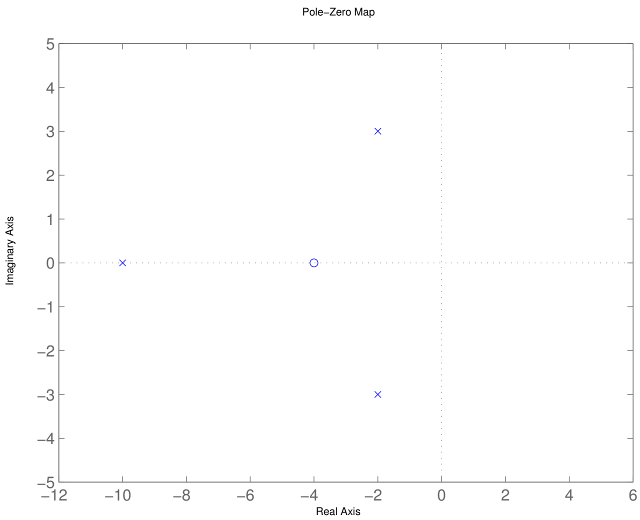
*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 1*



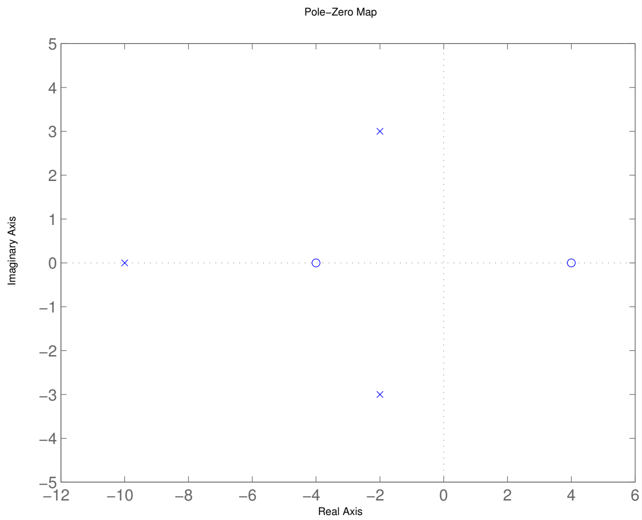

(a) Führungsübertragungsfunktion $T_1(s)$




(b) Führungsübertragungsfunktion $T_2(s)$




(c) Führungsübertragungsfunktion $T_3(s)$




(d) Führungsübertragungsfunktion $T_4(s)$

Abbildung 1: Pol-Nullstellenverteilungen zu Aufgabe 1

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 1*

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 1*

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 1*

## Aufgabe 2

**23 Punkte**

Es soll ein Regler für den Regelkreis nach Abbildung 2 entworfen werden.

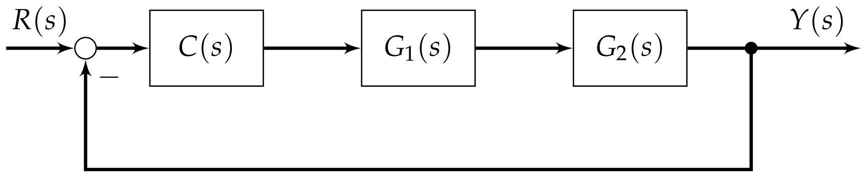



Abbildung 2: Regelkreisstruktur

Die Streckenübertragungsfunktionen lauten

$$G_1(s) = \frac{1}{2\,s+1} \qquad \text{und} \qquad G_2(s) = \frac{3}{s}$$

und der PI-Regler habe die Darstellung

$$C(s) = K\,\frac{T_\mathrm{N}\,s+1}{s}$$

mit $K,\ T_\mathrm{N} \in \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ und die Wertemenge für $K$ und $T_\mathrm{N}$, bei denen $T(s)$ BIBO-stabil ist!

b) Ermitteln Sie Betrag $|L(j\,\omega)|$ und Phase $\arg_\mathrm{s} L(j\,\omega)$ der offenen Kette $L(s)$ !

c) Bei welcher Frequenz $\omega_\mathrm{max} > 0$ nimmt die Phase von $L(j\,\omega)$ ihr Maximum an?
*Hinweis:* $\dfrac{d}{dx}\arctan(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$

d) Wählen Sie die Reglerzeitkonstante $T_\mathrm{N}$ so, dass für die Phase $\arg_\mathrm{s} L(j\omega_\mathrm{max}) = -150°$ gilt!

e) Nun soll die Verstärkung $K$ des PI-Reglers so eingestellt werden, dass die offene Kette bei $\omega_\mathrm{max}$ die 0dB-Linie schneidet. Berechnen Sie die hierfür nötige Verstärkung $K$ !

| $\phi$ | $\tan(\phi)$ |
|---|---|
| $0°$ | $0$ |
| $15°$ | $2-\frac{1}{\sqrt{3}}$ |
| $30°$ | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ |
| $45°$ | $1$ |
| $60°$ | $\sqrt{3}$ |

Tabelle 1: Einige Funktionswerte für die Tangens-Funktion

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 2*

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 2*

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 2*

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 2*

## Aufgabe 3

**9 Punkte**

Betrachten Sie die zwei Regelstrecken mit den Übertragungsfunktionen

$$G_1(s) = \frac{K_1}{(as+1)(bs+1)(cs+1)}$$
$$G_2(s) = \frac{K_2}{(-as+1)(bs+1)(cs+1)}$$

wobei $a, b, c > 0$ und $K_1,\ K_2 \in \mathbb{R}$. In Abbildung 3 ist der Amplitudengang und der Phasengang für eine der beiden Stecken dargestellt.

a) Zu welcher Strecke $G_1$ oder $G_2$ gehört das Bode-Diagramm? Begründen Sie Ihre Aussage!

b) Identifizieren Sie die Übertragungsfunktion. Zeichnen Sie die entsprechenden Asymptoten in den Phasengang und bestimmen Sie die Konstanten der Übertragungsfunktion!

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 3*

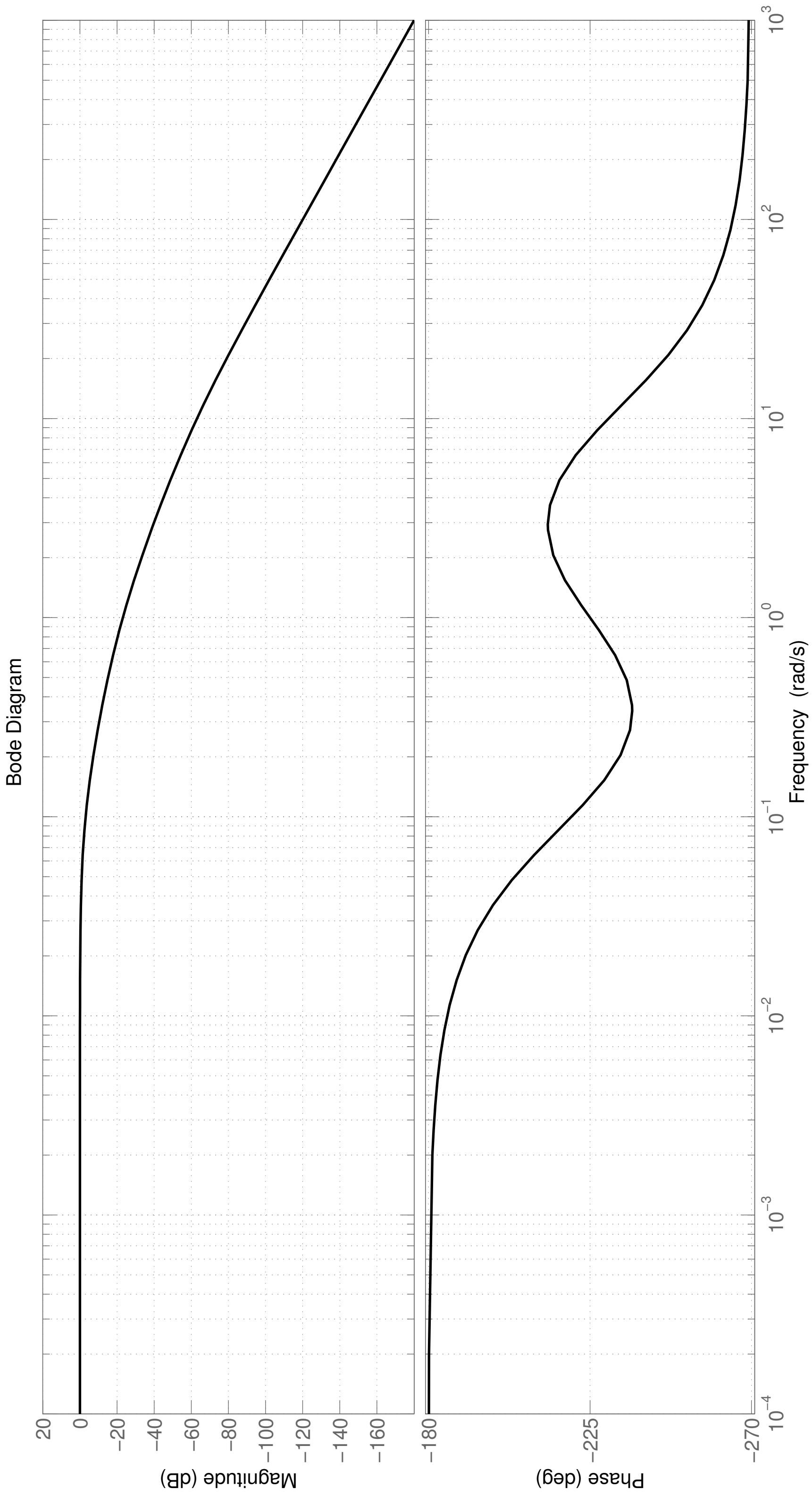



Abbildung 3: Bode-Diagramm

## Aufgabe 4

**24 Punkte**

Mittels Polvorgabe soll ein Regler $C(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}$ für die Regelstrecke

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + 1}$$

bestimmt werden. Dabei werden an die Führungssprungantwort folgende Grundanforderungen gestellt:

$$M_p = \exp\left(-\frac{\pi}{2}\right) < 25\,\% \,, \qquad t_M = \frac{\pi}{2}$$

a) Geben Sie eine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ als $\mathrm{PT}_2$-Glied mit konjugiert komplexem Polpaar $s_{1,2} = -\delta \pm j\omega$ an, welche die Grundanforderungen erfüllt!
*Hinweis:* $M_p = \exp\left(-\pi\frac{\delta}{\omega}\right)$ und $t_M = \frac{\pi}{\omega}$

b) Welchen Grad muss das charakteristische Polynom $Q_T(s)$ und die Polynome $P(s)$ und $Q(s)$ des Reglers $C(s)$ zur Lösbarkeit des Polvorgabeproblems mindestens besitzen?

c) Wählen Sie ein $Q_T(s)$ minimalen Grades so, dass die Grundanforderungen erfüllt werden. Falls zusätzliche Pole erforderlich sind, wählen Sie zusätzlich vielfache reelle Pole bei $10\,\mathrm{Re}(s_{1,2})$ !

d) Ermitteln Sie anhand des gewählten charakteristischen Polynoms $Q_T(s)$ einen Regler $C(s)$ !

Um die Robustheit gegenüber Störungen zu erhöhen, soll zusätzlich zu den Grundanforderungen die offene Kette $L(s)$ nun auch einen I-Antel besitzen (erweiterte Anforderungen).

e) Welchen Grad muss ein charakteristisches Polynom $\tilde{Q}_T(s)$ zur Erfüllung dieser erweiterten Anforderungen mindestens besitzen?

f) Berechnen Sie mittels Polvorgabe einen Regler minimaler Ordnung, $\tilde{C}(s)$, der diese erweiterten Anforderungen erfüllt!

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 4*

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 4*

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 4*

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 4*

### Aufgabe 5

**14 Punkte**

Gegeben ist ein Standard-Regelkreis mit Störgrößenaufschaltung (Abbildung 4). Dabei bezeichnet $D_m(s)$ das Messrauschen, $G(s) = G_1(s)G_2(s)$ die Regelstrecke, $C(s)$ den Regler und $F(s)$ die Übertragungsfunktion der Störgrößenaufschaltung (Störgrößenfilter). Die Störung $D(s)$ sei messbar.

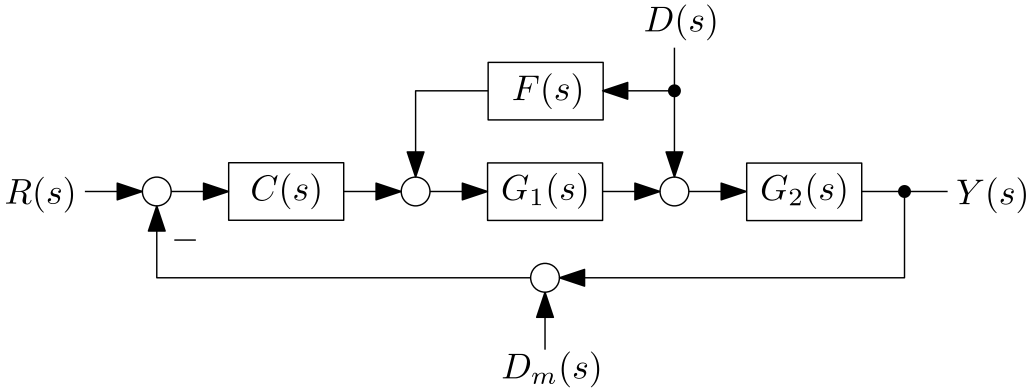



Abbildung 4: Standard-Regelkreis mit Störgrößenaufschaltung

a) Berechnen Sie das Ausgangssignal $Y(s)$ in Abbhängigkeit von $R(s)$, $D(s)$ und $D_m(s)$. Ermitteln Sie daraus die entsprechenden Sensitivitätsfunktionen!

b) Zeigen Sie anhand der Sensitivitätsfunktionen, wie das Störgrößenfilter $F(s)$ entworfen werden muss, damit der Einfluss der Störung $D(s)$ am Ausgang $Y(s)$ verschwindet!

Im Folgenden sei angenommen, das der Regler $C(s)$ die Strecke $G(s) = G_1(s)G_2(s)$ im geschlossenen Regelkreis ohne Störgrößenaufschaltung intern stabilisiert.

c) Berechnen Sie das Störgrößenfilter $F(s)$ für die Fälle

(i) $G_1(s) = \frac{s+1}{s+2}$, (ii) $G_1(s) = \frac{s-1}{s+2}$, (iii) $G_1(s) = \frac{1}{s+2}$, (iv) $G_1(s) = \frac{s+1}{s-2}$

und begründen Sie, wann $F(s)$ realisierbar ist und auf einen intern stabilen Regelkreis führt! Leiten Sie davon Anforderungen an $F(s)$ und $G_1(s)$ ab!

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 5*

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 5*

*Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 5*