Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übungsklausur 3

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz[1] nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Aufgabe 1

4 Punkte

Gegeben ist folgende nichtlineare Ein-/Ausgangs-Differentialgleichung

$$\ddot{y} + y \sin \dot{y} - y^2 = u. \tag{1}$$

a) Geben Sie die stationäre Lösung $(u^\star, y^\star)$ der Differentialgleichung (1) an!

b) Linearisieren Sie die Differentialgleichung (1) am Betriebspunkt $(u^\star, y^\star) = (-1, 1)$!

c) Ist die linearisierte Differentialgleichung BIBO-stabil? Begründen Sie Ihre Aussage!

Aufgabe 2

6 Punkte

Gegeben ist der Standardregelkreis mit Streckenübertragungsfunktion $G(s)$ und Reglerübertragungsfunktion $C(s)$ mit

$$G(s) = \frac{s-1}{s+1} \quad \text{und} \quad C(s) = K\,, \qquad K \in \mathbb{R}\,.$$

a) Bestimmen Sie die Stellsensitivität $S_u(s) = \frac{U(s)}{R(S)}$ des Regelkreises!

b) Geben Sie den Wert der Stellgröße $u(t)$ für $t = 0$ an, wenn die Führungsgröße $r(t)$ der Einheitssprung ist!

c) Sei $K = \frac{1}{2}$. Berechnen Sie die Stellgöße $u(t)$ für einen Einheitssprung der Führungsgröße $r(t)$ mit Hilfe der Laplacetransformation und Tabelle 1!

[1] In dieser Übungsklausur ist der freie Platz nicht enthalten.

Originalfunktion	Bildfunktion	Konvergenzbereich
$f(t) = 1$	$F(s) = \frac{1}{s}$	$\mathbb{R}\{s\} > 0$
$f(t) = t^n$	$F(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$	$\mathbb{R}\{s\} > 0$
$f(t) = e^{-a\,t}$	$F(s) = \frac{1}{s+a}$	$\mathbb{R}\{s\} > -a$
$f(t) = t^n e^{-a\,t}$	$F(s) = \frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$	$\mathbb{R}\{s\} > -a$
$f(t) = \sin \omega t$	$F(s) = \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\mathbb{R}\{s\} > 0$
$f(t) = \cos \omega t$	$F(s) = \frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\mathbb{R}\{s\} > 0$
$f = \sigma$	$F(s) = \frac{1}{s}$	$\mathbb{R}\{s\} > 0$
$f = \delta$	$F(s) = 1$	$\mathbb{C}$

Tabelle 1: Auszug einer Laplace-Transformationstabelle ($n \in \mathbb{N}\,;\ a, \omega \in \mathbb{R}$)

Aufgabe 3

7 Punkte

Gegeben ist die BIBO-stabile Übertragungsfunktion $G(s)$ mit dem in Abbildung 1 (auf Seite 3) dargestellten Frequenzgang.

a) Welchen Relativgrad r hat $G(s)$? Begründen Sie Ihre Aussage!

b) Zeichnen Sie entsprechend der vermuteten Struktur von $G(s)$ die Asymptoten an den Amplitudengang in Abbildung 1 ein und bestimmen Sie die Knickfrequenzen!

c) Bestimmen Sie die stationäre Verstärkung von $G(s)$ und geben Sie $G(s)$ gemäß Ihrer ermittelten Werte in **Zeitkonstantenform** an!

d) Ist $G(s)$ minimalphasig? Begründen Sie Ihre Aussage!

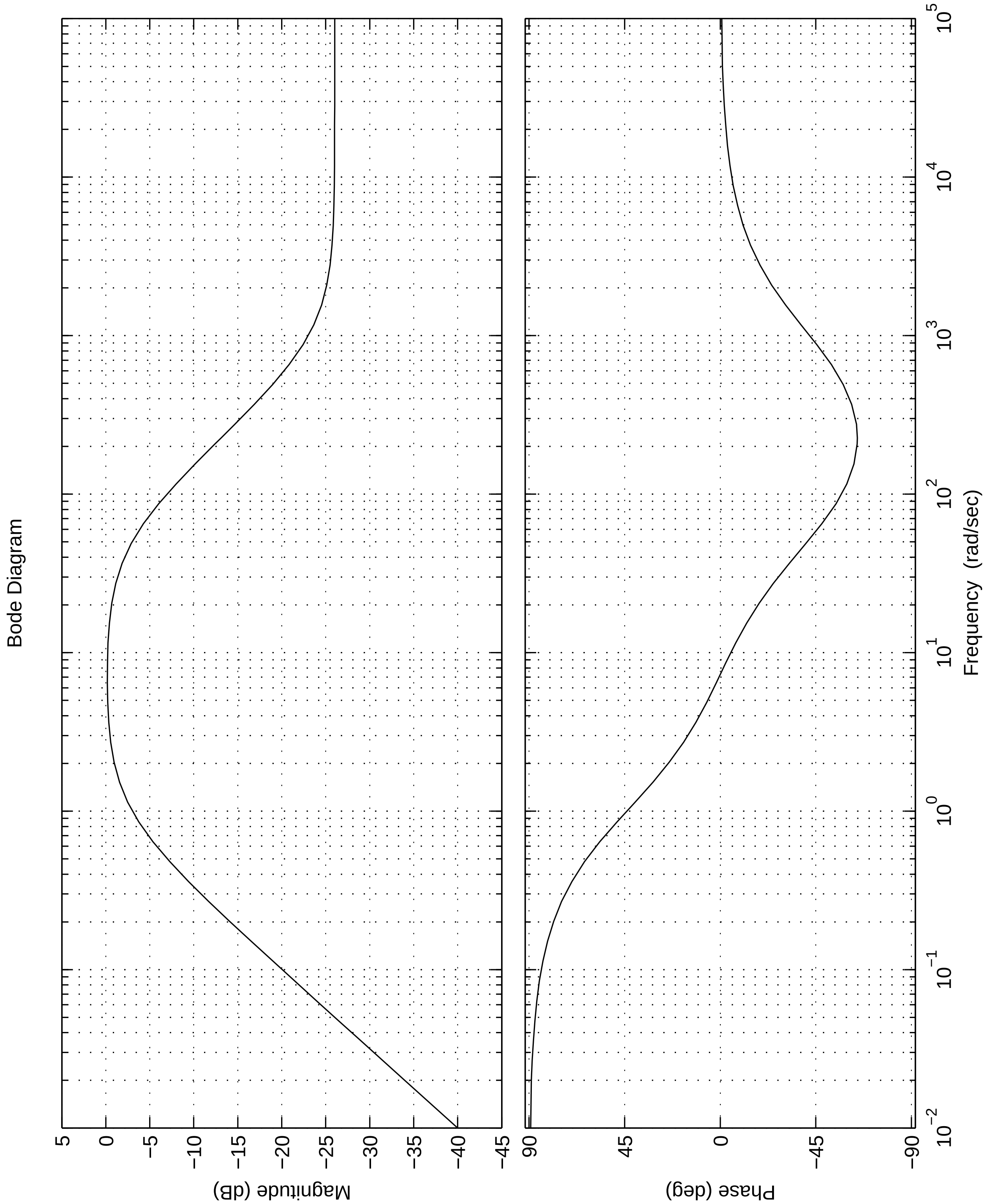

Abbildung 1: Frequenzgang einer Strecke $G(s)$.

Aufgabe 4

12 Punkte

Gegeben ist die Streckenübertragungsfunktion $G(s)$ im Standardregelkreis mit:

$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)}\,.$$

a) Entwerfen Sie einen PI-Regler $C_{\mathrm{PI}}(s)$ mit dem Kompensationsverfahren, so dass die Schnittfrequenz der offenen Kette $L(s) = G(s)C_{\mathrm{PI}}(s)$ bei $\omega_s = 10$ zu liegen kommt!

b) Skizzieren Sie das Bode-Diagramm der offenen Kette $L(s)$ in das Zeichenraster von Abbildung 2!

c) Zeigen Sie, dass Ihre offene Kette $L(s) = G(s)C_{\mathrm{PI}}(s)$ vom einfachen Typ ist!

d) Berechnen Sie den Phasenrand Φ_r und zeichnen Sie diesen in Abbildung 2 ein! Ist das Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises BIBO-stabil? Begründen Sie Ihre Aussage!

e) Welche Anstiegszeit t_r und welche Überschwingweite M_p erwarten Sie für die Sprungantwort des Führungsverhaltens?

Falls es für Ihre Lösung hilfreich ist, finden Sie in Tabelle 2 die Werte der Tangens-Funktion für einige wichtige Argumente.

$\varphi\ [^\circ]$	$\varphi\ [rad]$	$\tan(\varphi)$
0°	0	0
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\sqrt{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	$\pm\infty$
$\approx 5^\circ$		$\frac{\sqrt{3}}{20}$

Tabelle 2: Wertetabelle der Tangens-Funktion

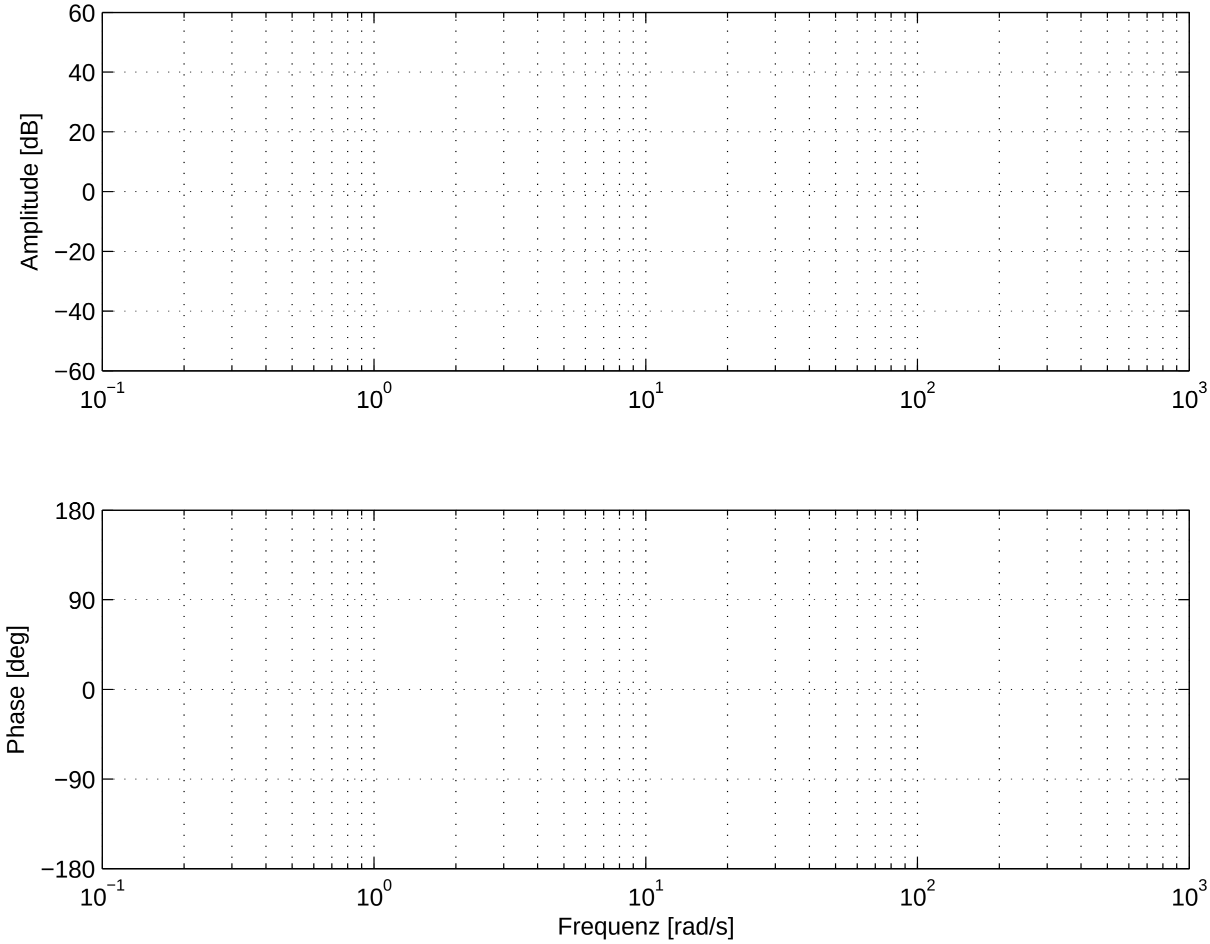

Abbildung 2: Zeichenraster für das Bode-Diagramm.

Aufgabe 5

6 Punkte

Gegeben ist der Standardregelkreis mit der Strecke

$$G(s) = \frac{1}{(s-1)(s+2)}$$

und dem Regler

$$C(s) = K, \qquad K > 0.$$

Die Stabilität des Führungsverhaltens $T(s)$ soll anhand der offenen Kette $L(s) = G(s)C(s)$ bestimmt werden. Die Ortskurve des Frequenzgangs $L(j\omega)$ ist für ein bestimmtes $K > 0$ in Abbildung 3 für $\omega \geq 0$ dargestellt, wobei der Pfeil in Richtung wachsender Frequenzen zeigt.

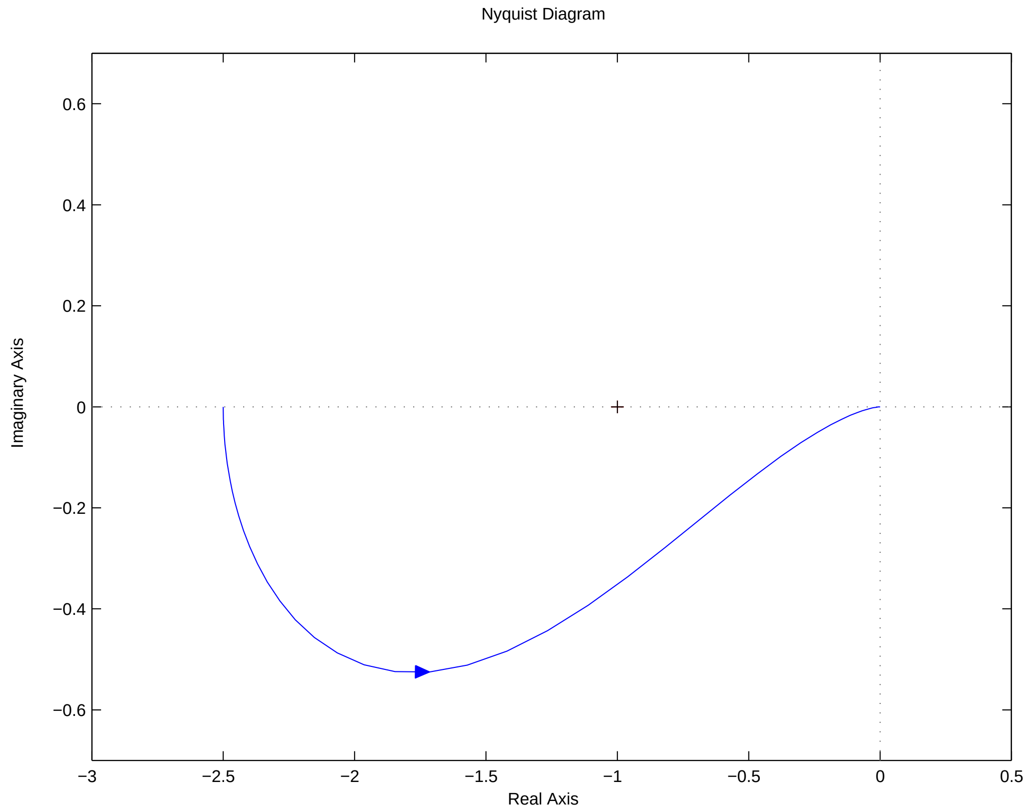

Abbildung 3: Ortskurve $L(j\omega)$

a) Zeichnen Sie den Ast der negativen Frequenzen ω der Ortskurve in Abbildung 3 ein und kennzeichnen Sie die Richtung anwachsender Frequenzen mit einer Pfeilspitze!

b) Geben Sie die stetige Winkeländerung der Ortskurve $1 + L(j\omega)$ für $\omega = -\infty$ bis $\omega = \infty$ an! Welche stetige Winkeländerung der Ortskurve $1 + L(j\omega)$ ist nach dem Nyquistkriterium für die BIBO-Stabilität von $T(s)$ gefordert? Ist das Führungsverhalten BIBO-stabil?

c) Welchen Wert hat K für die in der Abbildung 3 dargestellte Ortskurve? Geben Sie denjenigen Wertebereich von $K > 0$ an, für den der geschlossene Regelkreis BIBO-stabiles Führungsverhalten besitzt!

Aufgabe 6

15 Punkte

In der Nähe der (instabilen) Ruhelage lautet die Übertragungsfunktion eines vereinfachten Pendelmodells

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s - 1} \,.$$

a) Bestimmen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T_1(s)$ des Standardregelkreises mit Regler $C_1(s) = K$ und Strecke $G(s)$! Für welchen Wertebereich $K \in \mathbb{R}$ ist $T_1(s)$ BIBO-stabil?

Im folgenden sei der um $C_2(s)$ erweiterte Regelkreis in Abbildung 4 mit $G(s)$ und $C_1(s)$ wie in Aufgabenteil a) gegeben.

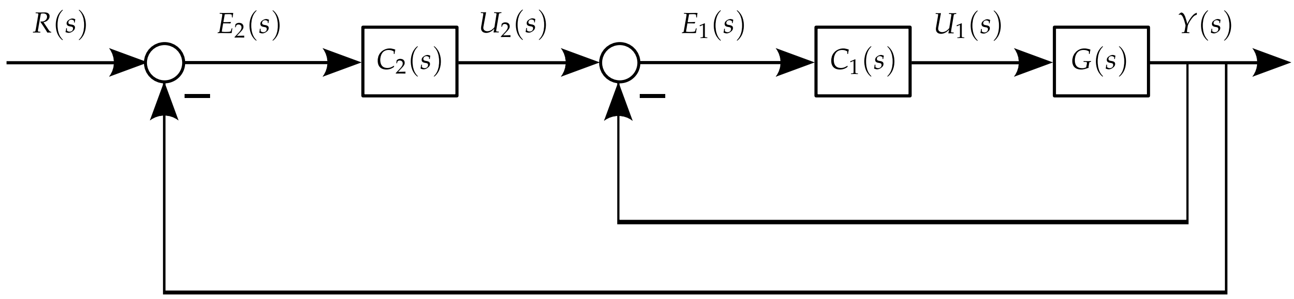

Abbildung 4: Erweiterte Regelkreisstruktur mit $T_1(s) = \frac{Y(s)}{U_2(s)}$ als innere Kreisübertragungsfunktion

Hinweis: *Das Übertragungsverhalten des inneren Kreises ist durch* $T_1(s) = \frac{Y(s)}{U_2(s)}$ *gegeben. Damit bilden* $C_2(s)$ *und* $T_1(s)$ *einen Standardregelkreis, wenn* $T_1(s)$ *als Strecke interpretiert wird.*

b) Welche Anforderungen müssen an ein gewünschtes Führungsverhalten $T_2(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ gestellt werden, so dass $T_2(s)$ mit dem im Aufgabenteil a) bestimmten $T_1(s)$ implementierbar ist?

c) Nehmen Sie an, dass $C_1(s) = K$ so gewählt ist, daß $T_1(s)$ BIBO-stabil ist. Entwerfen Sie den Regler $C_2(s)$ durch direkten Reglerentwurf so, daß $T_2(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$ realisiert wird!

d) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $\tilde{C}(s) = \frac{U_1(s)}{E_2(s)}$ (allgemein) in Abhängigkeit von $C_1(s)$, $C_2(s)$ und $G(s)$!

e) Berechnen Sie $\tilde{C}(s) = \frac{U_1(s)}{E_2(s)}$ für $C_1(s) = K$ und den von Ihnen bestimmten Regler $C_2(s)$!

f) Zeigen Sie, daß der *Standardregelkreis* mit Regler $C_2(s)$ und Strecke $T_1(s)$ intern stabil ist!
Gilt dies auch für den *Standardregelkreis* mit Regler $\tilde{C}(s)$ und Strecke $G(s)$? Begründen Sie Ihre Aussage!