Regelungs- und Systemtechnik 1 – Übungsklausur 21

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz[1] nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Aufgabe 1 **17 Punkte**

Gegeben sei die nichtlineare Differentialgleichung

$$\ddot{y} = -21y + 9ye^{-(u-1)} - 8\dot{y}u + y^2\dot{u} + 12u$$

a) Bestimmen Sie die stationäre Lösung $(y^\star, u^\star)$ und geben Sie $y^\star$ in Abhängigkeit von $u^\star$ an!

b) Linearisieren Sie die Differentialgleichung an dem Betriebspunkt $(y^\star, u^\star) = (1, 1)$ und geben Sie die linearisierte Differentialgleichung in Ein-Ausgangsdarstellung an!

   Hinweis: Falls Sie in b) kein Ergebnis berechnet haben, verwenden Sie im Folgenden die DGL: $\ddot{y}(t) + 7\dot{y}(t) + 10y(t) = \dot{u}(t) + u(t)$.

c) Bestimmen Sie die Lösung $Y(s)$ der linearisierten Differentialgleichung im Laplace-Bereich und geben Sie $Y(s)$ in Abhängigkeit von $U(s)$ und den Anfangswerten $\dot{y}(0) \neq 0, y(0) \neq 0, u(0) \neq 0$ an!
   Hinweis: Es gilt $\mathcal{L}\{\dot{x}\}(s) = sX(s) - x(0)$.

d) Bestimmen Sie die Zeitkonstantenform der zugehörigen Übertragungsfunktion und geben Sie deren stationäre Verstärkung an! Ist die Übertragungfunktion minimalphasig?

e) Berechnen Sie die Laplacetransformierte $U(s)$ des Eingangssignals $u(t) = \alpha e^{-\beta t}$ und geben Sie deren Konvergenzbereich an!

f) Seien $\dot{y}(0) = y(0) = 0$ und $u(0) = 9$ und das Eingangssignal $U(s)$ wie in e).

   Geben Sie das Ausgangsignal $Y(s)$ in Abhängigkeit von α und β an! Existieren $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, sodass gilt: $Y(s) \equiv 0$? Falls ja, geben Sie deren Werte an!

[1] In der Übungsklausur ist dieser Platz nicht enthalten

Aufgabe 2

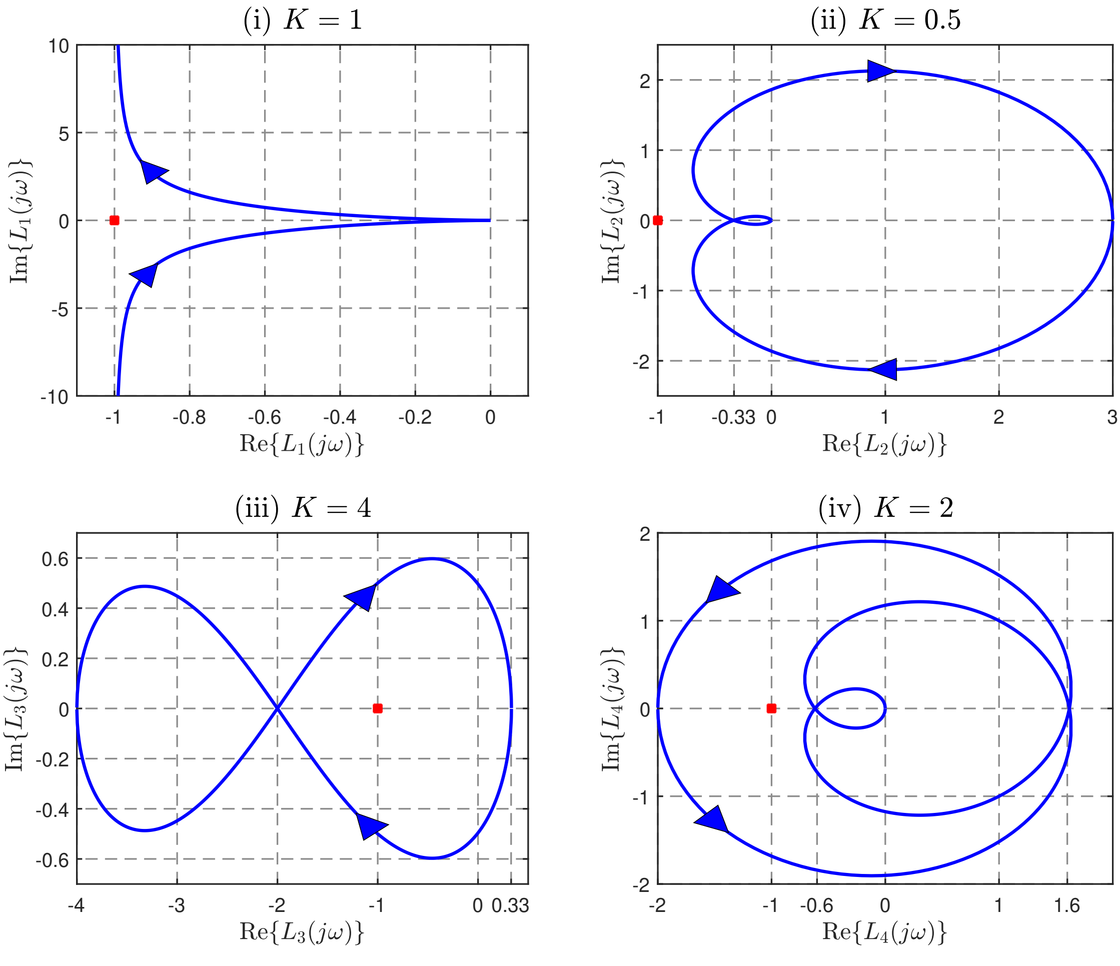
23 Punkte

Gegeben sind die folgenden Übertragungsfunktionen der offenen Kette im Standardregelkreis:

$$\text{(i)} \quad L_1(s) = \frac{K}{s(s+1)}, \qquad \text{(ii)} \quad L_2(s) = \frac{3K}{(s+\frac{1}{2})(s+1)(s+1)},$$

$$\text{(iii)} \quad L_3(s) = K\,\frac{-s^2+s-\frac{1}{4}}{s^2-2s-3}, \qquad \text{(iv)} \quad L_4(s) = K\,\frac{(s+1)^2}{(s-1)^3},$$

mit den dazugehörigen Ortskurven für die jeweils angegebenen Werte der Verstärkung $K > 0$:



a) Geben Sie für die offenen Ketten mit der angegebenen Verstärkung jeweils die stetige Winkeländerung der Ortskurve $1 + L_i(j\omega)$ für $\omega = -\infty$ bis $\omega = \infty$ an! Welche stetige Winkeländerung der Ortskurven $1 + L_i(j\omega)$ ist jeweils nach dem Nyquistkriterium gefordert? Ist das jeweilige Führungsverhalten BIBO-stabil?

b) Bestimmen Sie für jede der offenen Ketten die kritischen Verstärkungen und geben Sie denjenigen Wertebereich mit $K > 0$ an, für den die resultierende Führungsübertragungsfunktion BIBO-stabil ist! (Hinweis: benötigte Werte dürfen Sie aus den Ortskurven ablesen.)

c) Berechnen Sie die Schnittpunkte von $L_2(j\omega)$ mit der reellen Achse in Abhängigkeit von $K > 0$!

Aufgabe 3

25 Punkte

Gegeben ist die Regelstrecke mit Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{-16s + 80}{s(s+10)(s+20)} \; .$$

a) Bestimmen Sie sowohl die Verstärkung als auch die Knickfrequenzen und Lage der Pol- und Nullstellen von $G(s)$ und skizzieren Sie deren Bode-Diagramm in das Raster in Abb. 1!
Hinweis: Approximieren Sie den Amplitudengang mittels dessen Asymptoten.

b) Entwerfen Sie mit dem Kompensationsverfahren einen Regler der Form

$$C(s) = K\frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{(\tau_3 s + 1)^2}$$

so dass die Schnittfrequenz der offenen Kette $\omega_s = 5\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ beträgt und die Knickfrequenz der Reglerpole eine Dekade über der Schnittfrequenz liegt!

c) Zeigen Sie, dass die Reglerverstärkung positiv sein muss, um interne Stabilität des Regelkreises zu gewährleisten! (*Hinweis*: ein vollständiger Stabilitätsbeweis ist nicht notwendig!)

d) Zeigen Sie, dass die offene Kette vom einfachen Typ ist! Nehmen Sie dabei an, dass der Amplitudengang genau einen Schnittpunkt mit der 0-dB-Linie hat!

e) Berechnen Sie die Phasenreserve der offenen Kette! *Hinweis*: Verwenden Sie $\tan(5^\circ) \approx 0.1$

f) Welche der Sprungantworten in Abb. 2 auf Seite 4 gehört zur resultierenden Führungsübertragungsfunktion $T(s)$? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

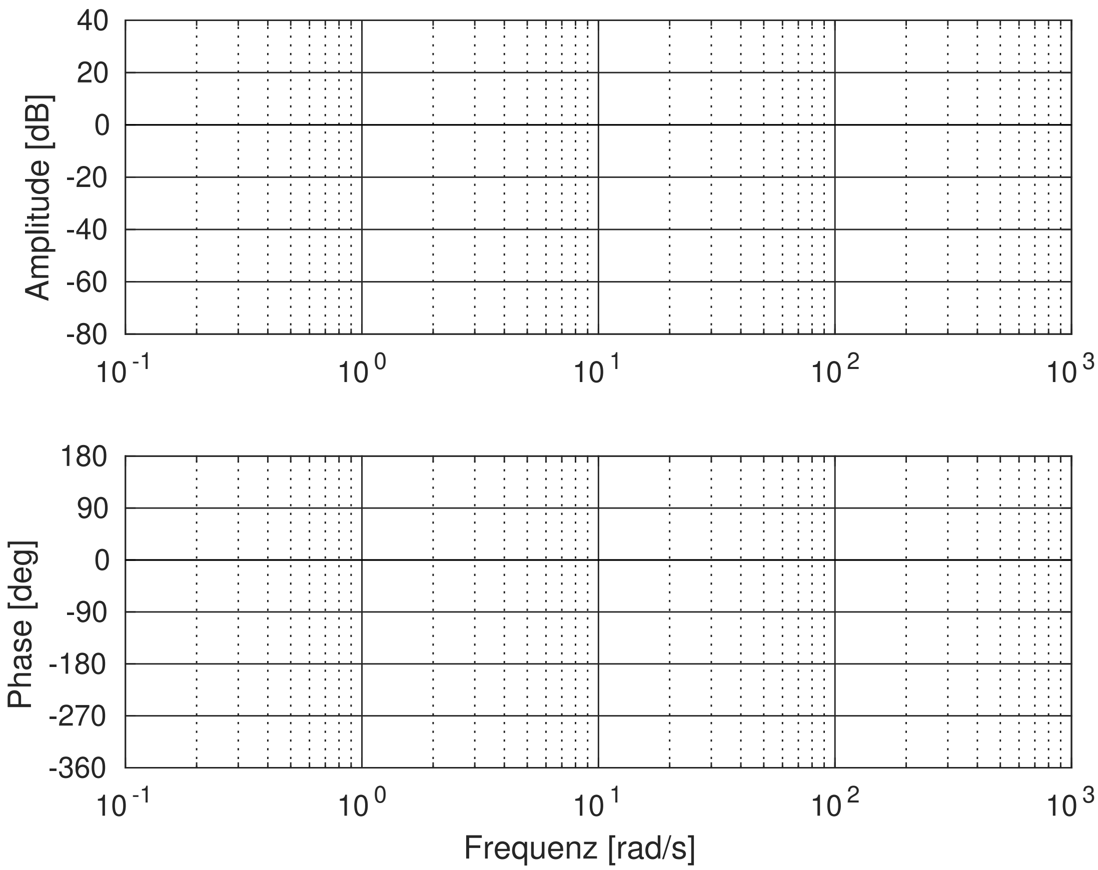


Abbildung 1: Raster für Bode-Diagramm der Regelstrecke

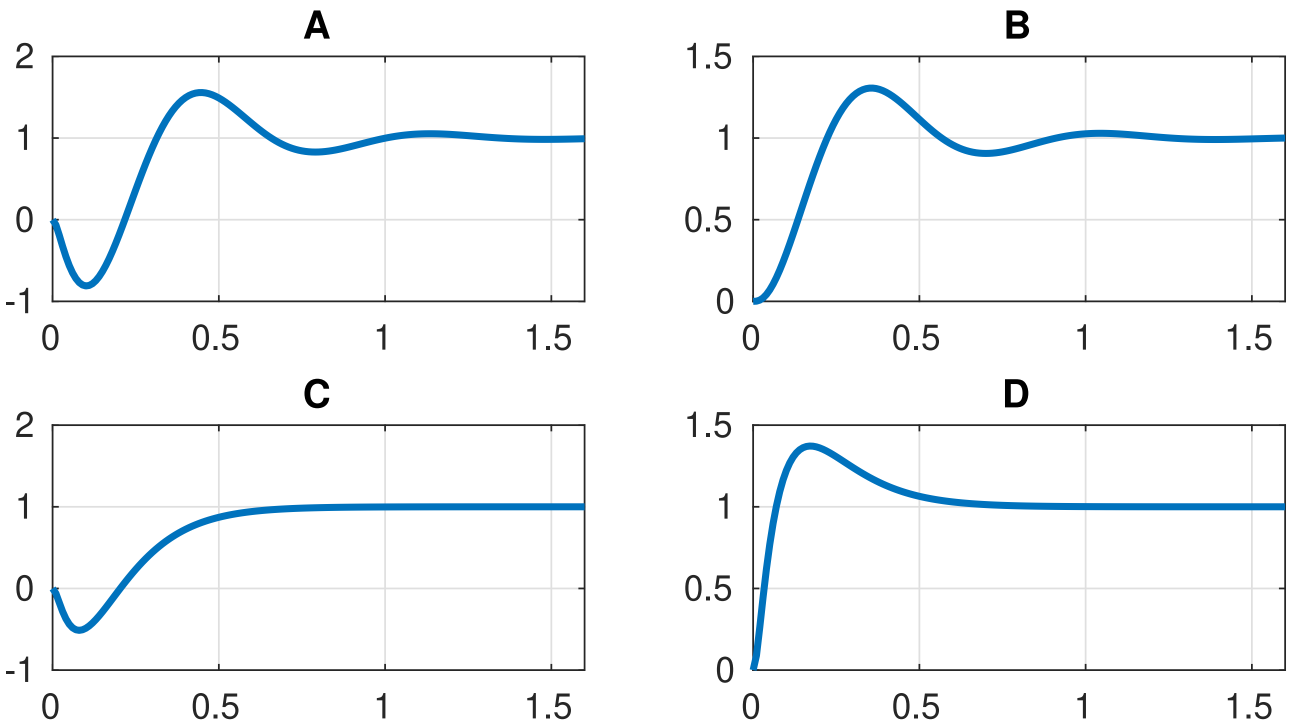


Abbildung 2: Sprungantworten

Regelungs- und Systemtechnik 1 – Übungsklausur 21

Aufgabe 4 **17 Punkte**

Gegeben ist die Regelstrecke

$$\tilde{G}(s) = G(s)e^{-\tau s} \quad \text{mit} \quad G(s) = \frac{(s+1)}{(s+2)(s+5)}$$

und $\tau \geq 0$.

a) Welche der folgenden Führungsübertragungsverhalten sind mit der Strecke *ohne* Totzeit $G(s)$ implementierbar? (Begründen Sie Ihre Aussage!)

$$T_1(s) = 10\frac{s+1}{s+10}, \qquad T_2(s) = \frac{25}{(s^2-25)}, \qquad T_3(s) = \frac{s-10}{(s+10)(s+1)}$$

b) Berechnen Sie den Regler $C(s)$ mit Hilfe eines direkten Entwurfs, sodass mit $G(s)$ der geschlossene Regelkreis das implementierbare Führungsverhalten

$$T_4(s) = \frac{10}{s+10}$$

aufweist! Geben Sie den Regler in einer Normalform, z. B. Pol-Nullstellen-Form, an!

c) Bestimmen Sie die offene Kette $L(s)$ Ihres Entwurfs und geben Sie die Phasenreserve Φ_r an!

d) Wir berücksichtigen nun die Totzeit $\tau \neq 0$. Berechnen Sie die Phasenreserve $\tilde{\Phi}_r$ der offenen Kette $\tilde{L}(s) = C(s)\tilde{G}(s)$ für $\tau = \frac{\pi}{40}$ sek!

Die Totzeit wird mit einer erweiterten Reglerstruktur berücksichtigt (siehe Abb. 3).

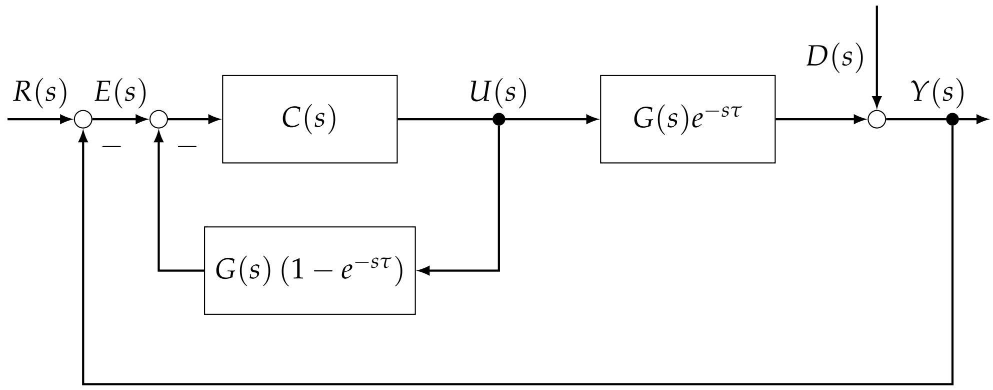


Abbildung 3: Erweiterte Reglerstruktur.

e) Bestimmen Sie die ausgangsseitige Störübertragungsfunktion $S_o(s) = \frac{Y(s)}{D(s)}$, wenn $C(s)$ wie in b) entworfen wurde!

f) Sei $S_o(s)$ BIBO-stabil. Können konstante Störungen $d(t) = \text{const.}$ am Ausgang kompensiert werden? (Begründen Sie Ihre Aussage!)