Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 2

Helmholtz-Hörsaal

Dienstag, den 17. 09. 2019

Beginn: 16.30 Uhr

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

Modalitäten

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen sowie Kopien der Vorlesungs- und Übungsunterlagen sowie Übungsklausuren zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen Zusatzblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ______________________________

Matr.-Nr.: ______________________________

Studiengang: ______________________________

Aufgabe	1	2	3	4		Σ
max. Punkte	14	10	13	17		54
erreichte Punkte						
					Note	

Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 2

Aufgabe 1

14 Punkte

Gegeben sei das nichtlineare, zeitvariante System $\dot{x} = f(t, x, u)$ mit

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \frac{2 + x_2}{2 + \cos(t)} u - 2 \\ \dot{x}_2 &= \sin(t)\left(x_2^2 - x_1^2\right) - 2\cos(t)\, x_1 x_2\end{aligned}$$

und eine Referenztrajektorie $(\tilde{x},\, \tilde{u})$ der Form

$$\begin{aligned}\tilde{x}_1 &= \sin(t) \\ \tilde{x}_2 &= \cos(t) \\ \tilde{u} &= \cos(t) + 2\end{aligned}$$

a) Zeigen Sie, dass die Referenztrajektorie $(\tilde{x},\, \tilde{u})$ die Systemgleichungen erfüllt.

b) Bestimmen Sie die Linearisierung des Systems entlang der Referenztrajektorie $(\tilde{x},\, \tilde{u})$, d.h. für

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Delta x = A(t)\Delta x + B(t)\Delta u$$

berechnen Sie

$$A(t) = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x=\tilde{x}(t), u=\tilde{u}(t)} \qquad \text{und} \qquad B(t) = \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{x=\tilde{x}(t), u=\tilde{u}(t)} .$$

Ist die Linearisierung zeitinvariant?

c) Ist die Linearisierung steuerbar?

d) Bestimmen Sie eine Zustandsrückführung $\Delta u = k^\top \Delta x$ so, dass das System entlang der Referenztrajektorie stabilisiert wird und einen doppelten Eigenwert bei $\lambda_{1,2} = -1$ aufweist.

e) Geben Sie ein Regelgesetz $u = u(x, t)$ an, welches das nichtlineare, zeitvariante System entlang der vorgegebenen Trajektorie stabilisiert.

Hinweis: Hierzu ist keine weitere Rechnung notwendig.

Aufgabe 2

10 Punkte

Betrachten Sie die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s+1}{s^2+s+0{,}25},$$

d.h. es gilt $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ bzgl. Eingangsgröße $u(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\, U(s)$ und Ausgangsgröße $y(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\, Y(s)$.

Dabei wird die Eingangsgröße u über ein Filter gemäß

$$U(s) = \frac{1}{sT+1} V(s)$$

mit $v(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\, V(s)$ in das System eingespeist ($T > 0$).

a) Bestimmen Sie eine steuerbare Realisierung für die Übertragungsfunktion $G(s)$. Welche Ordnung hat diese Realisierung?

b) Geben Sie eine steuerbare Realisierung für das Gesamtsystem mit Eingang V und Ausgang Y an. Welche Ordnung hat das Gesamtsystem?

c) Für welche T ist das System aus b) nicht beobachtbar?

Aufgabe 3

13 Punkte

Prüfen Sie die Paare (A, B) in *(i)*–*(v)* sowie das System mit gegebener Transitionsmatrix e^{At} in *(vi)* auf Steuerbarkeit und begründen Sie Ihre Ergbenisse.

(i) $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

(ii) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(iii) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

(iv) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

(v) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

(vi) $e^{At} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2}(e^{2t} - 1) \\ 0 & e^{2t} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Hinweis: Für Teilaufgabe *(v)* bietet es sich nicht an, die Steuerbarkeitsmatrix zu berechnen.

Aufgabe 4

17 Punkte

Gegeben sei das MIMO-System

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 5 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} x(t)$$

a) Bestimmen Sie den Vektorrelativgrad $d = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 \end{pmatrix}$ des Systems.

b) Zeigen Sie, dass das System statisch entkoppelbar ist.

c) Mit dem Entkopplungsregelgesetz $u(t) = K\,x(t) + F\,r(t)$ soll das System in die Form

$$y_1^{(d_1)}(t) = r_1(t) \qquad\qquad y_2^{(d_2)}(t) = r_2(t)$$

mit $r^\top(t) = \begin{pmatrix} r_1(t) & r_2(t) \end{pmatrix}$ überführt werden. Bestimmen Sie die Matrizen K und F.

d) Bestimmen Sie Konstanten c_1, c_2 und c_3 im Regelgesetz

$$r_1(t) = c_1 y_1(t) \qquad\qquad r_2(t) = c_2 \dot{y}_2(t) + c_3 y_2(t)$$

so, dass der Eigenwert bzgl. y_1 bei -5 und die Eigenwerte bzgl. y_2 (mehrfach) bei -1 zu liegen kommen.

e) Geben Sie die Nulldynamik des Gesamtsystems im geschlossenen Regelkreis an. Ist dieses Gesamtsystem asymptotisch stabil?