Fachgebiet Regelungstechnik
Leiter: Prof. Dr.-Ing. Johann Reger

TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU

Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 2

Audimax
Mittwoch, den 15. 02. 2017
Beginn: 12.00 Uhr
Bearbeitungszeit: 120 Minuten

Modalitäten

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen sowie Kopien der Vorlesungs- und Übungsunterlagen sowie Übungsklausuren zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen Zusatzblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Studiengang: ____________________

Aufgabe	1	2	3	4		Σ
max. Punkte	14	16	13	15		58
erreichte Punkte						
					Note	

Aufgabe 1

14 Punkte

Gegeben sei das zeitkontinuierliche lineare System

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} -(p+1) & -(p+9) & 9 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

und Parameter $p \in \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Hurwitz-Kriteriums den Bereich der Parameterwerte von p, für welche das System asymptotisch stabil ist.

b) Welche Stabilitätsaussage lässt sich mit dem Hurwitz-Kriterium für den Fall $p = 0$ herleiten?

c) Ein Eigenwert von A ist $\lambda_1 = -1$. Bestimmen Sie die verbleibenden Eigenwerte in Abhängigkeit des Parameters p.

d) Welche Eigenwerte von A ergeben sich für $p = 0$? Untersuchen Sie für diesen Fall die Stabilität des Systems.

Aufgabe 2

16 Punkte

Betrachten Sie das zeitdiskrete System

$$x(i+1) = A\,x(i) \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}, \quad x(0) = x_0\,.$$

a) Bestimmen Sie die Jordansche Normalform J der Matrix A.

b) Berechnen Sie die Transformationsmatrix $T \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, welche mittels $x(i) = T\,z(i)$ das System in $z(i+1) = J\,z(i)$ überführt.

c) Wie lautet die Lösung in z-Koordinaten? Untersuchen Sie die Stabilität anhand der Lösung des Systems.

d) Wie lautet die Lösung in x-Koordinaten? Zeigen Sie, dass diese Lösung reellwertig ist.

Hinweis: Es gilt $\sin x = \dfrac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$ und $\cos x = \dfrac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$.

e) Betrachten Sie das System wieder in x-Koordinaten. Stellen Sie das System für den Fall dar, dass nur jeder k-te Abtastschritt erfasst wird. Das heisst, bestimmen Sie $Q \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, so dass

$$y(i+1) = Q\,y(i) \quad \text{mit} \quad y(i) = x(k\,i)\,, \quad i = 0, 1, 2, \ldots$$

Aufgabe 3

13 Punkte

Ein System

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A\,x(t) + B\,u(t) \\ y(t) &= C\,x(t) \end{aligned}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

soll mit einem Regler der Form

$$u(t) = k^\top x(t) + K_\mathrm{I} \int_0^t r - y(\tau)\, d\tau, \quad k \in \mathbb{R}^2,\ K_\mathrm{I} \in \mathbb{R}$$

am Ausgang y auf die konstante Referenz r geregelt werden.

a) Bestimmen Sie das um den Integriererzustand erweiterte System im geschlossenen Regelkreis.

b) Zeigen Sie, dass die Dynamikmatrix im geschlossenen Regelkreis über k und K_I mit beliebigen Eigenwerten versehen werden kann.

Prüfen Sie diese Aussage, indem Sie die Eigenwerte $\lambda_{1,2,3} = -1$ aufprägen. Wie lauten die zugehörigen Parameter k und K_I ?

Das Stellsignal sei nun mit einer konstanten, eingangsseitigen Störung d beaufschlagt, d.h. es gelte

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A\,x(t) + B(u(t) + d) \\ y(t) &= C\,x(t) \end{aligned}$$

wobei die Reglerparameter im Regelgesetz für u vom Aufgabenteil b übernommen seien.

c) Bestimmen Sie den stationären Wert von y, d.h. $y_\infty = \lim_{y \to \infty} y(t)$, im geregelten System. Hat die konstante Störung darauf einen Einfluss?

Aufgabe 4 **15 Punkte**

Ein zeitdiskretes System habe die Form

$$\begin{aligned} x(i+1) &= A\,x(i) + B\,u(i) \\ y(i) &= C\,x(i) \end{aligned}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Ist das freie System ($u \equiv 0$) stabil?

b) Zeigen Sie, dass das System beobachtbar ist.

c) Berechnen Sie mit Hilfe der Formel von Ackermann einen Zustandsbeobachter so, dass die Eigenwerte der Beobachterfehlerdynamik bei $1/2$ und $1/4$ liegen.

d) Bestimmen Sie einen Zustandsregler $u(i) = k^\top x(i)$, der das System stabilisiert.

   Hinweis: Nutzen Sie die Symmetrie des Systems.