Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übungsklausur 14

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz[1] nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Aufgabe 1

14 Punkte

Gegeben ist das System mit Differentialgleichung:

$$\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) + \sin(y(t)) - u(t) = 0\,,$$

wobei $u(t) \in \mathbb{R}$ das Eingangssignal und $y(t) \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ das Ausgangssignal bezeichnet.

a) Bestimmen Sie die stationären Lösungen des Systems!

b) Linearisieren Sie das System um den allgemeinen Betriebspunkt (y^*, u^*)!

c) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ des linearisierten Systems!

d) Für welche Betriebspunkte im zugelassenen Intervall ist $G(s)$ BIBO-stabil? Welche stationäre Verstärkung besitzt $G(s)$ dann?

[1] In dieser Übungsklausur ist der freie Platz nicht enthalten.

Aufgabe 2

32 Punkte

Das Ein-/Ausgangsverhalten eines Linearantriebs kann vereinfacht mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{10s^2 + s}$$

beschrieben werden. Der Antrieb wird mit dem Regler mit Übertragungsfunktion

$$C(s) = \frac{10(10s+1)(s+1)}{s(0.01s+1)}$$

im Standardregelkreis betrieben.

Für die gleichmäßige Bearbeitung von Werkstücken mit konstanter Geschwindigkeit, ist es erforderlich, dass der Linearantrieb Referenzsignalen der Form

$$r(t) = a_0 + a_1\, t$$

für alle $t \geq 0$ verfolgen kann.

a) Skizzieren Sie den Standardregelkreis mit allen Ein- und Ausgangssignalen!

b) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $\frac{Y(s)}{R(s)}$ und die ausgangsseitige Störübertragungsfunktion $\frac{Y(s)}{D_o(s)}$ für die gegebene Strecke $G(s)$ und den Regler $C(s)$!
Kürzen Sie dabei soweit wie möglich!

c) Zeigen Sie, dass der Regelkreis intern stabil ist!

d) Zeigen Sie durch Auswertung des Laplace-Integrals, dass $R(s) = \dfrac{a_0}{s} + \dfrac{a_1}{s^2}$ die Laplace-Transformierte des Referenzsignals $r(t)$ ist!

e) Zeigen Sie, dass der Ausgang im geschlossenen Regelkreis dem Referenzsignal $r(t)$ für $t \to \infty$ ohne Regelfehler folgen kann!

Aufgabe 3

18 Punkte

Gegeben sind die Bodediagramme und Pol-Nullstellen-Diagramme in Abb. 1 von insgesamt vier Übertragungsfunktionen.

Ordnen Sie die Bodediagramme den Pol-Nullstellen-Diagrammen zu und geben Sie die vier Übertragungsfunktionen in Zeitkonstantenform an!

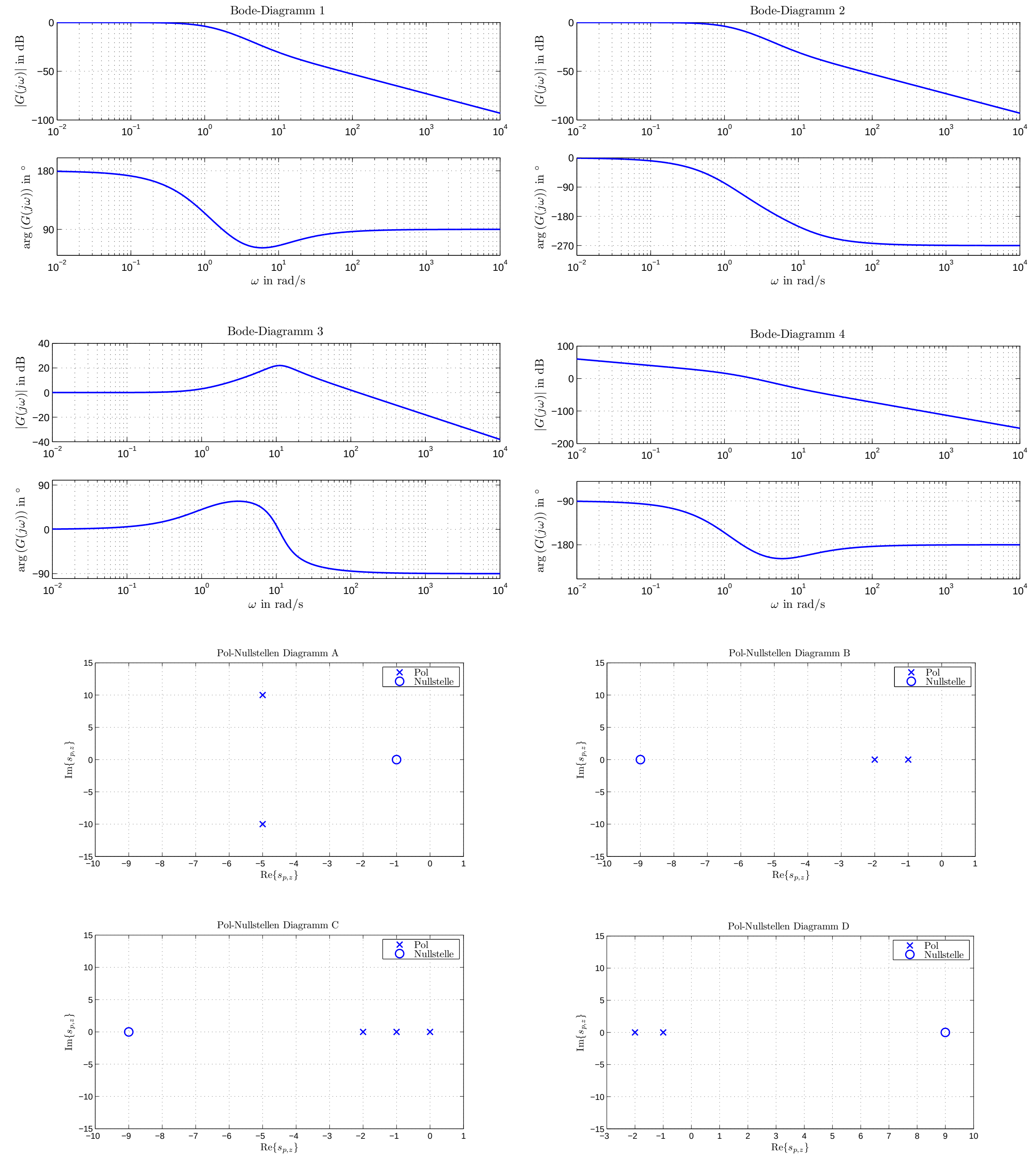

Abbildung 1: Bode- und Pol-Nullstellendiagramme der Übertragungsfunktionen $G_1(j\omega)$ bis $G_4(j\omega)$.

Aufgabe 4

14 Punkte

Gegeben ist der Standardregelkreis mit Übertragungsfunktion der offenen Kette:

$$L(s) = \frac{K(-s+20)}{s^2+25s+100} e^{-\tau_{tot} s}\,.$$

Die Ortskurve des Frequenzgangs $L(j\omega)$ mit $K = 10$ und $\tau_{tot} = 0.5$ ist in Abb. 2 für $-\infty \leq \omega \leq \infty$ dargestellt.

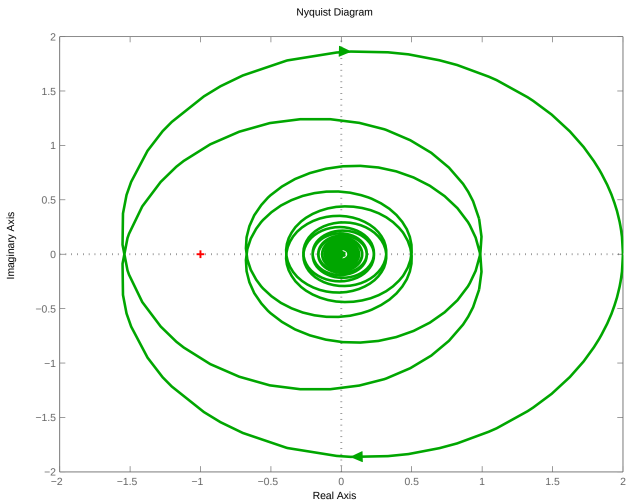

Abbildung 2: Ortskurve $L(j\omega)$ für $K = 10$, $\tau_{tot} = 0.5$

a) Bestimmen Sie die stationäre Verstärkung von $L(s)$, falls sie existiert.

b) Geben Sie die stetige Winkeländerung der Ortskurve $1 + L(j\omega)$ für $\omega \in [-\infty, \infty]$ an! Ist die Führungsübertragungsfunktion im geschlossenen Regelkreis BIBO-stabil?

c) Ermitteln Sie die kritische Verstärkung $K = K_{krit} > 0$ durch Ablesen!

d) Betrachten Sie nun die offene Kette *ohne Totzeit*, also $\tau_{tot} = 0$.

   Berechnen Sie alle Werte von $K \in \mathbb{R}$, für die die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises BIBO-stabil ist!

Aufgabe 5

25 Punkte

Gegeben ist ein Standardregelkreis und die Übertragungsfunktion der Regelstrecke

$$G(s) = \frac{-a\,s + 1}{s\,(5\,s+1)(a\,s+1)}$$

mit $a = 2 - \sqrt{3}$.

a) Entwerfen Sie mit Hilfe des Kompensationsverfahrens einen (realisierbaren) PD-Regler, so dass die offene Kette die Schnittfrequenz $\omega_s = 1$ und einen Phasenrand von $\phi_r = 30°$ aufweist! (Falls es für Ihre Rechnung hilfreich ist, verwenden Sie die Wertetabelle 1.)

b) Zeigen Sie, dass die offene Kette vom einfachen Typ ist! (Begründen Sie ausführlich!)

c) Ist die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ BIBO-stabil? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

d) Welche Überschwingweite M_p und Anstiegszeit t_r sind für die Sprungantwort der Führungsübertragungsfunktion zu erwarten?

e) Betrachten Sie eine sprungförmige Eingangsstörung. Kann diese Störung im geschlossenen Kreis für $t \to \infty$ vollständig kompensiert werden? Begründen Sie ihre Entscheidung rechnerisch!

α	$0°$	$15°$	$30°$	$45°$	$60°$	$75°$
$\tan(\alpha)$	0	$2-\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$

Tabelle 1: Wertetabelle Tangensfunktion