Fachgebiet Regelungstechnik
Leiter: Prof. Dr.-Ing. Johann Reger

TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU

Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 2

Audimax und Humboldt-Hörsaal

Dienstag, den 21. 09. 2021

Beginn: 16.30 Uhr

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

Modalitäten

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen sowie Kopien der Vorlesungs- und Übungsunterlagen sowie Übungsklausuren zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen Zusatzblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ______________________

Matr.-Nr.: ______________________

Studiengang: ______________________

Aufgabe	1	2	3	4		Σ
max. Punkte	14	12	15	10		51
erreichte Punkte						
					Note	

Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 2

Aufgabe 1 **14 Punkte**

Gegeben sind Systemmatrizen A für ein zeitkontinuierliches LTI-System der Form $\dot{x}(t) = Ax(t)$.

a) Sind die folgenden Systeme asymptotisch stabil?

$$\text{i)}\ A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & -1 \\ 2 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{ii)}\ A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & -12 \\ 0 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{iii)}\ A = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -5 & 0 \\ 0 & 5 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

b) Sind die folgenden Systeme stabil, asymptotisch stabil oder instabil?

$$\text{iv)}\ A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \qquad \text{v)}\ A = \begin{pmatrix} -9 & 0 & 8 & 0 \\ 10 & -14 & 18 & -10 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 25 & 0 & -16 & 4 \end{pmatrix}$$

Hinweis: Nutzen Sie bei Teilaufgabe a) gegebenenfalls das Hurwitz-Kriterium.

Aufgabe 2

12 Punkte

Gegeben ist das zeitkontinuierliche System

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t) \tag{1}$$

$$y(t) = C\,x(t) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix} x(t) \tag{2}$$

mit $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$. Betrachten Sie nun den zeitdiskreten Fall. Der Eingang $u(t)$ kann nur alle $T_\mathrm{a} = 1.$ einen neuen konstanten Wert annehmen.

a) Bestimmen Sie die homogene Lösung des zeitkontinuierlichen Systems (1).

b) Berechnen Sie die Dynamik- und Eingangsmatrix A_d bzw. B_d des abgetasteten Systems (1).

Der Sensor zur Messung des Ausgangs arbeitet nun mit einer Abtastrate von $T_\mathrm{s} = 2T_\mathrm{a}$ so, dass sich die folgende Messgleichung ergibt:

$$\bar{y}(i\,T_\mathrm{s}) = C\,x(2T_\mathrm{a}\,i).$$

Damit eine Regelung dennoch die Möglichkeiten des schnelleren Aktuators ausnutzen kann, wird eine erweiterte, vektorielle (zeitdiskrete) Eingangsgröße

$$\bar{u}(iT_\mathrm{s}) := \begin{pmatrix} u(2iT_\mathrm{a}) \\ u((2i+1)T_\mathrm{a}) \end{pmatrix}$$

eingeführt.

c) Bestimmen Sie mit dem erweiterten Eingang $\bar{u}(i)$ das Abtastsystem bezüglich der Abtastzeit T_s

$$\begin{aligned} \bar{x}(i+1) &= \bar{A}_\mathrm{d}\bar{x}(i) + \bar{B}_\mathrm{d}\bar{u}(i) \\ \bar{y}(i) &= \bar{C}_\mathrm{d}\bar{x}(i) + \bar{D}_\mathrm{d}\bar{u}(i), \end{aligned}$$

d.h. die Matrizen $\bar{A}_\mathrm{d}$, $\bar{B}_\mathrm{d}$, $\bar{C}_\mathrm{d}$ und $\bar{D}_\mathrm{d}$.

Aufgabe 3

15 Punkte

Gegeben ist das folgende nichtlineare System

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2^2 - 1 - u^2\\ \dot{x}_2 &= -6x_1 - 6x_2 + 2x_3\\ \dot{x}_3 &= 2(u - x_1)\\ y &= x_1 x_2^2 - u^3\end{aligned},$$

wobei $x(t) \in \mathbb{R}^3$ der Zustand, $u(t) \in \mathbb{R}$ der Eingang und $y(t) \in \mathbb{R}$ der Ausgang sind.

a) Bestimmen Sie die stationären Betriebspunkte (x^*, u^*) des Systems für $y^* = 0$.

b) Untersuchen Sie die Stabilität der in a) ermittelten Betriebspunkte.

c) Berechnen Sie die Systemmatrizen A, B, C, D des am stabilen Betriebspunkt linearisierten Systems

$$\begin{aligned}\Delta\dot{x} &= A\,\Delta x + B\,\Delta u\\ \Delta y &= C\,\Delta x + D\,\Delta u\end{aligned}.$$

d) Überprüfen Sie die Steuerbarkeit des Systems aus c).

e) Bestimmen Sie für eine Steuerung der Form $\Delta u = g\,r$ das Vorfilter $g \in \mathbb{R}$ so, dass $\lim\limits_{t\to\infty} \Delta y(t) = r$.

f) Erläutern Sie, warum die Vorgabe einer Referenz von $r \gg 0$ an einem realen System generell problematisch ist.

Aufgabe 4

10 Punkte

Betrachten Sie das System

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A\,x + B\,u + G\,g \\ y &= C\,x \end{aligned} \qquad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},\; B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\; G = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\; C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mit Zustand $x(t) \in \mathbb{R}^3$, Stellgröße $u(t) \in \mathbb{R}^2$, $g \in \mathbb{R}^2$ eine bekannte konstante Störung und Ausgang $y(t) \in \mathbb{R}^2$.

a) Bestimmen Sie den Vektorrelativgrad $d = (d_1,\ d_2)$ des Systems bzgl. des Eingangs u. Ist das System statisch entkoppelbar?

b) Geben Sie für u in Abhängigkeit von x und g ein entkoppelndes Regelgesetz an, so dass für die Zeitableitungen der Ausgangskomponenten $y_1^{(d_1)} = v_1$ und $y_2^{(d_2)} = v_2$ gilt.

c) Wählen Sie v_1 und v_2 in Abhängigkeit von x so, dass die beiden entkoppelten Teilsysteme im geschlossenen Regelkreis ausschließlich Eigenwerte bei -1 aufweisen.