Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 2

Sr HU 211/212
Dienstag, den 17. 08. 2010
Beginn: 7:30 Uhr
Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ______________________

Matr.-Nr.: ______________________

Studiengang: ______________________

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
max. Punkte	9	8	10	7	9	43
erreichte Punkte						
					Note	

Aufgabe 1

9 Punkte

Die Bewegung eines Pendels unter geschwindigkeitsabhängiger Reibung kann als das folgende nichtlineare System zweiter Ordnung

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t)\\ \dot{x}_2(t) &= -c_1 x_2(t) - c_2 \sin x_1(t) + u(t)\end{aligned}$$

dargestellt werden. Dabei ist $x(t) \in \mathbb{R}^2$ der Zustandsvektor, $u(t) \in \mathbb{R}$ ein skalarer Eingang und $c_1, c_2 \geq 0$ sind reelle Konstanten.

a) Ermitteln Sie die stationären Betriebspunkte $(\tilde{x}, \tilde{u}) = (\tilde{x}, 0)$ im Bereich $-\pi < x_1 \leq \pi$.

b) Bestimmen Sie das an einem beliebigen stationären Betriebspunkt $(\tilde{x}, \tilde{u})$ linearisierte System

$$\frac{d}{dt}\Delta x(t) = A\,\Delta x(t) + B\,\Delta u(t)$$

bzgl. der Abweichungen $\Delta x := x - \tilde{x}$ und $\Delta u := u - \tilde{u}$.

c) Unter welchen Bedingungen an c_1, c_2 sind die Betriebspunkte aus a) im linearisierten System ($\Delta u \equiv 0$) asymptotisch stabil?

d) Ist das am Betriebspunkt $(\tilde{x}, \tilde{u}) = (\frac{\pi}{2}, c_2)$ linearisierte System für $\Delta u \equiv 0$ stabil bzw. asymptotisch stabil? (Fallunterscheidung)

Aufgabe 2

8 Punkte

Man betrachte das zeitkontinuierliche System

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)\,.$$

a) Bestimmen Sie das zugehörige Abtastsystem mit der äquidistanten Abtastperiode T.

Zur Vereinfachung gehen Sie nun von einem abgetasteten System der Form

$$x(i+1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x(i) + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} u(i)$$

aus.

b) Zeigen Sie, daß das abgetastete System erreichbar ist.

c) Wählen Sie den Vektor $k \in \mathbb{R}^2$ im Regelgesetz $u(i) = k^{\mathrm{T}} x(i)$ so, daß alle Eigenwerte im geschlossenen Regelkreis des zeitdiskreten Systems bei Null liegen.

   In wievielen Abtastperioden erreicht man von einem beliebigen Anfangszustand $x_0 \in \mathbb{R}^2$ aus den Ursprung $x = 0$?

Aufgabe 3

10 Punkte

Gegeben ist das System

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)\,.$$

a) Ist das System steuerbar?

b) Entwerfen Sie einen Polvorgaberegler mit Vorfilter so, daß die Eigenwerte im geschlossenen Regelkreis beide auf -1 zu liegen kommen und die Ausgangsgröße y den stationären Endwert $r = 1$ erreicht.

Nun soll auf die Messung von x_2 verzichtet und nur noch der Ausgang $y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$ gemessen werden.

c) Überprüfen Sie, ob das System beobachtbar ist.

d) Entwerfen Sie nun einen vollständigen Beobachter zur Schätzung des Zustands $x(t)$. Dabei soll die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers Eigenwerte bei -2 und -3 aufweisen.

Aufgabe 4

7 Punkte

Für das System

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

soll ein Folgeregler entworfen werden.

a) Ist das System für $u \equiv 0$ stabil bzw. asymptotisch stabil?

b) Welchen Relativgrad d hat das obige System?

c) Geben Sie ein Regelgesetz $u(t) = k^{\mathrm{T}} x(t) + v(t)$ mit $k \in \mathbb{R}^2$ und neuem Eingang v so an, daß gilt

$$y^{(d)}(t) = v(t) \,.$$

d) Weist das System eine Nulldynamik auf? Wenn ja, ermitteln Sie eine Darstellung für die Nulldynamik des Systems.

e) Für den neuen Eingang v bestimmen Sie nun ein PD-Regelgesetz so, daß der Regelfehler $e(t) = y(t) - y^\star(t)$ bzgl. der Solltrajektorie $y^\star(t) = \cos(t)$ asymptotisch stabil dem Regelfehler $e = 0$ zustrebt.

Aufgabe 5

9 Punkte

Gegeben ist das lineare MIMO-System

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} x(t)\,.$$

a) Zeigen Sie, daß das System (statisch) entkoppelbar ist.

b) Berechnen Sie geeignete Matrizen K und F für eine Zustandsrückführung

$$u(t) = K\,x(t) + F\,r(t)$$

so, daß gilt: $y_i^{(d_i)}(t) = r_i(t),\ i = 1, 2.$