Regelungs- und Systemtechnik 1 – Übungsklausur 19

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz[1] nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Aufgabe 1

16 Punkte

Gegeben sei folgende nichtlineare Differentialgleichung

$$\ddot{y} + 2\cos(y)\,\dot{y} + y = \cos(3y)\dot{u} + \cos(\pi\dot{y})\,u$$

a) Geben Sie die stationäre Lösung $(y^\star, u^\star)$ allgemein an!

b) Berechnen Sie die Linearisierung am allgemeinen Betriebspunkt $(y^\star, u^\star)$ und geben Sie die zugehörige Übertragungfunktion allgemein an!

Bestimmen Sie die Übertragungfunktionen $G_{\mathrm{I}}(s)$, $G_{\mathrm{II}}(s)$, $G_{\mathrm{III}}(s)$ für die Linearisierung an folgenden Betriebspunkten: $[y^\star_{\mathrm{I}}, u^\star_{\mathrm{I}}] = [0, 0]$, $[y^\star_{\mathrm{II}}, u^\star_{\mathrm{II}}] = \left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ und $[y^\star_{\mathrm{III}}, u^\star_{\mathrm{III}}] = \left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

Hinweis: Nutzen Sie gegebenenfalls die folgende Tabelle.

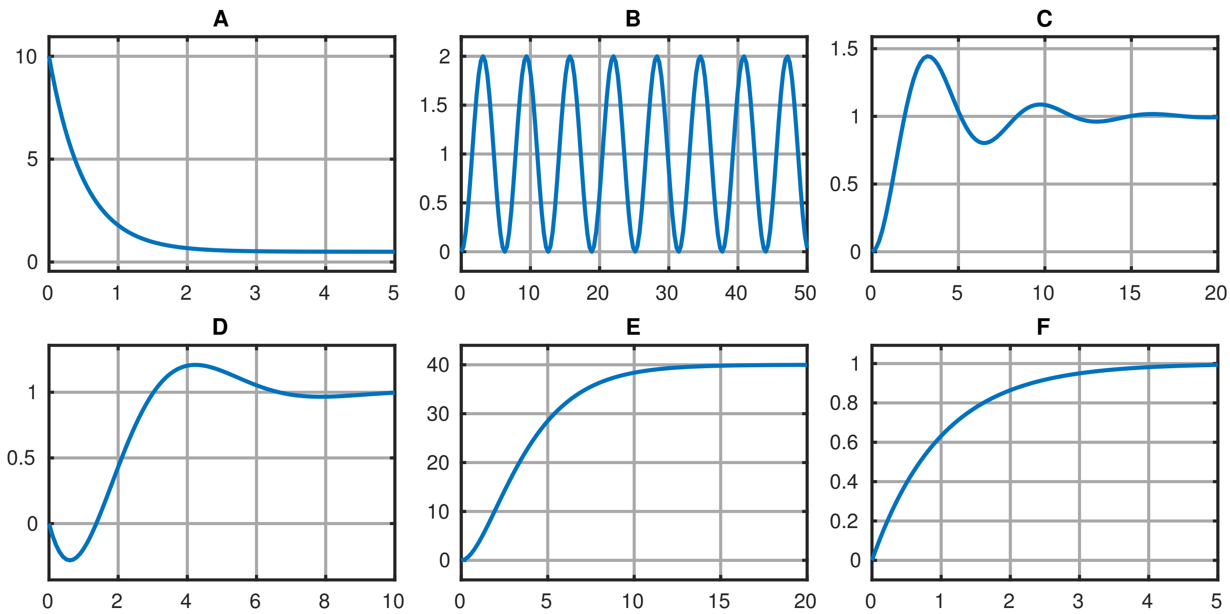
α	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\sin(\alpha)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	1
$\cos(\alpha)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{4}\left(1+\sqrt{5}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0

c) Im Folgenden sind mehrere Sprungantworten gegeben. Ordnen Sie die Übertragungsfunktionen $G_{\mathrm{I}}(s)$, $G_{\mathrm{II}}(s)$, $G_{\mathrm{III}}(s)$ aus Aufgabenteil b) der entsprechenden Abbildung zu! (Begründen Sie Ihre Antwort!)

Hinweis: Falls Sie Aufgabenteil b) nicht lösen konnten, ordnen Sie die folgenden Übertragungsfunktionen zu:

$$G_{\mathrm{IV}}(s) = \frac{10\,s+1}{s+2}, \quad G_{\mathrm{V}}(s) = \frac{1}{s^2+0.5\,s+1}, \quad G_{\mathrm{VI}}(s) = \frac{10}{s^2+s+\frac{1}{4}}$$

[1] In der Übungsklausur ist dieser Platz nicht enthalten



Aufgabe 2

17 Punkte

Gegeben ist der Standardregelkreis mit offener Kette der Übertragungfunktion

$$L(s) = \frac{-0.9(s-10)(s+1)}{s(s+5)(s-0.1)},$$

sowie die Ortskurven für unbekannte offene Ketten $L_i(s),\ i = 1,2,3$ in Abb. 1.

a) Berechnen Sie die Führungsübertragungfunktion $T(s)$!

b) Ist die Führungsübertragungfunktion $T(s)$ BIBO-stabil? (Begründen Sie Ihre Antwort rechnerisch!)

c) Geben Sie für die Ortskurven in Abb. 1 jeweils die stetige Winkeländerung von $(1 + L_i(j\omega))$ für $\omega \in \mathbb{R}$ an!

d) Welche der drei Ortskurven ist die zu $L(s)$ zugehörige? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

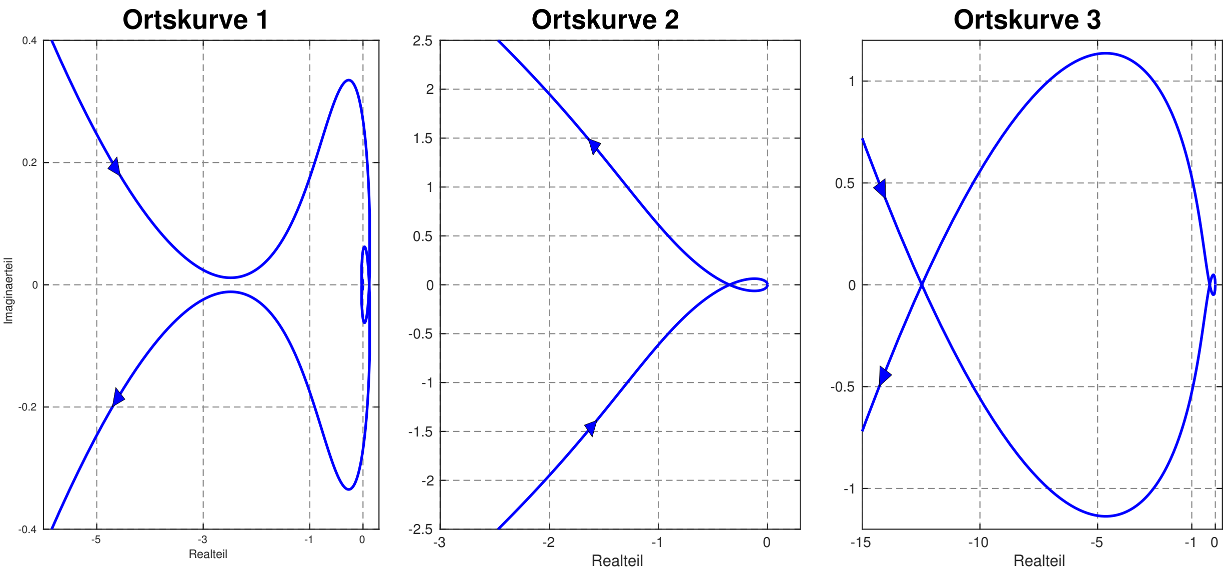


Abbildung 1: Ortskurven von verschiedener Übertragungfunktionen.

Aufgabe 3

23 Punkte

Gegeben ist der Standardregelkreis mit Strecke der Übertragungsfunktion $G(s)$ sowie dem bereits entworfene PI-Regler $C(s)$:

$$G(s) = \frac{9\,(s-1)^2}{(3s+2)(s+3)(s+30)}, \quad C(s) = K_P\,\frac{s+K_I}{s}.$$

Die Reglerparameter wurden zu $K_P = 3$ und $K_I = \frac{2}{3}$ bestimmt.

a) Geben Sie die offene Kette $L_1(s) = G(s)C(s)$ in Zeitkonstantenform an!

b) Bestimmen Sie Verstärkung sowie die Knickfrequenzen der Null- und Polstellen und skizzieren Sie das Bodediagramm von $L_1(j\omega)$ in das Raster in Abbildung 2 auf Seite 4.

   Hinweis: Zeichnen Sie den Betragsfrequenzgang lediglich mit Asymptoten.

c) Zeigen Sie, dass die offene Kette $L_1(s)$ vom einfachen Typ ist!

d) Ermitteln Sie anhand des (approximierten) Frequenzgangs das Intervall für $K_P > 0$ an, für das $L_1(s)$ **nicht** vom einfachen Typ ist!

e) Lesen Sie die Schnittfrequenz ω_s ab und zeichnen Sie den Phasenrand ϕ_r von $L_1(s)$ in das Bodediagramm ein! Welche Anstiegszeit t_r ist für die Sprungantwort der Führungsübertragungsfunktion zu erwarten?

f) Zur nachträglichen Robustifizierung soll der offenen Kette ein Lead-Glied der Form

$$C_{\text{lead}}(s) = \bar{K}\,\frac{\tau_1 s + 1}{\tau_2 s + 1}$$

   mit $\tau_1 > \tau_2 > 0, \bar{K} > 0$ hinzugefügt werden, d.h., $L_2(s) = L_1(s)C_{\text{lead}}(s)$. Bestimmen Sie $\tau_1, \tau_2, \bar{K}$ so, dass der Phasenrand von $L_2(s)$ an der Schnittfrequenz von $L_1(s)$ um 25° angehoben wird und der Abstand $|\tau_2 - \tau_1|$ möglichst klein ist!

   Hinweis: Verwenden Sie die Approximation $\tan(25°) \approx \frac{1}{2}$. Die maximale Phasenanhebung $\phi_{\max} = \arctan\left(\frac{1}{2}\frac{\tau_1-\tau_2}{\sqrt{\tau_1\tau_2}}\right)$ erreicht das Lead-Glied bei $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\tau_1\tau_2}}$.

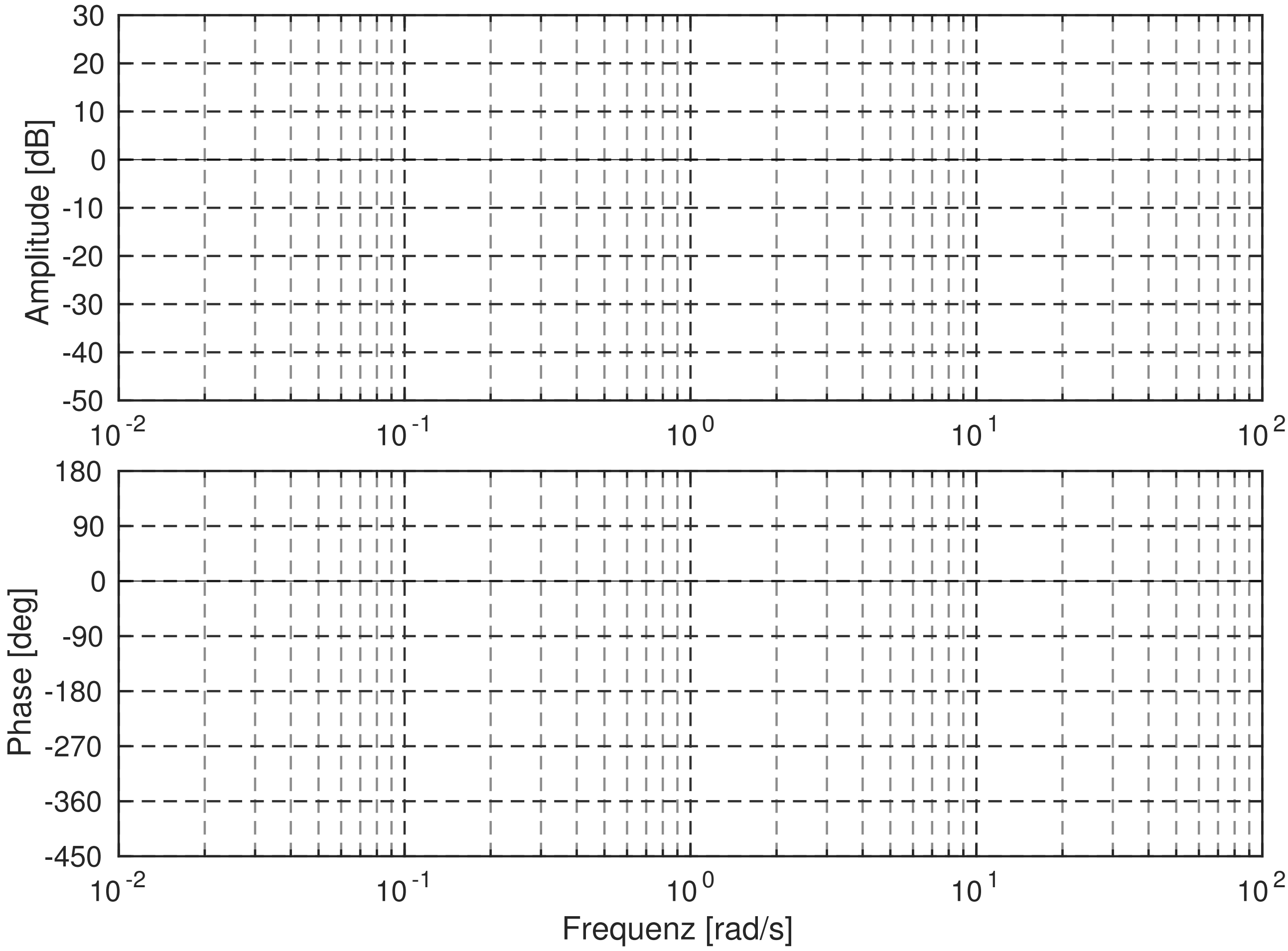


Abbildung 2: Raster für das Bodediagramm der offenen Kette $L_1(s)$ (Aufgabe 3b)

Aufgabe 4

20 Punkte

Gegeben ist der Standardregelkreis mit Regelstrecke der Übertragungfunktion

$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+2)}\,.$$

Mittels Polvorgabe soll ein Regler $C(s)$ entworfen werden, so dass

- der Regler Pole bei $s_{1,2} = \pm 2j$ besitzt,
- das charateristische Polynom des Regelkreises durch folgendes Hurwitzpolynom gegeben ist:

$$Q_T(s) = s^5 + 4s^4 + 29s^3 + 48s^2 + 60s + 58\,.$$

a) Welche Reglerordnung wird mindestens benötigt?

b) Berechnen Sie den Regler $C(s)$ minimaler Ordnung, so dass die Vorgaben erfüllt werden!

c) Bestimmen Sie die eingangsseitige Störübertragungfunktion $S_i(s)$, des von Ihnen entworfenen Regelkreises!

Falls Sie für Aufgabenteil b) keine Lösung erhalten haben, so verwenden Sie: $C(s) = \frac{10s^3+9s^2+8s+7}{(s+4)(s^2+4)}$.

d) Es wirke nun die Eingangsstörung mit Laplace-transformierter $D_i(s) = \frac{10}{s^2+4}$. Wird diese Störung am Ausgang $Y(s)$ des geschlossenen Regelkreises für $t \to \infty$ vollständig kompensiert? (Begründen Sie Ihre Aussage rechnerisch!)