Fachgebiet Regelungstechnik
Leiter: Prof. Dr.-Ing. Johann Reger

TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU

Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 3/ Regelung mechatronischer Systeme

Sommer 2016

Hörsaal 2

Donnerstag, den 11. 08. 2016

Beginn: 10.00 Uhr

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen sowie Kopien der Vorlesungs- und Übungsunterlagen zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Studiengang: ____________________

Abgabe: ________

Zusatzblätter: _____

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
max. Punkte	12	10	11	8	14	55
erreichte Punkte						
					Note	

Aufgabe 1

Punkte 12

Sei

$$G_a(s) = \frac{1}{s+a}$$

mit beliebigem $a > 0$.

a) Bestimmen Sie $\|G_a\|_2$ und $\|G_a\|_\infty$.

b) Zeigen Sie, daß für beliebige $a, b > 0$ gilt:

$$\|G_a\, G_b\|_\infty \leq \|G_a\|_\infty\, \|G_b\|_\infty$$

c) Gilt diese Beziehung auch bzgl. der $\mathcal{H}_2$-Norm, d.h. ist die Ungleichung

$$\|G_a\, G_b\|_2 \leq \|G_a\|_2\, \|G_b\|_2$$

für beliebige $a, b > 0$ erfüllt?

Hinweis: Verwenden Sie die Beziehung $\dfrac{1}{(\omega^2+a^2)(\omega^2+b^2)} = \dfrac{1}{b^2-a^2}\left(\dfrac{1}{\omega^2+a^2} - \dfrac{1}{\omega^2+b^2}\right)$.

Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 1

Aufgabe 2 **Punkte 10**

Gegeben sei die Zustandsgleichung

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u\,.$$

a) Hat die algebraische Riccati-Gleichung

$$XA + A^\top X - XBB^\top X + C^\top C = 0$$

bzgl. $C = (0\ \ 1)$ eine positiv-semidefinite Lösung X? Ist sie sogar positiv definit?

b) Sei $u(t) = -B^\top X\, x(t)$. Ist der Ursprung des mit diesem Zustandsregler geschlossenen Regelkreises asymptotisch stabil?

Hinweis: Zur Beantwortung der Fragen müssen Sie die Riccati-Gleichung *nicht* lösen.

Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 2

Aufgabe 3 **Punkte 11**

Die Regelstrecke zweiter Ordnung

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

soll mit einem P-Reger, d.h. $U(s) = k\,Y(s)$ mit $k \in \mathbb{R}$ geregelt werden.

a) Bestimmen Sie $S_i(s) = \dfrac{G(s)}{1 + G(s)k}$, d.h. die Sensitivität für eingangsseitige Störungen.

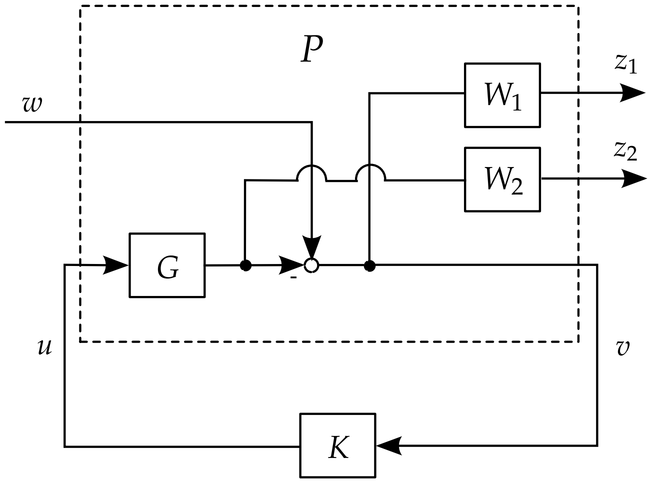
b) Für welche k existiert die $\mathcal{H}_\infty$-Norm von S_i ? Berechnen Sie ggf. die $\mathcal{H}_\infty$-Norm von S_i.

c) Sei das eingangsseitige Störsignal nun im speziellen sinusförmig. Für welche Frequenz ω_{max} wird am Ausgang der geregelten Strecke die maximale Amplitudenverstärkung erreicht? Für welchen Wert von k wird diese Frequenz zu null?

Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 3

Aufgabe 4 **Punkte 8**

Betrachten Sie das folgende Blockschaltbild:



Sowohl G und K als auch W_1 und W_2 seien dabei SISO-Übertragungsfunktionen.

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion T_{zw} von Signal w zu Signal z, wobei $z^{\mathrm{T}} = (z_1\ z_2)$.

b) Welches Regelungsziel soll durch die Minimierung von $\|T_{zw}\|_\infty$ mit Hilfe des Reglers K erreicht werden?

Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 4

Aufgabe 5

Punkte 14

Sie haben die gebrochenrationale Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{2(s+1)(s+2)} \begin{pmatrix} s-1 & s \\ -6 & s-2 \end{pmatrix}$$

gegeben.

a) Ist $G(s)$ durchgriffsfrei? Ist $G(s)$ BIBO-stabil?

b) Bestimmen Sie die Smith-McMillan-Form von $G(s)$.

c) Bestimmen Sie die Nullstellen und Pole von $G(s)$ sowie deren Vielfachheiten.

d) Welche Systemordnung hat eine zugehörige Minimalrealiserung?

Weiterer Raum zum Lösen von Aufgabe 5