Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übungsklausur 5

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz[1] nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Aufgabe 1

6 Punkte

Gegeben ist die nichtlineare Ein-/Ausgangs-Differentialgleichung:

$$\ddot{y} - 3y^3\dot{y} + 2y = u^2\,. \tag{1}$$

a) Geben Sie die stationäre Lösung $(u^\star, y^\star)$ der Differentialgleichung an!

b) Linearisieren Sie die Differentialgleichung am Betriebspunkt $(u^\star, y^\star) = (2, 2)$!

c) Stellen Sie anhand der in (b) berechneten linearisierten Differentialgleichung die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)}$ unter Annahme verschwindender Anfangsbedingungen auf!
Ist $G(s)$ BIBO-stabil? (Begründen Sie Ihre Aussage!)

Aufgabe 2

11 Punkte

Gegeben ist der Standardregelkreis mit Streckenübertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{s(s-1)(s+2)}$$

und Regler

$$C(s) = K\,\frac{s-1}{s+3}, \qquad K \in \mathbb{R}.$$

a) Geben Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ in Polynomialform an!

b) Für welche Werte von $K \in \mathbb{R}$ ist das Führungsverhalten $T(s)$ BIBO-stabil?
Welche stationäre Verstärkung hat $T(s)$ dann?

[1] In dieser Übungsklausur ist der freie Platz nicht enthalten.

c) Nehmen Sie an, dass K in dem von Ihnen bestimmten Wertebereich liegt! Bestimmen Sie die Werte der Stellgröße $u(t)$ für $t = 0$ und $t \to \infty$, wenn die Führungsgröße $r(t)$ der Einheitssprung ist!

d) Für welche Werte von $K \in \mathbb{R}$ ist der Regelkreis intern stabil? (Begründen Sie Ihre Aussage!)

Aufgabe 3

10 Punkte

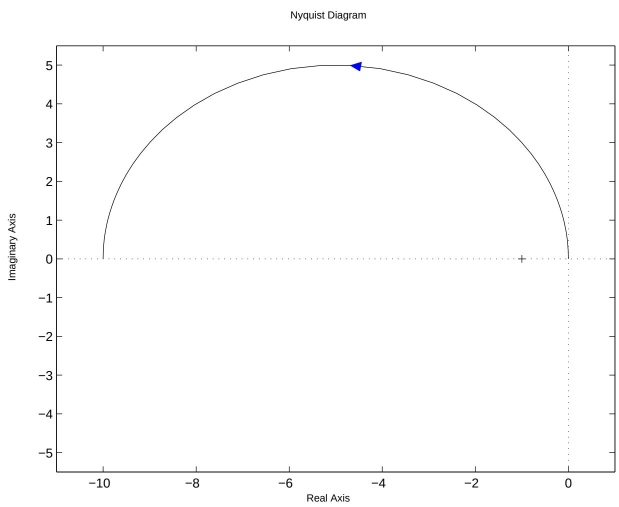
Abbildung 1 enthält die Darstellung der Ortskurve $G(j\omega)$ der Regelstrecke $G(s)$ und mehrere Bode-Diagramme. Die Ortskurve ist nur für positive Frequenzen dargestellt, der Pfeil zeigt in Richtung wachsender Frequenz.

a) Wählen Sie das zur Ortskurve in Abb. 1(a) korrespondierende Bode-Diagramm aus und begründen Sie Ihre Auswahl!
Hinweis: Betrachten Sie Betrag und Phase für $\omega \to 0$ *und* $\omega \to \infty$*!*

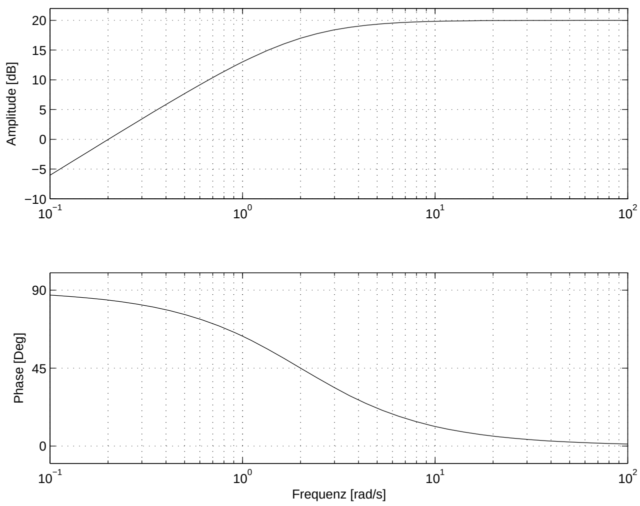
b) Betrachten Sie das von Ihnen gewählte Bode-Diagramm! Zeichen Sie die Asymptoten des Betragsfrequenzgangs ein und bestimmen Sie die Lage der Pol- und Nullstellen!
Geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ in Zeitkonstantenform an!

c) Die Regelstrecke $G(s)$ werde mit dem Regler $C(s) = K$ im Standardregelkreis betrieben.
Welche stetige Winkeländerung hat die Ortskurve $1 + L(j\omega)$ für $\omega = -\infty$ bis $\omega = \infty$, wenn $K = 1$ ist und $L(s)$ die Übertragungsfunktion der offenen Kette bezeichnet?

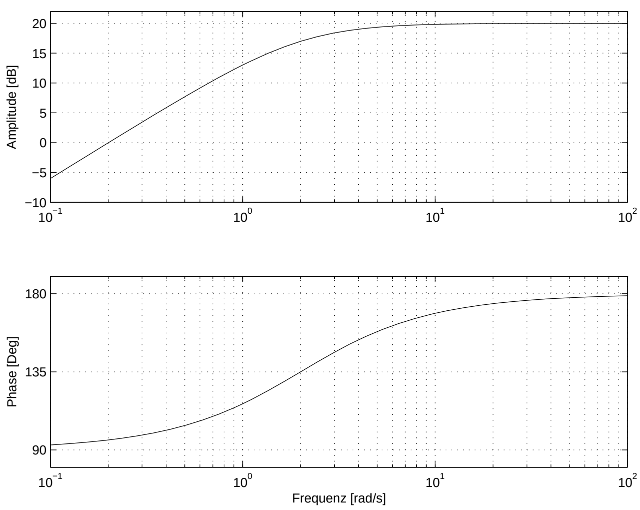
Für welche $K \in \mathbb{R}$ ist das Führungsverhalten BIBO-stabil?



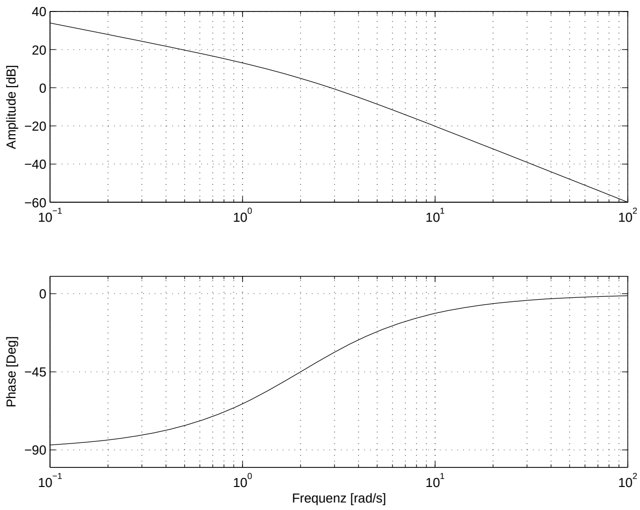
(a) Nyquist-Ortskurve einer Regelstrecke $G(s)$



(b) Bode-Diagramm 1



(c) Bode-Diagramm 2



(d) Bode-Diagramm 3

Abbildung 1: Nyquist-Ortskurve und Bode-Diagramme zur Aufgabe 3

Aufgabe 4

12 Punkte

Gegeben ist die Regelstrecke

$$G(s) = \tilde{K}\frac{1}{s\left(s+\frac{15}{\sqrt{10}}\right)\left(s+30\right)} \qquad \text{mit} \qquad \tilde{K} = \frac{450}{\sqrt{10}}.$$

Für die Strecke $G(s)$ soll im Standardregelkreis ein Regler so gefunden werden, dass die Führungssprungantwort des geschlossenen Regelkreises eine Anstiegszeit von $t_r = \frac{1}{10}[s]$ und eine Überschwingweite von $M_p = 25[\%]$ aufweist.

Für die offene Kette soll im folgenden angenommen werden, dass diese vom einfachen Typ ist. Falls es für Ihre Lösung hilfreich ist, finden Sie in Tabelle 1 die Werte der Tangens-Funktion für einige wichtige Argumente.

a) Zeigen Sie, dass die genannte Spezifikation mit einem P-Regler nicht erfüllt werden kann!

b) Entwerfen Sie einen realisierbaren PD-Regler, so dass die oben genannte Spezifikation erfüllt ist! Die Knickfrequenz des Reglerpols soll dabei 10-mal größer als die Schnittfrequenz der offenen Kette sein.

$\varphi\,[^\circ]$	$\varphi\,[rad]$	$\tan(\varphi)$
0°	0	0
$\approx 5^\circ$		$\frac{1}{10}$
$\approx 25^\circ$		$\frac{1}{2}$
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	1
$\approx 55^\circ$		$\frac{3}{2}$
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\sqrt{3}$
$\approx 70^\circ$		$\sqrt{10}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	$\pm\infty$

Tabelle 1: Wertetabelle der Tangens-Funktion

Aufgabe 5

11 Punkte

Gegeben sind die Regelstrecke $G(s)$ und der Regler $C(s)$ mit

$$G_1(s) = \frac{s-2}{s+10} \qquad \text{und} \qquad C(s) = \frac{-0,5}{s}\,.$$

a) Skizzieren Sie das Bode-Diagramm der offenen Kette $L(s) = G_1(s)C(s)$ im dem Raster in Abb. 2!

b) Ist die offene Kette $L(s)$ vom einfachen Typ? (Begründen Sie Ihre Aussage!)

c) Zeichnen Sie den Phasenrand in das Bode-Diagramm ein! Ist das Führungsverhalten im Standardregelkreis BIBO-stabil? (Begründen Sie Ihre Aussage!)

d) Betrachten Sie nun die Regelstrecke $G_1(s)$ mit einer zusätzlichen Totzeit von 2[s]! Geben Sie die Übertragungsfunktion der neuen Strecke $G_2(s)$ mit Totzeit an!

e) Skizzieren Sie das Blockschaltbild des Regelkreises mit Smith-Prädiktor für den Regler $C(s)$ und die Strecke mit Totzeit ($G_2(s)$)!

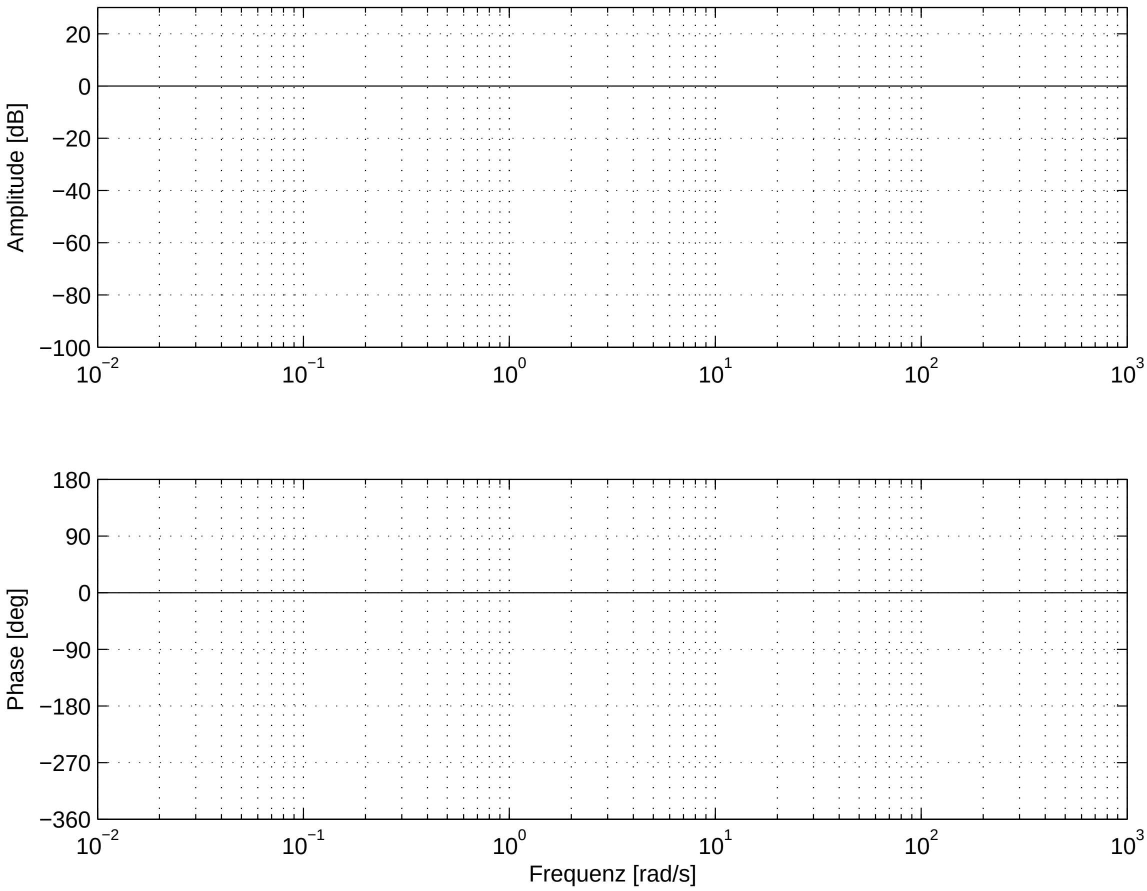


Abbildung 2: Raster für das Bode-Diagramm