Fachgebiet Regelungstechnik
Leiter: Prof. Dr.-Ing. Johann Reger

TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU

Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 3/ Regelung mechatronischer Systeme

Sommer 2017

Hörsaal 2

Montag, den 14. 08. 2017

Beginn: 10.00 Uhr

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen, Kopien der Vorlesungs- und Übungsunterlagen sowie Übungsklausuren zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen Zusatzblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________ Abgabe: ________

Studiengang: ____________________ Zusatzblätter: ____

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
max. Punkte	10	30	16	14	10	80
erreichte Punkte						
					Note	

Aufgabe 1 **10 Punkte**

Ein Zustandsraummodell ist gegeben als

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x(t)\end{aligned}$$

mit passenden Dimensionen für Eingang u, Zustand x und Ausgang y.

a) Bestimmen Sie eine Basis des steuerbaren Unterraums. Welche Moden sind steuerbar?

b) Bestimmen Sie eine Basis des beobachtbaren Unterraums. Welche Moden sind beobachtbar?

c) Kann das System mit einer Ausgangsrückführung stabilisiert werden?

Aufgabe 2 **30 Punkte**

Ein nichtlineares System wird an zwei Betriebspunkten BP_1 und BP_2 linearisiert und liefert

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A_i\,x(t) + B\,u(t)\\ y(t) &= C\,x(t)\end{aligned}$$

mit den entsprechenden Matrizen

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ -2 & -1 & 0\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix},\qquad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1\\ -2 & -1 & 0\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix},\qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0\\ 4 & 2\\ 0 & 0\end{pmatrix},\qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0\\ 0 & \frac{1}{2} & -1\end{pmatrix}.$$

Zunächst wird nur der Betriebspunkt BP_1 betrachtet.

a) Bestimmen Sie die Beobachtbarkeitsmatrix und die Beobachtbarkeitsindizes des Paares (C, A_1). Ist das System beobachtbar?

b) Transformieren Sie das System am Betriebspunkt BP_1 in Beobachtungsnormalform.

c) Geben Sie einen Beobachter an, so dass der Schätzfehler $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ die Dynamik

$$\dot{e}(t) = (A + LC)\,e(t)$$

aufweist.

d) Bestimmen Sie die Matrix L so, dass die Eigenwerte bei $\lambda_{1,2,3} = -1$ zu liegen kommen.

Die folgenden Betrachtungen werden am Betriebspunkt BP_2 durchgeführt.

e) Welche Aussagen können sie jetzt bezüglich der Beobachtbarkeit treffen? Geben Sie die Systemmatrix A_o in Beobachtbarkeitsnormalform an.
Hinweis: Die Eigenwerte von A_0 bzgl. Betriebspunkt BP_2 liegen bei $\lambda_1 = -1$ und $\lambda_{2,3} = 1 \pm i$.

Aufgabe 3 **16 Punkte**

Betrachten Sie die Übertragungsmatrix

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)\,(s+3)} \begin{pmatrix} 2 & 4s+8 & 2s+4 \\ 5 & 5s^2+20s+5 & 5s+10 \end{pmatrix}$$

a) Ist $G(s)$ BIBO-stabil?

b) Ist $G(s)$ proper bzw. strikt proper?

c) Berechnen Sie die Smith-McMillan Form von $G(s)$.

d) Bestimmen Sie die Nullstellen und Pole von $G(s)$ sowie deren Vielfachheiten.

e) Bestimmen Sie den McMillan Grad von $G(s)$ und geben Sie die Ordnung der zugehörigen Minimalrealisierung an.

Aufgabe 4 **14 Punkte**

Ein Störbeobachter für eingangsseitige Störungen d soll entworfen werden. Dafür ist die Sensitivitätsfunktion

$$S_\mathrm{i}(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)C(s)}$$

eines SISO-Systems in der Form

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A\,x(t) + B\,d(t) \\ y(t) &= C\,x(t) + D\,d(t) \end{aligned}$$

zu realisieren. Die Strecke und der Regler sind gegeben als

$$G(s) = \frac{120}{(s+2)\,(s+4)\,(s+5)}, \quad C(s) = K_p \frac{s\tau + 1}{s}\,.$$

a) Bestimmen Sie die Zeitkonstante τ des Reglers so, dass die größte Streckenzeitkonstante kompensiert wird. Geben Sie $L(s) = C(s)G(s)$ mit $K_p = \frac{1}{3}$ (als Übertragungsfunktion) an.

b) Bestimmen Sie schrittweise die Realisierungen für:

$$i)\ G(s), \qquad ii)\ C(s)G(s), \qquad iii)\ 1 + C(s)G(s), \qquad iv)\ \frac{1}{1 + C(s)G(s)}\,.$$

c) Bestimmen Sie die Realisierung von $\frac{G(s)}{1+C(s)G(s)}$.

d) Bestimmen Sie den stationären Endwert bei sprungförmigem Eingangssignal d.

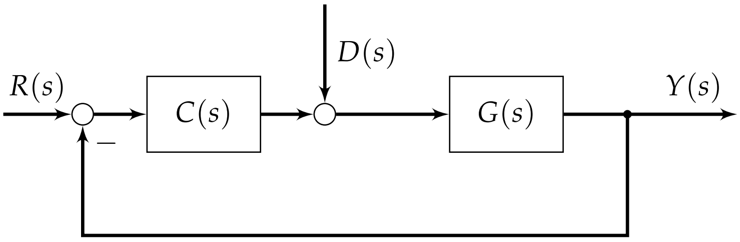
Aufgabe 5 **10 Punkte**

Betrachtet werden soll das (kausale) Signal $d(t) = e^{-2t}$ für $t \geq 0$ mit der zugehörigen Laplace-Transformierten

$$D(s) = \frac{1}{s+2}\,.$$

a) Bestimmen Sie die $\mathcal{L}_2$-Norm des Signals $d(t)$.

b) Im folgenden soll nun der unten dargestellte Regelkreis betrachtet werden:



Hierbei seien $C(s) = \frac{1}{s+2}$ und $G(s) = 2$.

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $S_\mathrm{i}(s) = \frac{Y(s)}{D(s)}$.

c) Geben Sie die $\mathcal{H}_\infty$-Norm von $S_\mathrm{i}(s)$ an, sofern diese existiert.

d) Wie lautet das Ausgangssignal $Y(s)$ bei einem verschwindenden Referenzsignal ($R(s) \equiv 0$), wenn auf die Strecke die Störung $D(s)$ wirkt? Bestimmen Sie, falls sie existiert, die $\mathcal{L}_2$-Norm des Ausgangssignals.