Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 2

Hörsaal 2
Freitag, den 14. 02. 2014
Beginn: 17.00 Uhr
Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Modalitäten

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen sowie Kopien der Vorlesungs- und Übungsunterlagen zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ______________________

Matr.-Nr.: ______________________

Studiengang: ______________________

Aufgabe	1	2	3	4		Σ
max. Punkte	32	23	19			74
erreichte Punkte						
					Note	

Aufgabe 1

32 Punkte

Gegeben sei ein nichtlineares System mit Zustandsgleichung

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_2(t) + 5\,u_1(t)\\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) - x_2(t) - x_3(t)u_2(t)\\ \dot{x}_3(t) &= -x_4(t) + x_2(t)u_2(t)\\ \dot{x}_4(t) &= x_3(t) - x_4(t)\end{aligned}$$

und Ausgangsgleichung

$$\begin{aligned}y_1(t) &= x_2(t)\\ y_2(t) &= x_4(t)\end{aligned}$$

a) Ermitteln Sie alle stationären Zustände $\tilde{x}_1, \tilde{x}_3$ und Eingangssignale $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2$ in Abhängigkeit der Vorgabe von $\tilde{x}_2$ und $\tilde{x}_4$.

b) Zeigen Sie, daß $(\tilde{x}, \tilde{u})$ mit $\tilde{x}^{\mathrm{T}} = (\frac{5}{2},\ 2,\ 1,\ 1)$ und $\tilde{u}^{\mathrm{T}} = (\frac{2}{5},\ \frac{1}{2})$ ein stationärer Betriebspunkt ist. Ermitteln Sie die Systemmatrizen A, B, C und D des an diesem Betriebspunkt linearisierten Systems

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\Delta x(t) &= A\,\Delta x(t) + B\,\Delta u(t)\\ \Delta y(t) &= C\,\Delta x(t) + D\,\Delta u(t)\end{aligned}$$

mit den Abweichungsgrößen $\Delta x(t) = x(t) - \tilde{x}$, $\Delta u(t) = u(t) - \tilde{u}$ und $\Delta y(t) = y(t) - \tilde{y}$.

c) Zeigen Sie mit dem Hurwitz-Kriterium, daß das freie System $\frac{d}{dt}\Delta x(t) = A\,\Delta x(t)$ asymptotisch stabil ist.

d) Zeigen Sie mit dem Kalmanschen Rangkriterium, daß das linearisierte System steuerbar und beobachtbar ist.

f) Ist das linearisierte System statisch entkoppelbar?

Hinweis: Bestimmen Sie die Steuerbarkeits- bzw. Beobachtbarkeitsmatrix nur soweit wie nötig!

Aufgabe 2 **23 Punkte**

Man betrachte das folgende eingangsfreie System

$$\dot{x}(t) = A\,x(t), \qquad y(t) = C\,x(t)$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie die Eigenwerte und (Rechts-)eigenvektoren der Dynamikmatrix A.

b) Zeigen Sie, daß kein (Rechts-)eigenvektor auf C senkrecht steht. Ist das System beobachtbar?

c) Entwerfen Sie einen Beobachter zur Schätzung des Zustands. Legen Sie den Beobachter so aus, daß die Eigenwerte der Beobachterfehlerdynamik des Beobachterfehlers $e = \hat{x} - x$ alle bei -2 liegen. Geben Sie das resultierende Beobachtersystem an.

d) Berechnen Sie die erste Komponente des stationären Schätzfehlers, $\lim_{t\to\infty} e_1(t)$, wenn gilt

$$y(t) = C\,x(t) + d\,,$$

d.h. wenn der gemessene Ausgang mit $d \in \mathbb{R}$ gestört wird?

Aufgabe 3

19 Punkte

Gegeben ist ein vereinfachtes Zustandsraummodell für einen von einem Tiefsetzsteller getriebenen Gleichstrommotor:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A\,x(t) + B\,u(t) \\ y(t) &= C\,x(t) \end{aligned}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

Dabei ist x_1 der Spulenstrom und x_2 die Kondensatorspannung des Tiefsetzstellers, x_3 ist die Winkelgeschwindigkeit des Motors und u die Stellgröße.

a) Ist das System steuerbar?

b) Ist y ein flacher Ausgang? Hat das System nicht-minimalphasige Nullstellen?

c) Bestimmen Sie $k \in \mathbb{R}^3$ für einen Zustandsregler $u = k^\mathrm{T} x$ so, daß die Dynamik im geschlossenen Regelkreis den dreifachen Eigenwert -1 hat. Welcher Wert $\lim_{t\to\infty} y(t)$ wird damit eingeregelt?

d) Legen Sie reelle Konstanten f und r für einen Zustandsregler der Form $u = k^\mathrm{T} x + fr$ so fest, daß für den Ausgang stationär $\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$ gilt.

Sei der Motor nun mit einem Lastmoment beaufschlagt, d.h. es gelte $d^\mathrm{T} = (0,\ 0,\ 1)$ mit

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A\,x(t) + B\,u(t) + d \\ y(t) &= C\,x(t) \end{aligned}$$

und A, B, C wie oben.

e) Wie müssen Sie r im Regelgesetz nach Teilaufgabe d wählen, um stationär den Einfluß von d zu unterdrücken bzw. $\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$ zu garantieren?