Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 3

Sommer 2020

Hörsaal 2

Dienstag, den 18. 08. 2020

Beginn: 10.00 Uhr

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen, Kopien der Vorlesungs- und Übungsunterlagen sowie Übungsklausuren zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen Zusatzblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ______________________

Matr.-Nr.: ______________________ Abgabe: ________

Studiengang: ______________________ Zusatzblätter: ____

Aufgabe	1	2	3			Σ
max. Punkte	20	17	16			53
erreichte Punkte						

Note	

Aufgabe 1

20 Punkte

Gegeben sei das System

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A\,x + B\,u + B_{\mathrm{d}}\,d, \\ y &= C\,x, \end{aligned}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B_{\mathrm{d}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

mit Zustand x, Ausgang y, Eingang u und Störung d entsprechender Dimensionen.

a) Ist das System steuerbar?

Zunächst soll die statische Ausgangsrückführung

$$u = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} y(t)$$

überprüft werden.

b) Bestimmen Sie die Dynamikmatrix im geschlossenen Regelkreis sowie deren Eigenwerte. Ist die Ruhelage des geschlossenen Regelkreises asymptotisch stabil?

Hinweis: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

c) Bestimmen Sie den stationären Endwert $y_{\mathrm{s}} = \lim_{t\to\infty} y(t)$ bei konstanter Störung $d = 1$.

Es soll nun eine PI-Ausgangsrückführung der Form

$$u = K_{\mathrm{P}}\,y(t) + K_{\mathrm{I}} \int_0^t y(\tau)\mathrm{d}\tau, \quad K_{\mathrm{P}} = \begin{pmatrix} k_{\mathrm{P1}}{}^{\top} \\ k_{\mathrm{P2}}{}^{\top} \end{pmatrix}, k_{\mathrm{P1}}, k_{\mathrm{P2}} \in \mathbb{R}^2, \quad K_{\mathrm{I}} = \begin{pmatrix} k_{\mathrm{I1}} & 0 \\ 0 & k_{\mathrm{I2}} \end{pmatrix}, k_{\mathrm{I1}}, k_{\mathrm{I2}} \in \mathbb{R}$$

entworfen werden. Dazu seien die Integriererzustände $w_1(t) := \int_0^t y_1(\tau)\mathrm{d}\tau$ und $w_2(t) := \int_0^t y_2(\tau)\mathrm{d}\tau$.

d) Geben Sie $\dot{w}_1$ und $\dot{w}_2$ jeweils in Abhängigkeit von x an.

e) Die Systemdarstellung soll um die Integriererzustände w_1 und w_2 erweitert werden, indem der Zustandsvektor $\tilde{x}^{\top} = \begin{pmatrix} w_1 & x_1 & w_2 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}$ einführt wird. Geben Sie die Dynamikmatrix $\tilde{A}$, Eingangsmatrix $\tilde{B}$ und Störeingangsmatrix $\tilde{B}_{\mathrm{d}}$ für das erweitere System $\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u + \tilde{B}_{\mathrm{d}}d$ an.

f) Der Ausgangsvektor wird nun ebenfalls zu $\tilde{y}^{\top} = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & w_1 & w_2 \end{pmatrix}$ erweitert. Bestimmen Sie die Ausgangsmatrix $\tilde{C}$ für die Ausgangsgleichung $\tilde{y} = \tilde{C}\,\tilde{x}$.

g) Schreiben Sie das Regelgesetz in der Form $u = \tilde{K}\,\tilde{y}(t)$ mit $\tilde{K} = \begin{pmatrix} K_{\mathrm{P}} & K_{\mathrm{I}} \end{pmatrix}$ und bestimmen Sie die Dynamikmatrix $\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K}\tilde{C}$ im geschlossenen Regelkreis. Wählen Sie die Reglerparameter so, dass alle Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bei -1 liegen.

Hinweis: Nutzen Sie dazu die Struktur einer entkoppelten Regelungsnormalform.

h) Bestimmen Sie den stationären Endwert $\tilde{y}_{\mathrm{s}} = \lim_{t\to\infty} \tilde{y}(t)$ bei konstanter Störung $d = 1$. Was sind Vorteile der PI-Ausgangsrückführung gegenüber der statischen Ausgangsrückführung?

Aufgabe 2

17 Punkte

Die Übertragungsfunktionen einer Strecke $G(s)$ und eines Reglers $C(s)$ im Standardregelkreis seien

$$G(s) = \frac{6}{s(s+3)} \quad \text{und} \quad C(s) = \frac{10\,K_p}{s+10}\,.$$

a) Geben Sie jeweils eine Realisierung für $G(s)$ und $C(s)$ an.

b) Bestimmen Sie schrittweise die Realisierung für

$$(i) \quad G(s)C(s) \qquad (ii) \quad 1 + G(s)C(s) \qquad (iii) \quad (1 + G(s)C(s))^{-1}$$

c) Berechnen Sie eine Realisierung der Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \dfrac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)}$.

d) Betrachten Sie die ausgangsseitige Störsensitivität $S_o(s) = (1 + C(s)G(s))^{-1}$. Bestimmen Sie die stationären Zustände der zugehörigen Realisierung für das Störsignal $d(t) \equiv 1$.

Aufgabe 3

16 Punkte

Gegeben ist die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+1} & 1 \\ 1 & \frac{1}{s+1} \end{pmatrix}.$$

a) Begründen Sie, ob G zu $\mathcal{H}_2$, $\mathcal{RH}_2$, $\mathcal{H}_\infty$ bzw. $\mathcal{RH}_\infty$ gehört.

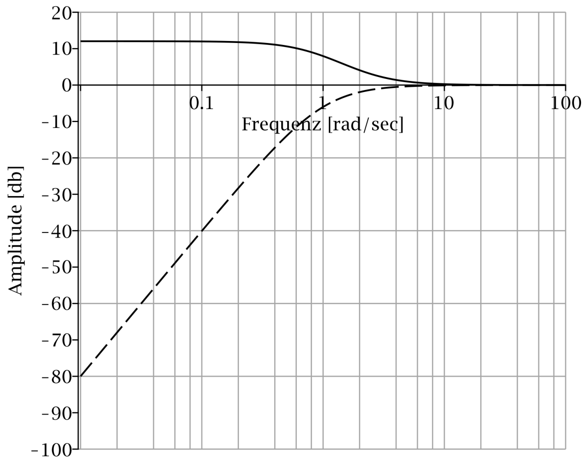
b) Ermitteln Sie die Eigenwerte λ der Matrix $G^\star(j\omega)G(j\omega)$. Sind sie reell?

c) Berechnen Sie in Abhängigkeit von ω die Singulärwerte von $G(j\omega)$.

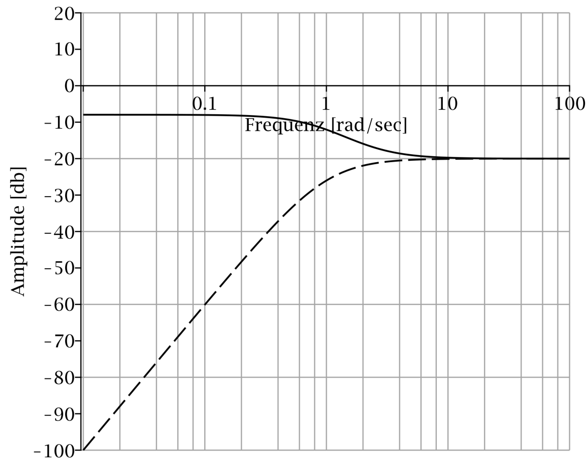
d) Bestimmen Sie die $\mathcal{H}_\infty$-Norm von G.

e) In untenstehenden Diagrammen ist der Verlauf der quadrierten Singulärwerte für verschiedene Übertragungsfunktionen in Abhängigkeit von ω dargestellt. Wählen Sie das zur Übertragungsfunktion G passende Diagramm A, B, C oder D aus (Begründung).

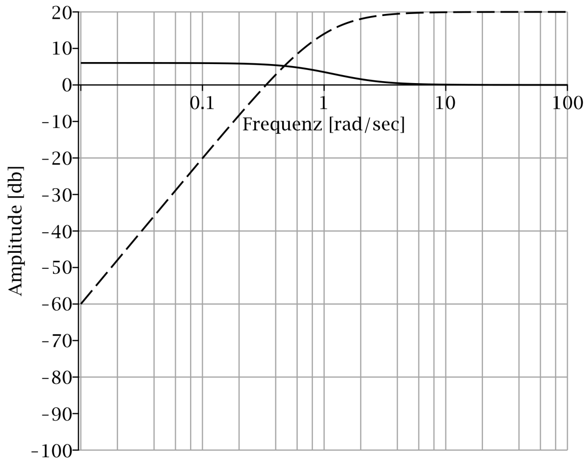
Hinweis: Die Lösung der Teilaufgabe e) kann unabhängig von Teilaufgabe a), c) und d) erfolgen.



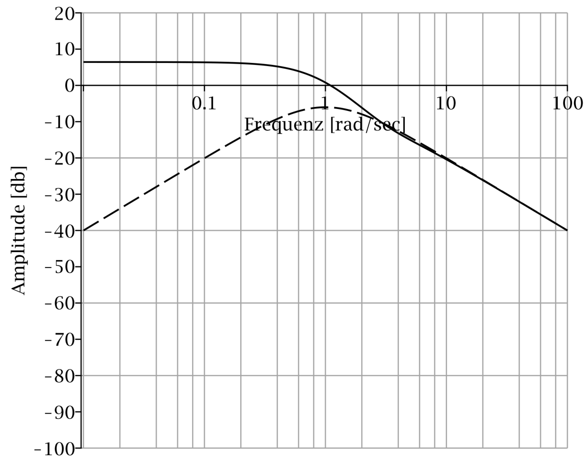
(a) Singulärwerte der Übertragungsfunktion A



(b) Singulärwerte der Übertragungsfunktion B



(c) Singulärwerte der Übertragungsfunktion C



(d) Singulärwerte der Übertragungsfunktion D