Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übung 2

Sommer 2017

Aufgabe 1

Überprüfen Sie die folgenden Laplace-Transformierten für $\alpha, \omega \in \mathbb{R}, \omega > 0$ und geben Sie den jeweiligen Konvergenzbereich an.

a) $\mathcal{L}\{e^{-\alpha t}\} = \dfrac{1}{s+\alpha}$

b) $\mathcal{L}\{\alpha t\} = \dfrac{\alpha}{s^2}$

c) $\mathcal{L}\{\sin(\omega t)e^{-\alpha t}\} = \dfrac{\omega}{(s+\alpha)^2+\omega^2}$

d) $\mathcal{L}\{\cos(\omega t)\} = \dfrac{s}{s^2+\omega^2}$

Hinweis: Verwenden Sie c) und den Differentiationssatz der Laplace-Transformation.

e) $\mathcal{L}\{t\sin(\omega t)\} = \dfrac{2\omega s}{(s^2+\omega^2)^2}$

Hinweis: Verwenden Sie c) und die Analytizität der Laplace-Transformation.

Aufgabe 2

Betrachten Sie die Laplace-Transformierten aus Aufgabe 1.

Bestimmen Sie jeweils die Pole in Abhängigkeit von α, ω. Für welche Werte α, ω konvergieren die entsprechenden Zeitsignale für $t \to \infty$?

In welchen Fällen ist der Endwertsatz der Laplace-Transformation anwendbar? Betrachten Sie dabei auch den Konvergenzbereich der jeweiligen Laplace-Transformierten.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die folgenden Laplace-Transformierten $F_i(s)$. Bestimmen Sie die Originalfunktionen $f_i(t)$ durch Partialbruchzerlegung und den Resultaten aus Aufgabe 1.

Welche Pole hat $F_i(s)$ jeweils, welches Konvergenzverhalten hat $f_i(t)$? Geben Sie jeweils an, welchen Zeitsignalen die beiden Faktoren von $F_i(s)$ entsprechen.

a) $F_1(s) = \dfrac{1}{s+\alpha}\,\dfrac{1}{s}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$

b) $F_2(s) = \dfrac{1}{(s+2)^2}\,\dfrac{1}{s}$

c) $F_4(s) = \dfrac{1}{s^2+\omega^2}\,\dfrac{1}{s}$

d) $F_3(s) = \dfrac{1}{s^2+\omega^2}\,\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$