

Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übung 6

Sommer 2018

Vorbereitung

Wiederholen Sie Vorlesungs- und Übungsinhalte zu folgenden Themen:

- Standardregelkreis
- Hurwitz-Kriterium
- Zusammenhang von Ortskurve und Bodediagramm einer Übertragungsfunktion
- Kriterium von Cremer, Leonhard und Michailov
- Nyquist-Kriterium

Aufgabe 1

Gegeben ist das Polynom

$$P(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0$$

mit $s \in \mathbb{C}$, $a_i \in \mathbb{R}$ und $n = 3$. Abb. 1 zeigt die Ortskurve von P für $s = j\omega$, $\omega \in \mathbb{R}$; der Pfeil zeigt in Richtung wachsender Frequenz ω .

- Bestimmen Sie $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \arg_s(P(j\omega))$.
- Entscheiden Sie nach dem Satz von Cremer, Leonhard und Michailov, ob $P(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.
- Ermitteln Sie aus der Ortskurve den Wert des Koeffizienten a_0 . Für welche Werte von $a_0 \in \mathbb{R}$ ist $P(s)$ ein Hurwitzpolynom?
- Das Polynom werde nun mit einem Faktor $\alpha \neq 0$ multipliziert. Wie verändert der Faktor die Lage der Nullstellen bezüglich der imaginären Achse? Überprüfen Sie Ihre Aussage mit dem Satz von Cremer, Leonhard und Michailov.

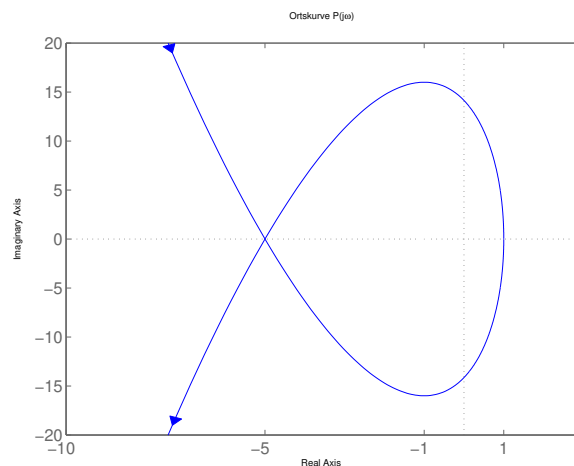


Abbildung 1: Ortskurve von $P(j\omega)$

Aufgabe 2

Gegeben ist der Standardregelkreis mit der jeweils angegebenen Übertragungsfunktion der offenen Ketten $L(s)$ sowie deren Ortskurve $L(j\omega)$.

Ist die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises für die angegebene Verstärkung K_p BIBO-stabil?

Bestimmen Sie durch Ablesen (und kurzer Rechnung) jeweils den Wertebereich $K_p > 0$, für den die Führungsübertragungsfunktion BIBO-stabil ist.

a) Übertragungsfunktion der offenen Kette:

$$L_1(s) = \frac{K_p}{s(s+1)(s+2)}$$

Für $K_p = 1$ ist die Ortskurve $L_1(j\omega)$ in Abb. 2 dargestellt.

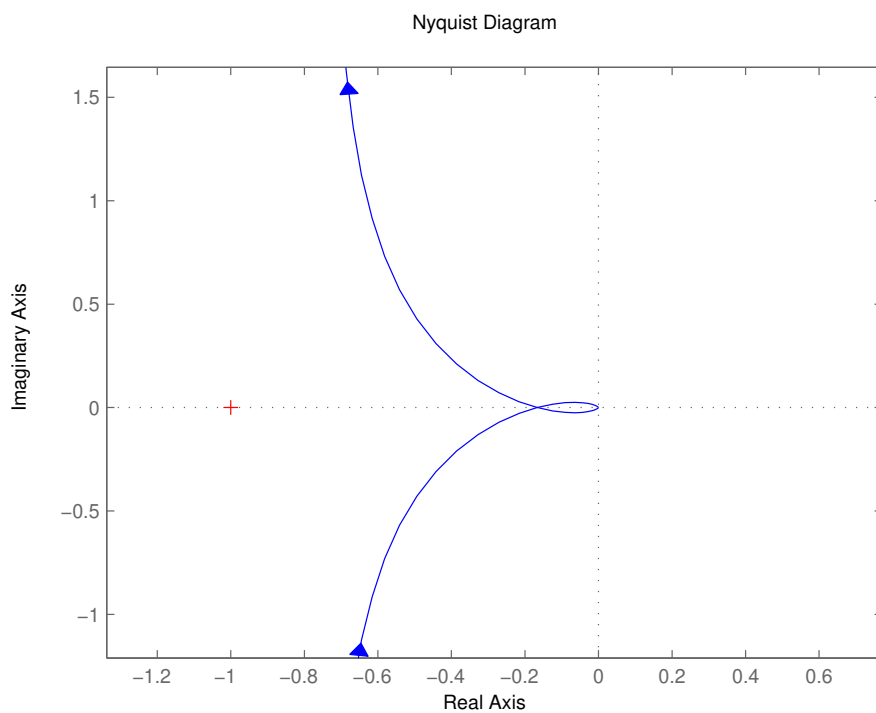


Abbildung 2: Ortskurve $L_1(j\omega)$

b) Übertragungsfunktion der offenen Kette:

$$L_2(s) = \frac{2K_p(s + 0.2)}{(s^2 + 2s + 10)(s + 4)(s^2 + 0.2s + 0.1)}$$

Für $K_p = 20$ ist die Ortskurve $L_2(j\omega)$ in Abb. 4 dargestellt.

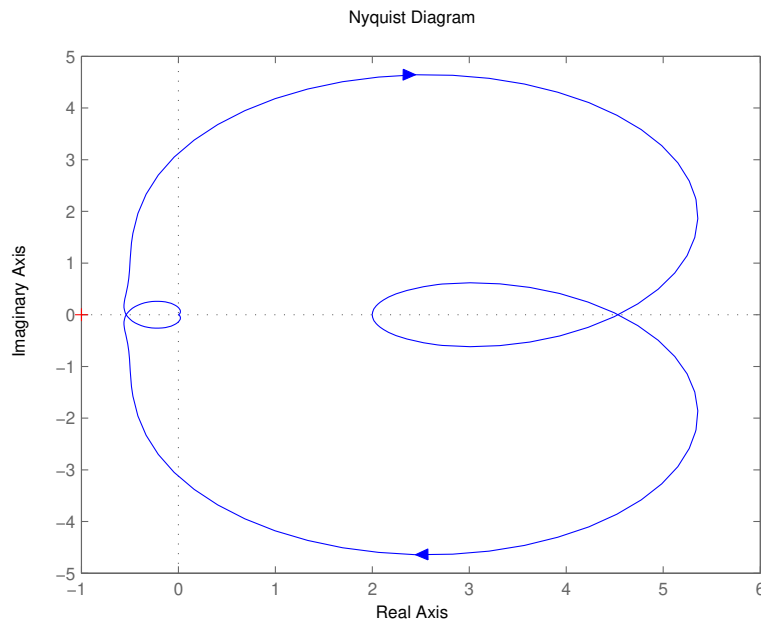


Abbildung 3: Ortskurve $L_2(j\omega)$

c) Übertragungsfunktion der offenen Kette:

$$L_3(s) = \frac{K_p(s + 24)}{(s + 3)(s + 1)(s - 0.5)}$$

Für $K_p = 0,5$ ist die Ortskurve $L_3(j\omega)$ in Abb. 4 dargestellt.

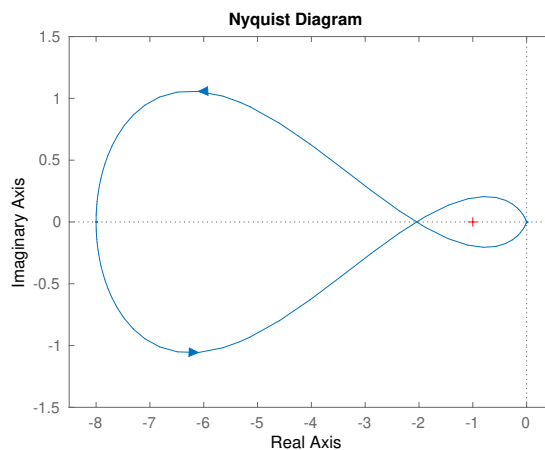


Abbildung 4: Ortskurve $L_3(j\omega)$

d) Übertragungsfunktion der offenen Kette:

$$L_4(s) = \frac{K_p}{s + 1} e^{-10s}$$

Für $K_p = 1.2$ und $\omega \geq 0$ ist die Ortskurve $L_4(j\omega)$ in Abb. 5 dargestellt.

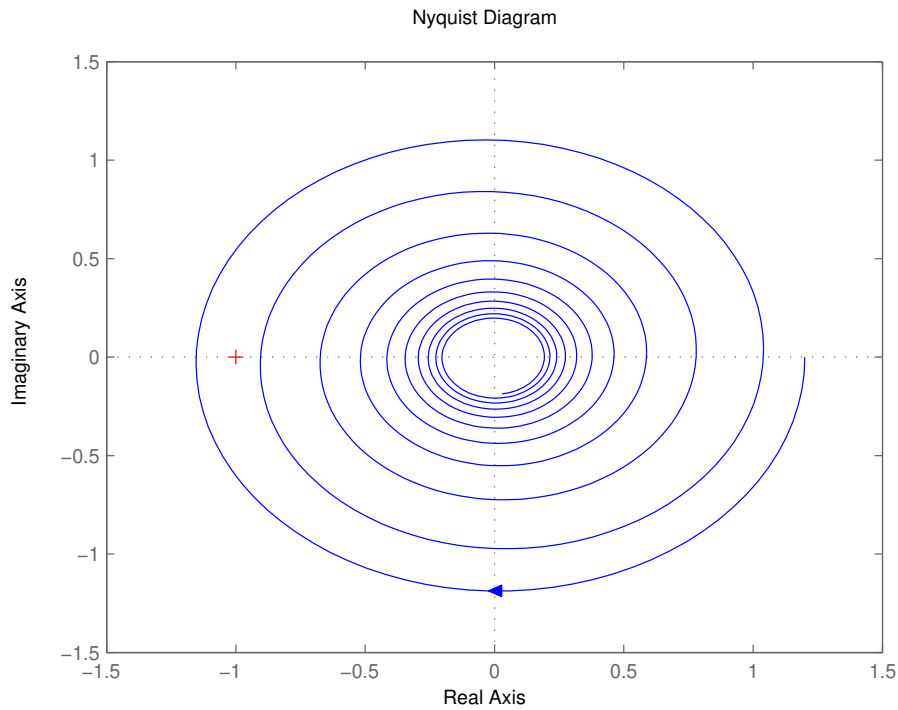


Abbildung 5: Ortskurve $L_4(j\omega)$

Aufgabe 3

Gegeben ist der Standardregelkreis mit der Regelstrecke mit Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{2}{(5s + 1)(3s + 1)(s + 1)}$$

und dem P-Regler

$$C(s) = K_p.$$

Konstruktion der Ortskurve $L(j\omega)$ der offenen Kette

- Berechnen Sie die Schnittpunkte der Ortskurve $L(j\omega)$ mit der reellen Achse in Abhängigkeit des Parameters K_p .
Hinweis: Ermitteln Sie zunächst die Frequenz ω_π , zu welcher die Kurve die reelle Achse schneidet (Imaginärteil = 0).
- Bestimmen Sie $L(j\omega_\pi)$, $\lim_{\omega \rightarrow 0} L(j\omega)$ und $\lim_{\omega \rightarrow \infty} L(j\omega)$ für $K_p = 5$. Skizzieren Sie nun die Ortskurve $L(j\omega)$.
Hinweis: Bedenken sie hierbei den Phasengang der offenen Kette, welcher durch die Übertragungsfunktion bekannt ist.

Stabilität des Führungsverhaltens¹

- Prüfen Sie die Stabilität der Führungsübertragungsfunktion für $K_p = 5$ mittels des Nyquistkriteriums.
- Bestimmen Sie mit dem Nyquist-Kriterium denjenigen Wertebereich der Verstärkung $K_p \in \mathbb{R}$, für den das Führungsverhalten BIBO-stabil ist.
- Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des Führungsverhaltens $T(s)$. Bestimmen Sie mit dem Hurwitz-Kriterium denjenigen Wertebereich der Verstärkung $K_p \in \mathbb{R}$, für den das Führungsverhalten BIBO-stabil ist.

¹Als Lernkontrolle zu Hause nachbereiten

Aufgabe 4²

Gegeben sei die offene Kette $L(s)$ bestehend aus P-Regler und T_2 -Strecke:

$$L(s) = \frac{K_p}{(s-1)(s+3)}$$

Abbildung 6 zeigt die Ortskurve $L(j\omega)$ für $K_p = 4$.

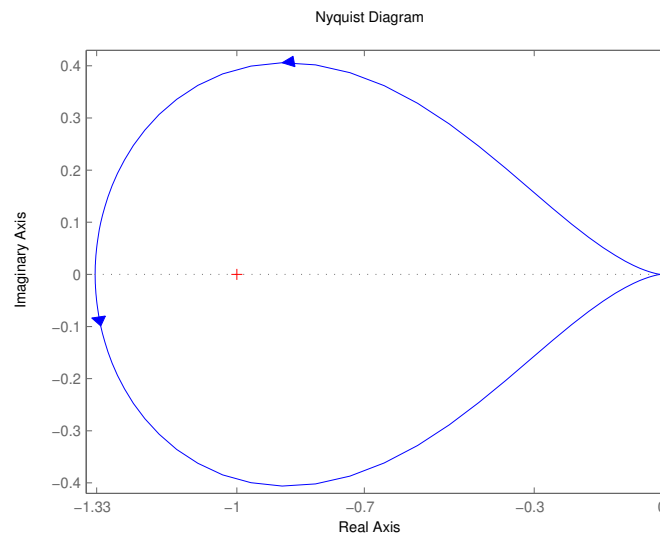


Abbildung 6: Ortskurve $L(j\omega)$ für $K_p = 4$

- Entscheiden Sie anhand des Nyquist-Kriteriums, ob das Führungsverhalten BIBO-stabil ist. Bestimmen Sie die kritische Kreisverstärkung.
- Überprüfen Sie Ihre Aussage von a) durch Anwendung des Hurwitz-Kriteriums.

²Als Lernkontrolle zu Hause nachbereiten