Probeklausur: Regelungs- und Systemtechnik 3

Sommer 2016

Hörsaal 2

Donnerstag, den 11. 08. 2016

Beginn: 10.00 Uhr

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen sowie Kopien der Vorlesungs- und Übungsunterlagen zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Studiengang: ____________________

Abgabe: ______

Zusatzblätter: ____

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
max. Punkte	X	X	X	X	X	XX
erreichte Punkte						
					Note	

Aufgabe 1

Gegeben sei das lineare, zeitinvariante MIMO-System

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \quad x(0) = x_0 \\ y &= Cx\end{aligned}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie die Steuerbarkeitsmatrix R.

b) Bestimmen Sie die Steuerbarkeitsindizes μ_1 und μ_2 sowie die zugehörige Matrix $\bar{R}$.

c) Transformieren Sie das System auf Regelungsnormalform.

d) Berechnen Sie die Übertragungsmatrix $G(s)$.

Mit Hilfe der Regelungsnormalform soll nun ein Zustandsregler $u = K\,x$ entworfen werden.

e) Bestimmen Sie die Rückführmatrix K so, daß die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bei $\lambda_1 = -2, \lambda_2 = -3, \lambda_3 = -4$ zu liegen kommen.

f) Entwerfen Sie das Vorfilter F im erweiterten Regelgesetz $u = K\,x + F\,y^\star$ so, daß

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = y^\star$$

für einen beliebigen Sollwert $y^\star \in \mathbb{R}^2$ erfüllt ist.

Betrachten Sie nun einen Ausgang der Form $\bar{y} = \bar{C}\,x$ mit

$$\bar{C} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

g) Entsprechend den oberen Betrachtungen, mit K aus Teilaufgabe e, sei wieder

$$\lim_{t\to\infty} \bar{y}(t) = y^\star$$

für einen beliebigen Sollwert $y^\star \in \mathbb{R}^2$ gefordert. Können Sie diese Forderung erfüllen?

Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 1

Aufgabe 2

Betrachten Sie nun die Übertragungsmatrix

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+2} \\ \frac{1}{s+2} & \frac{1}{s+1} \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie auch hierfür die Smith-McMillan Form.

b) Geben Sie den normalen Rang von $G(s)$ an.

c) Bestimmen Sie die Pole und Nullstellen von $G(s)$.

d) Welchen Rang hat $G(-\frac{3}{2})$? Welchen Effekt auf das Übertragungsverhalten darf man erwarten?

Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 2

Aufgabe 3

Gegeben sind die folgenden Übertragungsfunktionen:

$$G_1(s) = \frac{1}{s-1}, \quad G_2(s) = e^{s\tau}, \tau \in \mathbb{R}, \quad G_3(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+2} \\ \frac{1}{s+2} & \frac{1}{s+1} \end{pmatrix}.$$

Liegen die Funktionen in $\mathcal{L}_2(j\mathbb{R})$ und $\mathcal{H}_2$? Berechnen Sie jeweils die $\mathcal{H}_2$-Norm $\|G_i\|_2$ für $i = 1, 2, 3$, sofern die Norm existiert, .

Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 3

Aufgabe 4

Gegeben sei die algebraische Riccati-Gleichung

$$XA + A^{\mathrm{T}}X + XRX + Q = 0,$$
$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \; R = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \; Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie die Lösung X und zeigen Sie, daß die Matrix $A + R\,X$ Hurwitz ist.

Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 4

Aufgabe 5

Betrachten Sie das Blockschaltbild in Abbildung 1, welches aus der Strecke G, dem Regler K und den

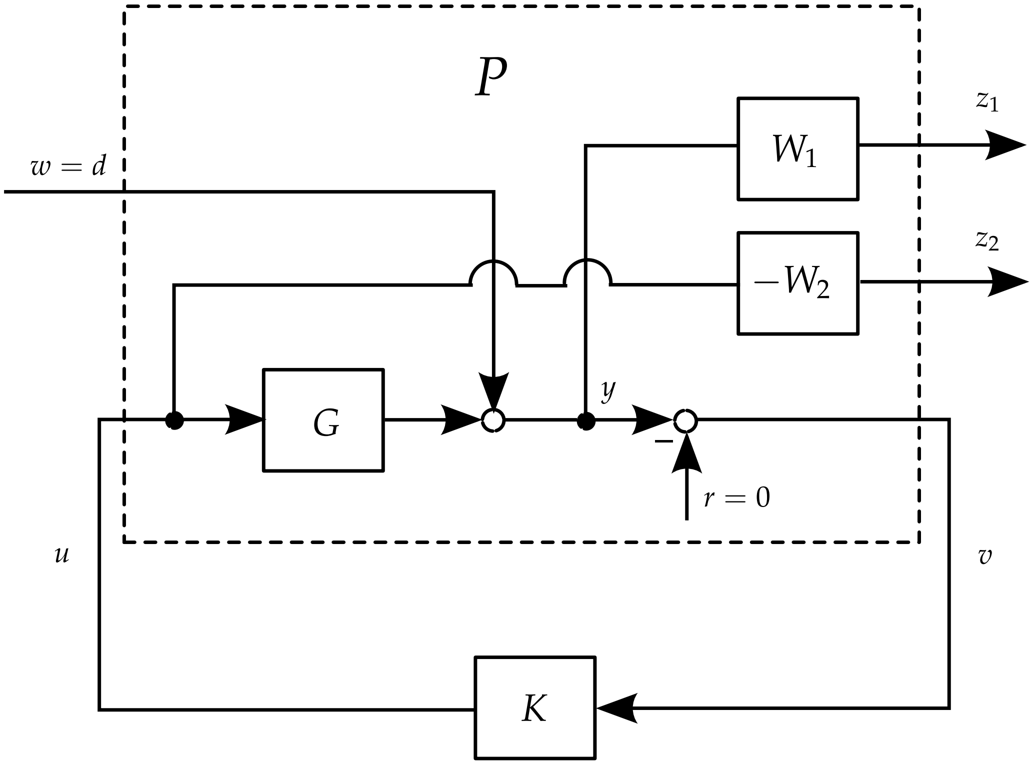

Abbildung 1: Regelkreis

Wichtungsmatrizen W_1, W_2 der Ausgänge besteht. Weiterhin haben Sie die exogenen Eingänge $w = d$ (Störung) und die exogenen Ausgänge $z_1 = W_1 y$, $z_2 = -W_2 u$ gegeben.

a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion T_{zw}, d.h. von Signal d zu Signal z.

b) Welche Regelungsziele werden durch die Minimierung von $\|T_{zw}\|_\infty$ mit Hilfe des Reglers K erreicht?

Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 5