

Digitale Regelungssysteme - Versuchsanleitung 1

Digitale Regelung einer Positionsstrecke

Voraussetzungen

Voraussetzungen für die Vorbereitung und Durchführung des Versuchs sind die Lerninhalte der Vorlesungen 1 bis 4 im Fach Digitale Regelungssysteme mit den Themen:

- Abastregelkreis, Abtastsystem (Zeitbereich)
- Zustandsraumbetrachtungen (Zustandsraummodell, Lösung, Eigenbewegung, Jordan-Normalform)
- Stabilität der Ruhelage (Lyapunov, Eigenwertkriterien)
- Abbildung $z = e^{sT_a}$ (Zusammenhang zwischen s- und z-Ebene)

Lernziele

- Wiederholung grundlegender systematischer Reglerentwurfsmethoden im Frequenzbereich (RST1)
- Anwendung von Analysemethoden im Zustandsraum
- Abtastung zeitkontinuierlicher Systeme und der Zusammenhang zwischen den Eigenwerten des zeitkontinuierlichen und des Abtastsystems
- Beurteilung der Stabilität in Abhängigkeit von Abtastzeit und Reglerverstärkung im geschlossenen Kreis und somit Erlangung eines „Gefühls“ für den Einheitskreis und sinnvolle Eigenwertlagen

Zeitlicher Umfang

- Vorbereitung (4-12 Std.)
- Durchführung (3 Std.)

Name	Matrikelnr.	Datum
Gruppenmitglieder		
Note	Unterschrift	

1 Versuchsbeschreibung

1.1 Aufbau

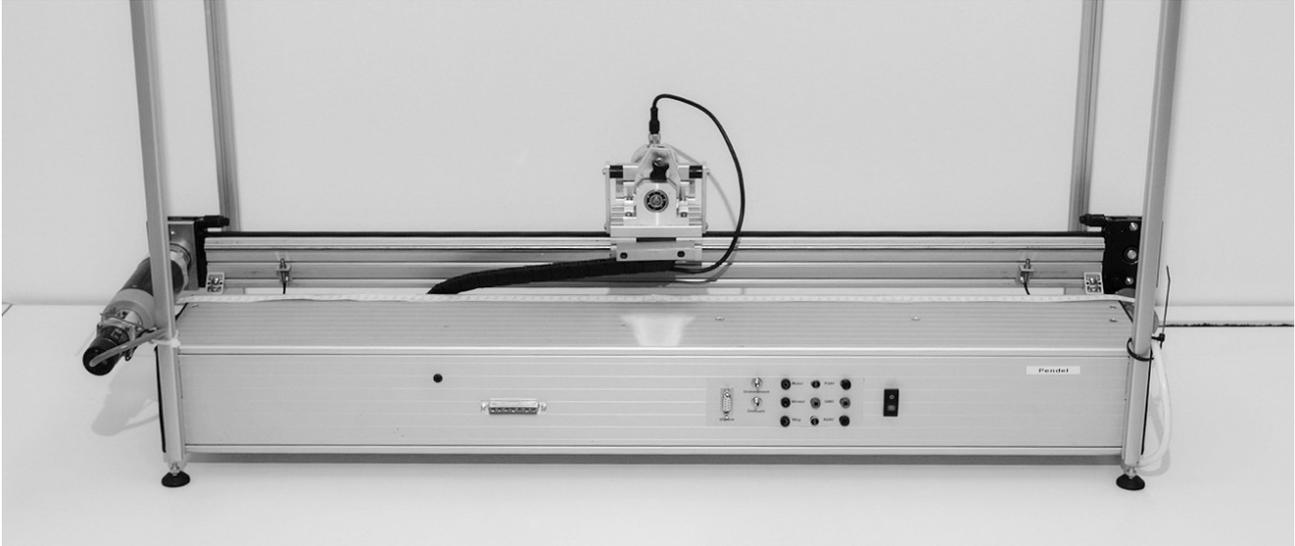


Photo: Kai Wulff

Abbildung 1: Versuchsaufbau „Wagenpositioniersystem“

Abbildung 1 zeigt den Versuchsaufbau der zu betrachtenden Positionierstrecke. Der Aufbau besteht im Wesentlichen aus einem Wagen, der auf einer etwa 80 cm langen, horizontalen Führungsschiene geführt werden kann. Angetrieben wird letzterer durch eine Gleichstrommotor-Getriebe-Kombination (Aktuator), die über eine Umlenkrolle sowie einem Antriebsriemen fest mit dem Wagen verkoppelt ist. Hierbei stellt die Eingangsspannung/Ankerspannung am Motor $\bar{u}(t) \in \bar{U} \subset \mathbb{R}$ die einzige Stellgröße dar.

Ziel des Versuches ist es die Eingangsspannung des Motors mittels geeigneter zeitdiskreter Regler so vorzugeben, sodass der Wagen an eine beliebige Referenzposition $z_r \in \mathcal{P} \subset \mathbb{R}$ gefahren werden kann. Die Menge \mathcal{P} gibt dabei den gültigen Bereich der Wagenposition z an. Zur Erfüllung der Regelungsaufgabe stehen folgende Messsignale zur Verfügung:

- Wagenposition $z \in \mathcal{P}$
- Wagengeschwindigkeit $\dot{z} \in \mathbb{R}$

Während das Positionssignal resistiv, d.h. über den Spannungsabfall an einem Potentiometer, ermittelt wird (linearer Zusammenhang Ohmsches Gesetz), wird die Wagengeschwindigkeit aus der Motordrehzahl $\bar{\omega}$ errechnet, welche über ein sogenanntes Motortachometer gemessen werden kann. Ein solches Motortachometer arbeitet nach dem Generatorprinzip. Durch die Drehung des Motorschafts wird im Tachometer eine (Generator-)Spannung induziert, die direkt proportional zur Motordrehzahl ist. Der Zusammenhang zwischen induzierter Spannung und Motordrehzahl ist auch hier linear.

Digitale Regelungssysteme - Versuchsanleitung 1

Die Tabellen 1 und 2 stellen die wichtigsten physikalischen Prozessgrößen und Systemparameter zusammenfassend dar. Sie definieren zudem die im Folgenden verwendete Nomenklatur.

Variable/Notation	Bezeichnung	Wertebereich	Einheit
z	Wagenposition	$z \in [-0.4, 0.4]$	[m]
\dot{z}	Wagengeschwindigkeit	$\dot{z} \in \mathbb{R}$	[m/s]
θ	Rotorwinkel abtriebsseitig	$\theta \in \mathbb{R}$	[rad]
$\bar{\omega}$	Winkelgeschwindigkeit vor dem Getriebe	$\bar{\omega} \in \mathbb{R}$	[rad/s]
ω	Winkelgeschwindigkeit abtriebsseitig	$\omega \in \mathbb{R}$	[rad/s]
u	Steuerspannung/Reglerstellsignal	$u \in [-10, 10]$	[V]
\bar{u}	Motoreingangsspannung (verst. Steuerspannung)	$\bar{u} \in [-20, 20]$	[V]
i	Motorstrom	$i \in [-3, 3]$	[A]

Tabelle 1: Auflistung der Mess- und Stellgrößen bzgl. ihrer Wertebereiche und Einheiten.

Parameter	Bezeichnung	Parameterwert	Einheit
R	Windungswiderstand Ankerwicklung	3.2	[Ω]
L	Induktivität Ankerwicklung	1.2e-3	[H]
k_e	elektrische Motorkonstante (Gegeninduktionskonstante)	0.0468	[Vs/rad]
k_m	mechanische Motorkonstante	0.04269	[Nm/A]
J	Trägheitsmoment Motor & Getriebe (abtriebsseitig)	4.2e-4	[kg m ²]
g	Getriebeübersetzung	5	[]
K	Verstärkung Leistungsverstärker	2	[]
μ_M	viskoser Reibkoeffizient Motor & Getriebe (abtriebsseitig)	1.8e-4	[kg m ² /s]
μ	viskoser Reibkoeffizient Wagen	0.5	[kg/s]
m	Wagenmasse	0.43849	[kg]
r	Radius Umlenkrolle	0.02	[m]

Tabelle 2: Auflistung der identifizierten Systemparameter.

1.2 Ansteuerung

Für die zeitdiskrete Reglersynthese steht ein digitales Echtzeitsystem (Controller-Board DS1103 PPC) der Firma dSpace zur Verfügung, welches komfortabel über eine Matlab/SIMULINK Schnittstelle programmiert werden kann. Die Ein-/und Ausgänge des dSpace-Systems sind dabei auf $\pm 10V$ beschränkt. Das Stellsignal wird zusätzlich über einen Leistungsverstärker mit Verstärkungsfaktor $K = 2$ verstärkt, um die nötigen Leistungen sowie die Motornennspannungen $\bar{u} \in \bar{U}$ zu erhalten. Es gilt $\bar{u}(t) = Ku(t)$.

Aus Gründen der Sicherheit sind die linken und rechten Anschlüsse der Führungsschiene durch induktive Endlagenschalter geschützt, die beim Verlassen des zulässigen Positionsbereichs \mathcal{P} die Motorelektronik vollständig abschalten. Die Freigabe der Elektronik erfolgt über den grünen Knopf an

Digitale Regelungssysteme - Versuchsanleitung 1

der Bedienoberfläche des Leistungsverstärkers. Darüber hinaus werden zum Zweck der Überwachung die aktuelle Motorspannung \bar{u} , sowie der Motorstrom $i \in \mathcal{I} \subset \mathbb{R}$ gemessen. Nähere Informationen zum Echtzeitsystem entnehmen Sie bitte dem Dokument [4].

2 Modellbildung

Abbildung 2 zeigt die Prinzipskizze des Versuchsaufbaus. Dieser lässt sich in die Teilsysteme „Antriebsstrang“, bestehend aus Motor mit angekoppeltem Getriebe (g), und „Wagen“ unterteilen. Betrachten wir zunächst den Antriebsstrang.

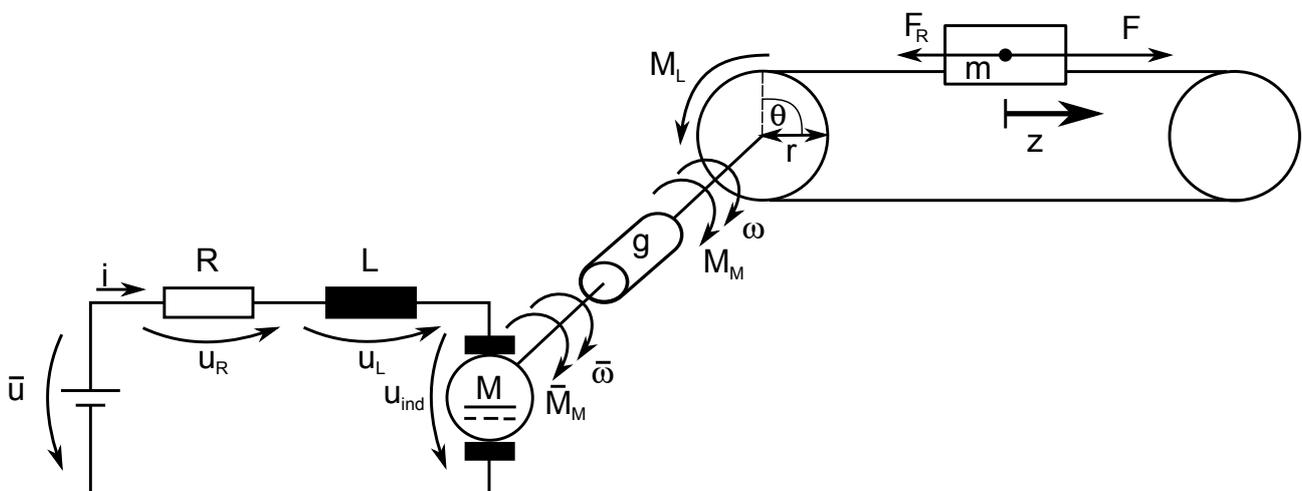


Abbildung 2: Ersatzschaltbild der Positionierstrecke mit Gleichstrommotor (links) mit Getriebe g und dem Wagen auf der horizontalen Führungsschiene (rechts).

2.1 Antriebsstrang

Der im Versuchsaufbau verwendete Motor ist ein Gleichstrommotor, dessen Ersatzschaltbild im linken Teil der Abbildung 2 dargestellt ist (vgl. mit [7]). Für den elektrischen Teil gilt nach Anwendung des Kirchhoff'schen Maschensatzes zunächst

$$\bar{u}(t) = u_R + u_L + u_{ind}. \quad (1)$$

Nach dem Einsetzen der bekannten Gesetzmäßigkeiten für den Spannungsabfall an Widerstand und Induktivität, sowie der Gegeninduktionsbeziehung $u_{ind} = k_e \bar{\omega}(t)$ folgt

$$L \frac{di(t)}{dt} = \bar{u}(t) - Ri(t) - k_e \bar{\omega}(t) \quad (2)$$

mit der Induktivität L , dem Ankerwiderstand R , dem Ankerstrom $i(t)$, der durch die Drehung des Motors induzierten Gegeninduktionsspannung $u_{ind}(t)$, der elektrischen Motorkonstanten k_e , der Motordrehzahl $\bar{\omega}$ sowie der am Motor angelegten Spannung $\bar{u}(t)$. Die Spannung $\bar{u}(t)$ wird dabei von

Digitale Regelungssysteme - Versuchsanleitung 1

einem Leistungsverstärker bereitgestellt, der das Steuersignal $u(t)$ gemäß der Beziehung

$$\bar{u}(t) = Ku(t) \quad (3)$$

mit $K = 2$ verstärkt.

Die Bewegungsgleichung des Motors erhalten wir aus der Anwendung des Drehimpulssatzes und der Momentenbilanz am Motor. Von der Abtriebsseite des Getriebes betrachtet lautet sie

$$J\dot{\omega}(t) = M_M(t) - M_L(t) - M_v(t) \quad (4)$$

wobei J das Gesamtträgheitsmoment von Motor und Getriebe, M_M das vom Motor erzeugte, abtriebsseitige Drehmoment, M_L das hinterm Getriebe anliegende Lastmoment und M_v das viskose Reibmoment darstellt. Berücksichtigen wir nun ferner das zwischen Motor und Umlenkrolle angekoppelte Getriebe, welches über die algebraischen Beziehungen

$$M_M = g \bar{M}_M \quad (5)$$

$$\omega = \frac{1}{g} \bar{\omega} \quad (6)$$

mit Getriebefaktor g modelliert werden kann, so erhalten wir für die Gleichungen (2) und (4)

$$L \frac{di(t)}{dt} = 2u(t) - Ri(t) - k_e g \omega(t) \quad (7)$$

$$J\dot{\omega}(t) = g k_m i(t) - \mu_M \omega(t) - M_L(t). \quad (8)$$

Hierbei verwendeten wir die Beziehungen $\bar{M}_M = k_m i(t)$ und $M_v = \mu_M \omega(t)$ mit Motorkonstante k_m und dem gesamten viskosen Reibanteil von Motor und Getriebe (μ_M). Ferner sei angenommen, dass das Getriebeübersetzungsverhältnis g konstant ist.

Zur weiteren Vereinfachung sei nun angenommen, dass die Dynamik des Stromes, d.h. die Dynamik der Differentialgleichung (7), viel schneller ist, als die der mechanischen Gleichung (8). Demnach genügt es Gleichung (7) stationär zu betrachten. Folglich ist

$$\begin{aligned} 0 &= 2u(t) - Ri(t) - k_e g \omega(t) \\ i(t) &= \frac{2}{R}u(t) - \frac{k_e g}{R} \omega(t) \end{aligned} \quad (9)$$

und damit

$$J\dot{\omega}(t) = \frac{2g k_m}{R} u(t) - \left(\frac{k_m k_e g^2}{R} + \mu_M \right) \omega(t) - M_L(t). \quad (10)$$

2.2 Wagendynamik

Wenden wir uns nun dem rechten Teil der Abbildung 2, dem Wagen auf der horizontalen Führungsschiene, zu. Unter Verwendung des Impulssatzes erhalten wir folgende Bewegungsdifferentialgleichung für die Wagenbewegung:

$$m \ddot{z}(t) = F(t) - F_R(t). \quad (11)$$

Digitale Regelungssysteme - Versuchsanleitung 1

Hierbei sei m die Wagenmasse, $z(t)$ die Wagenposition, $F(t)$ die vom Motor vorgegebene Kraft auf den Wagen und $F_R(t)$ der Reibterm für die Translationsbewegung entlang der Bewegungsachse. Obwohl die Reibphänomene am Versuchsstand stark nichtlinear und sehr stark ausgeprägt sind, beschränken wir uns der Einfachheit halber zunächst auf eine lineare Beschreibung der Reibung mit $F_R(t) = \mu \dot{z}(t)$. Damit ergibt sich offenbar

$$m \ddot{z}(t) + \mu \dot{z}(t) = F(t). \quad (12)$$

2.3 Kopplung zwischen Antriebsstrang und Wagen

Da Wagen und Motorschaft über eine Umlenkrolle in Verbindung mit einem Antriebsriemen gekoppelt sind, können wir über den Radius r der Umlenkrolle (siehe Abbildung 2) Winkel θ und Winkelgeschwindigkeiten ω durch Positionen z bzw. Geschwindigkeiten \dot{z} ersetzen. Und zwar gilt offensichtlich

$$\theta r = z \quad \Leftrightarrow \quad \omega r = \dot{z}. \quad (13)$$

Ersetzt man nun ω in (10) durch $\frac{1}{r}\dot{z}$, so erhält man

$$\frac{J}{r} \ddot{z}(t) = \frac{2gk_m}{R} u(t) - \left(\frac{k_m k_e g^2}{rR} + \frac{\mu_M}{r} \right) \dot{z}(t) - M_L(t). \quad (14)$$

Da die Trägheitskraft des Wagens, skaliert um den Radius der Umlenkrolle, als Lastmoment am Motor anliegt, können wir die beiden Differentialgleichungen (12) und (14) zusammenfassen. Es gilt

$$\frac{J}{r} \ddot{z}(t) = \frac{2gk_m}{R} u(t) - \left(\frac{k_m k_e g^2}{rR} + \frac{\mu_M}{r} \right) \dot{z}(t) - r(m\ddot{z}(t) + \mu\dot{z}(t)). \quad (15)$$

Nach weiterer Vereinfachung erhalten wir

$$\underbrace{\left(rm + \frac{J}{r} \right)}_{m_v} \ddot{z}(t) + \underbrace{\left(\frac{k_m k_e g^2}{rR} + \frac{\mu_M}{r} + r\mu \right)}_{\mu_v} \dot{z}(t) = \underbrace{\frac{2gk_m}{R}}_{\beta} u(t) \quad (16)$$

$$m_v \ddot{z}(t) + \mu_v \dot{z}(t) = \beta u(t) \quad (17)$$

mit den virtuellen Massen- und Dämpfungstermen m_v und μ_v sowie der Eingangsverstärkung β . Demnach kann die gesamte Regelstrecke bestehend aus Gleichstrommotor, Getriebe und Wagen näherungsweise mit der gewöhnlichen Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$m_v \ddot{z}(t) + \mu_v \dot{z}(t) = \beta u(t) \quad (18)$$

beschrieben werden.

3 Versuchsvorbereitung

Aufgabe 3.1 (Modellbildung)

a) Machen Sie sich mit der Beschreibung des Versuchsaufbaus im Abschnitt 1 vertraut und arbeiten Sie die Modellbildung in Abschnitt 2 durch. Ordnen Sie den regelungstechnischen Größen

- Stellgröße,
- Regelgröße,
- Messgröße und
- Störgröße

physikalischen Größen zu.

b) Hinterlegen Sie die Parameter des Versuchsaufbaus in einem Parameterfile in Matlab¹. Implementieren Sie die Differentialgleichungen (7)-(8) und (10) jeweils als Übertragungsfunktion mit Eingang $u(t)$, Ausgang $\omega(t)$ und $M_L \equiv 0$. Stellen Sie deren Sprungantworten in einer Graphik dar und überzeugen Sie sich, dass die Näherungsbeziehung aus (9) legitim ist.

Hinweis: Nutzen Sie die Befehle: `tf`, `step`.

Aufgabe 3.2 (Entwurf im Frequenzbereich)

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion der Strecke aus der Differentialgleichung (18) mit Eingang $u(t)$ und Ausgang $z(t)$.

b) Ist das Ein-Ausgangsverhalten BIBO-stabil?

c) Überzeugen Sie sich, dass die offene Kette mit einem P-Regler vom einfachen Typ ist. Berechnen Sie die Reglerverstärkung K_p , so dass die Überschwingweite näherungsweise $M_p = 6\%$ beträgt. Welche Anstiegszeit t_r erwarten Sie in etwa?

Hinweis: Verwenden Sie die Nahrungsbeziehungen²: $t_r \omega_s \approx 1,5$ und $\phi_r [^\circ] + M_p [\%] \approx 70$.

d) Verifizieren Sie Ihren Entwurf. Stellen Sie dafür das Bode-Diagramm der offenen Kette sowie die Sprungantworten des Führungsverhaltens im geschlossenen Regelkreis mit Matlab dar.

Hinweis: Nutzen Sie die Befehle: `tf`, `bode`, `step`.

Aufgabe 3.3 (Abtastsystem)

a) Bestimmen Sie das Zustandsraummodell der Strecke aus der Differentialgleichung (18) mit dem Zustandsvektor $x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) & x_2(t) \end{pmatrix}^T := \begin{pmatrix} z(t) & \dot{z}(t) \end{pmatrix}^T$.

¹Für weitere Informationen zu den Befehlen nutzen Sie bitte die Matlab-Hilfefunktion oder die Matlab-Kurzreferenz [6]

²Siehe z. B. [3] oder [2]

Digitale Regelungssysteme - Versuchsanleitung 1

- b) Berechnen Sie algebraisch die zeitdiskrete Zustandsraumbeschreibung des Abtastsystems mit Halteglied nullter Ordnung (ZOH) und Abtastzeit T_a der Form:

$$x_{k+1} = A x_k + B u_k \quad (19)$$

$$y_k = C x_k + D u_k. \quad (20)$$

Hinweis: Nutzen Sie die Transformation auf Jordan-Normalform.

- c) Berechnen Sie die Eigenwerte der zeitdiskreten Dynamikmatrix und stellen Sie sie in der komplexen Zahlenebene für einige Werte $T_a \in [0, 1.5]$ dar. Notieren Sie Ihre Beobachtungen.
- d) Bestimmen Sie das zeitdiskrete Zustandsraummodell (19)-(20) numerisch für $T_a = 0.1$ sec. Bestimmen Sie das Zustandsraummodell des geschlossenen Regelkreises mit dem P-Regler aus Aufgabe 3.2 und stellen Sie die Sprungantworten des zeitdiskreten Regelkreises zusammen mit denen des kontinuierlichen Regelkreises in einer Abbildung dar. Interpretieren Sie das Ergebnis.
- e) Stellen Sie die Eigenwertlage der Dynamikmatrix des Regelkreises für verschiedene K_p und T_a in der komplexen Ebene dar und betrachten sie die zugehörigen Sprungantworten.

Welche Zusammenhänge zwischen Anstiegszeit/Überschwingweite und Lage der Eigenwerte können Sie erkennen? Welchen Einfluß hat die Abtastzeit T_a ?

Geben Sie Wertepaare (K_p, T_a) an für die der zeitdiskrete Regelkreis instabil wird? Für welche Regelverstärkung wird der zeitkontinuierliche Regelkreis instabil?

Hinweis: Nutzen Sie die Befehle: `eig`, `step`.

4 Versuchsdurchführung

Aufgabe 4.1

Nehmen Sie den Versuchsstand in Betrieb und implementieren Sie den P-Regler im vorgegebenen Simulink-Modell des Versuchsaufbaus. Nutzen Sie hierfür die Anleitung aus [4].

Aufgabe 4.2

Untersuchen Sie das Verhalten Ihres Regelkreises für verschiedene Abtastzeiten T_a am Versuchsstand. Geben Sie hierbei Sollwertsprünge von 10 cm vor und zeichnen Sie die Messdaten auf. Vergleichen Sie die aufgezeichneten Messdaten mit den Simulationen aus den Vorbetrachtungen.

Aufgabe 4.3

Untersuchen Sie die Regelgüte Ihres Regelkreises anhand des Einschwingverhaltens und der stationären Genauigkeit. Geben Sie eine Eingangsstörung auf das System. Wie beurteilen Sie das Störverhalten?

Digitale Regelungssysteme - Versuchsanleitung 1

Literatur

- [1] F. Gausch, A. Hofer, and K. Schlacher. *Digitale Regelkreise*. Oldenbourg Verlag, 1993. <http://regpro.mechatronik.uni-linz.ac.at/downloads/Buecher/DigiReg.pdf>.
- [2] A. Kugi. *Automatisierung*. Vorlesungsskript, TU Wien, 2013. http://www.acin.tuwien.ac.at/fileadmin/cds/lehre/aut/Archiv/WS1213/AutomatisierungVO_SingleSide.pdf.
- [3] J. Reger. *Regelungs- und Systemtechnik 1*. Vorlesung, TU Ilmenau, Fachgebiet Regelungstechnik, 2013.
- [4] K. Treichel and K. Wulff. *Anleitung zur Inbetriebnahme und der Ansteuerungssoftware*. Versuchsanleitung zum Praktikum Digitale Regelungssysteme, TU Ilmenau, Fachgebiet Regelungstechnik, 2014. http://www.tu-ilmenau.de/fileadmin/public/regelungstechnik/Lehre/Praktika/dr-ibn_anleitung.pdf.
- [5] K. Wulff. *Digitale Regelungen*. Vorlesungsskript, TU Ilmenau, Fachgebiet Regelungstechnik, 2013. <http://www.tu-ilmenau.de/regelungstechnik/lehre/digitale-regelungen/>.
- [6] K. Wulff. *Matlab Kurzreferenz*. Beiblatt, TU Ilmenau, Fachgebiet Regelungstechnik, 2013. http://www.tu-ilmenau.de/fileadmin/public/regelungstechnik/Lehre/Digitale_Regelung/Material/MatlabKurzRef.pdf.
- [7] K. Wulff. *Übungsblatt 1 - Modellbildung und Linearisierung*. Übung zur Vorlesung Regelungs- und Systemtechnik 1, TU Ilmenau, Fachgebiet Regelungstechnik, 2013. <http://www.tu-ilmenau.de/fileadmin/public/regelungstechnik/Lehre/RST1/Uebungsblaetter/rst1-uebung1.pdf>.