

Untersuchung spezieller geometrischer Größen zum Aufbau von Intersatellitenverbindungen

Dissertation

vorgelegt der
Fakultät für Informatik und Automatisierung
der Technischen Universität Ilmenau

von

Diplom-Ingenieur Univ.
Harald Keller
geb. 25.03.1968 in Nürnberg

Promotionsausschuß:

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. D. Reschke, TU Ilmenau

Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-phd. H. Salzwedel, TU Ilmenau

Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-rer.nat. B. Häusler, UnivBW München

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. A. Böttcher, FH München

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 18.01.2002

**Untersuchung spezieller geometrischer Größen zum Aufbau von
Intersatellitenverbindungen**

Dissertation

vorgelegt der
Fakultät für Informatik und Automatisierung
der Technischen Universität Ilmenau

von

Diplom-Ingenieur Univ.
Harald Keller
geb. 25.03.1968 in Nürnberg

I. INHALTSVERZEICHNIS

KAPITEL 1 : EINLEITUNG	1
1.1 Einführung	1
1.2 Ziel der Arbeit	6
1.3 Stand der Technik	7
1.4 Gliederung der Arbeit	10
KAPITEL 2 : ENTWICKLUNG UND BERECHNUNG VON SATELLITENKONFIGURATIONEN	11
2.1 Einführung	11
2.2 Die wichtigsten Grundgleichungen der Bedeckung	12
2.3 Abschätzung der benötigten Satelliten und Orbits	16
2.4 Die Straße der Bedeckung	19
2.5 Geometrie von Satellitentrios	23
2.6 Störungen der Umlaufbahn	26
2.6.1 Effekte durch eine nichtkugelförmige Erde	28
2.6.2 Dichte der Restatmosphäre	34
2.6.3 Gravitationseffekte durch andere Planeten	35
2.6.4 Gravitationseffekte durch Sonnenstrahlung und Sonnenwind	36
2.6.5 Kompensation der Orbitstörungen	37
KAPITEL 3 : PARAMETER FÜR DIE KOMMUNIKATION ZWISCHEN SATELLITEN	39
3.1 Einführung	39
3.2 Intersatellitenabstand	41
3.3 Elevationswinkel	47
3.4 Azimuthwinkel	49
3.5 Relative Geschwindigkeit	54
3.6 Zusammenfassung	58

KAPITEL 4 : DIE POLARE KREISFÖRMIGE ORBITKONSTELLATION	59
4.1 Einführung	59
4.2 Herleitung der polaren kreisförmigen Orbitkonstellation	62
4.3 Phasengenaue polare Konstellation	67
4.4 Minimierung der Satellitenzahl	71
4.5 Abhängigkeit der polaren kreisförmigen Konstellation von der Phasenwinkeldifferenz	75
4.6 Die fast polare kreisförmige Orbitkonstellation	79
4.6.1 Die fast polare phasengenaue kreisförmige Orbitkonstellation	79
4.6.2 Die fast polare kreisförmige Konstellation mit Phasenwinkeldifferenz	84
4.7 Beispiele polarer Orbitkonstellationen	87
4.7.1 Iridium	87
4.7.2 Teledesic	89
4.8 Die wichtigsten Merkmale der polaren kreisförmigen Orbitkonstellation	90
KAPITEL 5 : DIE INKLINIERTE KREISFÖRMIGE ORBITKONSTELLATION	93
5.1 Die Walker-Methode zur Berechnung der inklinierten kreisförmigen Satellitenkonstellation	93
5.1.1 Allgemeine Grundlagen der Deltakonfiguration	93
5.1.2 Wiederholungsrate einer Deltakonfiguration	96
5.1.3 Spuren der Subsatellitenpunkte auf der Erdoberfläche	97
5.1.4 Methode der Bedeckungsberechnung	100
5.2 Die Rider-Methode zur Berechnung der inklinierten kreisförmigen Satellitenkonstellation	107
5.2.1 Wichtige Zusammenhänge der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation	107
5.2.2 Berechnung der Gesamtkonstellation	112
5.3 Beispiele inklinierter Orbitkonstellationen	121
5.3.1 Globalstar	121
5.3.2 Das Celestri-System	123
5.4 Die wichtigsten Merkmale der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation	125

KAPITEL 6 : AUFBAU VON INTERSATELLITENVERBINDUNGEN BEI VERWENDUNG DER POLAREN ODER INKLINIERTEN KREISFÖRMIGEN ORBITKONSTELLATION	127
6.1 Einführung	127
6.2 Intersatellitenverbindungen für die exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation	128
6.2.1 Intersatellitenverbindungen für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation	128
6.2.2 Intersatellitenverbindungen für die nicht-phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation	140
6.3 Intersatellitenverbindungen für die fast polare kreisförmige Orbitkonstellation	149
6.3.1 Intersatellitenverbindungen für die phasengenaue fast polare kreisförmige Orbitkonstellation	149
6.3.2 Intersatellitenverbindungen für die nicht-phasengenaue fast polare kreisförmige Orbitkonstellation	158
6.4 Intersatellitenverbindungen für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation	164
6.4.1 Die wichtigsten Einflußfaktoren auf Intersatellitenverbindungen	164
6.4.2 Variation des Inklinationswinkels	169
6.4.3 Variation des Phasenwinkels	174
6.4.4 Variation des Inklinations- und Phasenwinkels	179
6.5 Beispiel einer Optimierung	183
KAPITEL 7 : ZUSAMMENFASSUNG	185
ANHANG	187
A1 Die wichtigsten Gesetze zur Berechnung von Umlaufbahnen	187
A2 Sphärische Geometrie	197
A3 Multiplikatormethode von Lagrange	199
A4 Literaturverzeichnis	200

II. Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1.1: Unterteilung LEO/MEO/GEO und Umlaufzeit von solchen Satelliten als Funktion der Bahnhöhe	2
Abbildung 1.2: Signalweiterleitung durch Intersatellitenverbindungen und auf herkömmliche Weise über viele Erdstationen	5
Abbildung 1.3: Veranschaulichung eines Intersatellitenzenarios	5
Abbildung 1.4: Umlaufbahnen des fast polaren Systems Iridium	8
Abbildung 2.1: Definition des Bedeckungswinkels, des Elevationswinkels, des Satellitenwinkels, der Schrägentfernung und der Ausleuchtfläche	12
Abbildung 2.2: Ausleuchtwinkel als Funktion des Elevationswinkels bei verschiedenen Höhen	13
Abbildung 2.3: Schrägentfernung als Funktion der Höhe	14
Abbildung 2.4: Bedeckungsflächen eines Beispielsystems für einen minimalen Elevationswinkel von 10°	15
Abbildung 2.5: Bedeckungsflächen eines Beispielsystems für einen minimalen Elevationswinkel von 30°	16
Abbildung 2.6: Minimale Satellitenzahl für verschiedene minimale Elevationswinkel als Funktion der Höhe	18
Abbildung 2.7: Grundlage der Straße der Bedeckung	19
Abbildung 2.8: Straße der Bedeckung	20
Abbildung 2.9: Höhe als Funktion der Streifenbreite	22
Abbildung 2.10: Abstände und Mittelpunkt eines Satellitentrios	24
Abbildung 2.11: Spuren benachbarter Satellitenpunkte auf der flachen Erde/ Umlaufbahnen benachbarter Satelliten über der Erdkugel	25
Abbildung 2.12: Typische Veränderungen von Orbitparametern/ Typische Veränderung der Position für einen Iridiumsatelliten	27
Abbildung 2.13: Gravitationseffekte der Erde aufgrund verschiedener Gravitationsoberwellen	31
Abbildung 2.14: Veränderung einiger wichtiger Größen aufgrund von Zonen- und Sektoroberwellen für zwei Satelliten der gleichen Umlaufbahn des Iridium-Systems	32
Abbildung 2.15: Veränderung einiger wichtiger Größen aufgrund von Zonen- und Sektoroberwellen für zwei Satelliten benachbarter Umlaufbahnen des Iridium-Systems	33
Abbildung 2.16: Veränderung des Interphasenwinkels aufgrund von Orbitstörungen als Funktion der Zeit	38
Abbildung 3.1: Korrekt/falsch ausgerichtete Antenne einer Satellitenverbindung	39
Abbildung 3.2: Geometrie eines Satellitenpaares	40
Abbildung 3.3: Winkel zwischen Äquatorebene und Orbitschnittpunkt	41
Abbildung 3.4: Zusammenhang zwischen Distanz und Intersatellitenabstand	43
Abbildung 3.5: Darstellung der beiden Azimuthwinkel im sphärischen Dreieck	49
Abbildung 4.1: Darstellung der Bedeckungsflächen eines polaren Systems	60
Abbildung 4.2: Vereinfachte polare Sicht auf die PKO	61
Abbildung 4.3: Polare Darstellung der Straße der Bedeckung für $p = 2, 3, 4$ und 5	63

Abbildung 4.4: Bedeckung der Satelliten bei willkürlichen Phasenwinkel	64
Abbildung 4.5: Verteilung der Satelliten in benachbarten Orbits (einfache Sichtbarkeit) bei gleichem Abstandswinkel für gleichlaufende als auch gegenlaufende Orbits.....	66
Abbildung 4.6: Ausleuchtflächen eines Beispielsystems bei gleichem Abstandswinkel für gleichlaufende als auch gegenlaufende Orbits	66
Abbildung 4.7: Verteilung der Satelliten in benachbarten gleichlaufenden Orbits	67
Abbildung 4.8: Darstellung der Bewegung der Satelliten über der Erdkarte.....	68
Abbildung 4.9: Sicht vom Pol aus: Polare Umlaufbahn, Winkel zwischen den mitlaufenden und gegenlaufenden Orbits (bei einfacher Bedeckung)	68
Abbildung 4.10: Geometrie der Bedeckung der synchronisierten Orbits und der Orbits am Saum (bei einfacher Bedeckung)	69
Abbildung 4.11: Phasengenaue Konstellation	75
Abbildung 4.12: Bedeckung der Satelliten zweier benachbarter Orbits bei nicht-phasengenaue Verteilung	76
Abbildung 4.13: Veranschaulichung der Berechnung des Winkels zwischen den synchronisierten Orbits	79
Abbildung 4.14: Veranschaulichung der Berechnung des Winkels zwischen den nicht-synchronisierten Orbits	80
Abbildung 4.15: Satellitenbahnen eines fast polaren Systems (Darstellung über der flachen Erde)	80
Abbildung 4.16: Größter Abstand der Orbits.....	81
Abbildung 4.17: Umlaufbahnen des Systems Iridium	88
Abbildung 4.18: Ausleuchtzonen des Systems Iridium für einen minimalen Elevationswinkel von 8,2 Grad	88
Abbildung 4.19: Umlaufbahnen des Systems Teledesic.....	88
Abbildung 4.20: Ausleuchtzonen des Systems Teledesic für einen minimalen Elevationswinkel von 40 Grad	90
Abbildung 5.1: Darstellung der Deltakonfiguration (9/3/2) für den Phasenwinkel 0°	95
Abbildung 5.2: Darstellung der Deltakonfiguration (9/3/2) für den Phasenwinkel 10°	96
Abbildung 5.3: Spuren auf der Erde für verschiedene Konfigurationen.....	99
Abbildung 5.4: Beispiel für die Berechnung von R_n , einfache bis fünffache Bedeckung	101
Abbildung 5.5: Beispiel für die Berechnung von R_n : Zentrum des Umgebungskreises außerhalb des Dreiecks.....	103
Abbildung 5.6: Maximaler Breitengrad ϕ_{\max} der Bahn der Subsatellitenpunkte auf der Erde	107
Abbildung 5.7: Straße der Bedeckung eines Orbits der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation.....	108
Abbildung 5.8: Darstellung der Spuren der Subsatellitenpunkte als Projektion auf die flache Erde.....	109
Abbildung 5.9: Schnittpunkt der Straße der Bedeckung zweier inklinierter Orbitbahnen.....	110
Abbildung 5.10: Polare Sicht auf die Bedeckung verschiedener inklinierter kreisförmiger Orbitkonstellationen mit $p = 2$ bis $p = 5$	112
Abbildung 5.11: Verschiedene optimale Lösungen für die halbe Breite der Straße der Bedeckung c	115
Abbildung 5.12: Geometrie zweifacher Bedeckung	118
Abbildung 5.13: Umlaufbahnen des Globalstar Systems.....	122

Abbildung 5.14: Ausleuchtzonen des Globalstar Systems für einen minimalen Elevationswinkel von 11,6 Grad	122
Abbildung 5.15: Umlaufbahnen des Celestri Systems.....	124
Abbildung 5.16: Ausleuchtzonen des Celestri Systems für einen minimalen Elevationswinkel von 20,0 Grad	124
Abbildung 6.1: Verlauf der Distanz für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen.....	130
Abbildung 6.2: Verlauf der 1. Ableitung der Distanz für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen	130
Abbildung 6.3: Variation der Distanz als Funktion des Breitengrades.....	131
Abbildung 6.4: Verlauf des Elevationswinkels für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielsysteme.....	133
Abbildung 6.5: Verlauf der 1. Ableitung des Elevationswinkels für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielsysteme	133
Abbildung 6.6: Variation des Elevationswinkels als Funktion des Breitengrades	133
Abbildung 6.7: Verlauf des Azimuthwinkels für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielsysteme.....	135
Abbildung 6.8: Verlauf der 1. Ableitung des Azimuthwinkels für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielsysteme.....	135
Abbildung 6.9: Variation des Azimuthwinkels als Funktion des Breitengrades	136
Abbildung 6.10: Verlauf der relativen Geschwindigkeit für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielsysteme.....	138
Abbildung 6.11: Verlauf der 1. Ableitung der relativen Geschwindigkeit für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielsysteme.....	139
Abbildung 6.12: Variation der relativen Geschwindigkeit als Funktion des Breitengrades.....	139
Abbildung 6.13: Verlauf der Distanz (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm 90^\circ$) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz.....	141
Abbildung 6.14: Variation der Distanz als Funktion des Intersatelliten- Breitengrades für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen	142
Abbildung 6.15: Verlauf des Elevationswinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm 90^\circ$) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz.....	143
Abbildung 6.16: Variation des Elevationswinkels als Funktion des Intersatelliten- Breitengrades für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen.....	144
Abbildung 6.17: Verlauf des Azimuthwinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm 90^\circ$) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz.....	146
Abbildung 6.18: Variation des Azimuthwinkels als Funktion des Intersatelliten- Breitengrades für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen.....	146
Abbildung 6.19: Verlauf der relativen Geschwindigkeit (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm 90^\circ$) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz	148
Abbildung 6.20: Variation der relativen Geschwindigkeit als Funktion des Intersatelliten- Breitengrades für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen	148

Abbildung 6.21: Verlauf der Distanz (minimal, maximal, Variation bei Intersatelliten-Bedeckung bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm \max$.) als Funktion des Inklinationwinkels	151
Abbildung 6.22: Variation der Distanz als Funktion des bedeckten Intersatelliten-Breitengrades für verschiedene Inklinationwinkel	151
Abbildung 6.23: Verlauf des Elevationswinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm \max$.) als Funktion des Inklinationwinkels.....	153
Abbildung 6.24: Variation des Elevationswinkels als Funktion des bedeckten Intersatelliten- Breitengrades für verschiedene Inklinationwinkel.....	153
Abbildung 6.25: Verlauf des Azimutwinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm \max$.) als Funktion des Inklinationwinkels.....	157
Abbildung 6.26: Variation des Azimutwinkels als Funktion des bedeckten Intersatelliten-Breitengrades für verschiedene Inklinationwinkel.....	157
Abbildung 6.27: Verlauf der relativen Geschwindigkeit (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm \max$.) als Funktion des Inklinationwinkels	157
Abbildung 6.28: Variation der relativen Geschwindigkeit als Funktion des Intersatelliten- Breitengrades für verschiedene Inklinationwinkel.....	158
Abbildung 6.29: Verlauf der Variation der Intersatellitendistanz bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 75^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen	160
Abbildung 6.30: Verlauf der Variation der Intersatellitendistanz bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen	160
Abbildung 6.31: Verlauf der Variation des Elevationswinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 75^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen	160
Abbildung 6.32: Verlauf der Variation des Elevationswinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen	161
Abbildung 6.33: Verlauf der Variation des Azimutwinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 75^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen	162
Abbildung 6.34: Verlauf der Variation des Azimutwinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen	162
Abbildung 6.35: Verlauf der Variation der relativen Geschwindigkeit bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 75^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen	163
Abbildung 6.36: Verlauf der Variation der relativen Geschwindigkeit bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen	163
Abbildung 6.37: Verlauf der Distanz für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen.....	164

Abbildung 6.38: Verlauf der 1. Ableitung der Distanz für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen.....	165
Abbildung 6.39: Verlauf des Elevationswinkels für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen.....	166
Abbildung 6.40: Verlauf der 1. Ableitung des Elevationswinkels für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen	166
Abbildung 6.41: Verlauf des Azimuthwinkels für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen.....	167
Abbildung 6.42: Verlauf der 1. Ableitung des Azimuthwinkels für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen	167
Abbildung 6.43: Verlauf der relativen Geschwindigkeit für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen	168
Abbildung 6.44: Verlauf der 1. Ableitung der relativen Geschwindigkeit für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen	168
Abbildung 6.45: Verlauf der Distanz (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm \max$.) als Funktion des Inklinationwinkels.....	169
Abbildung 6.46: Variation der Distanz für verschiedene Inklinationwinkel als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden	170
Abbildung 6.47: Verlauf des Elevationswinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm \max$.) als Funktion des Inklinationwinkels.....	170
Abbildung 6.48: Variation des Elevationswinkels für verschiedene Inklinationwinkel als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden	171
Abbildung 6.49: Verlauf des Azimuthwinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm \max$) als Funktion des Inklinationwinkels.....	172
Abbildung 6.50: Variation des Azimuthwinkels für verschiedene Inklinationwinkel als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden	172
Abbildung 6.51: Verlauf der relativen Geschwindigkeit (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm \max$.) als Funktion des Inklinationwinkels.....	173
Abbildung 6.52: Variation der relativen Geschwindigkeit für verschiedene Inklinationwinkel als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden	173
Abbildung 6.53: Verlauf der Distanz (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm \max$.) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz.....	174
Abbildung 6.54: Variation der Intersatellitendistanz für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden	175
Abbildung 6.55: Verlauf des Elevationswinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm \max$.) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz.....	175

Abbildung 6.56: Variation des Elevationswinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden	176
Abbildung 6.57: Verlauf des Azimuthwinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm \max.$) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz.....	176
Abbildung 6.58: Variation des Azimuthwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden	177
Abbildung 6.59: Verlauf der relativen Geschwindigkeit (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm \max.$) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz.....	178
Abbildung 6.60: Variation der relativen Geschwindigkeit für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden	178
Abbildung 6.61: Verlauf der Intersatellitendistanz bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 45^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen.....	179
Abbildung 6.62: Verlauf der Intersatellitendistanz bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen.....	179
Abbildung 6.63: Verlauf des Elevationswinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 45^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen.....	180
Abbildung 6.64: Verlauf des Elevationswinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen.....	180
Abbildung 6.65: Verlauf des Azimuthwinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 45^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen.....	181
Abbildung 6.66: Verlauf des Azimuthwinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen.....	181
Abbildung 6.67: Verlauf der relativen Geschwindigkeit bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 45^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen	182
Abbildung 6.68: Verlauf der relativen Geschwindigkeit bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen.....	183
Abbildung A.1: Grafische Darstellung des zweiten Keplerschen Gesetzes.....	187
Abbildung A.2: Bahnellipse und ihre Kennzeichen.....	189
Abbildung A.3: Darstellung der Umlaufbahnebene.....	190
Abbildung A.4: Klassische Orbitalelemente.....	193
Abbildung A.5: Darstellung eines Punktes im ECI-Koordinatensystem	196
Abbildung A.6: Sphärisches Dreieck	197
Abbildung A.7: Anwendung der Multiplikatormethode von Lagrange.....	199

III. Tabellenverzeichnis

Tabelle 1.1: Orbitparameter bestimmter Orbits	3
Tabelle 1.2: Vor- und Nachteile der einzelnen Orbits	4
Tabelle 2.1: Winkel der Funktion der gewünschten Mindestbedeckungszahl und der Anzahl der Satelliten pro Straße der Bedeckung	21
Tabelle 2.2: Wirkung der verschiedenen Orbitstörungen	26
Tabelle 2.3: Zonenoberwellenkoeffizienten	28
Tabelle 2.4: Veränderung der Orbitparameter aufgrund von J_2	30
Tabelle 2.5: Maximale Abweichungen von vorgegebenen Orbitparametern	37
Tabelle 4.1: Werte für verschiedene polare Orbitkonstellationen bei einfacher Bedeckung	70
Tabelle 4.2: Optimale Konstellationen für a) $n = 1$, b) $n = 2$, c) $n = 3$, d) $n = 4$ bei $\phi_n = 0$	74
Tabelle 4.3: Verschiedene polare kreisförmige Orbitkonstellationen in Abhängigkeit der Phasenwinkeldifferenz	78
Tabelle 4.4: Verschiedene fast polare kreisförmige Orbitkonstellationen in Abhängigkeit des Inklinationwinkels i	83
Tabelle 4.5: Verschiedene fast polare kreisförmige Orbitkonstellationen in Abhängigkeit des Inklinationwinkels und der Phasenwinkeldifferenz für eine Satellitenkonstellation mit $p = 6$ und $s = 11$	86
Tabelle 4.6: Die wichtigsten Merkmale der geplanten polaren Systeme mit Intersatellitenverbindungen	87
Tabelle 5.1: Numerische Ergebnisse für Deltakonfigurationen	106
Tabelle 5.2: Minimale und maximale Anzahl sichtbarer Satelliten über den Polen für verschiedene Anzahl von Orbits	113
Tabelle 5.3: Verschiedene inklinierte kreisförmige Orbitkonstellationen für einfache Bedeckung	117
Tabelle 5.4: Die wichtigsten Merkmale der geplanten inklinierten Systeme mit Intersatellitenverbindungen	121
Tabelle 6.1: Minimale, maximale Distanz und Variation der Distanz für verschiedene phasengenaue exakt polare kreisförmige Konstellationen	131
Tabelle 6.2: Minimaler, maximaler Elevationswinkel und Variation des Elevationswinkels für verschiedene phasengenaue exakt polare kreisförmige Konstellationen	132
Tabelle 6.3: Minimaler, maximaler Azimuthwinkel und Variation des Azimuthwinkels für verschiedene phasengenaue exakt polare kreisförmige Konstellationen	136
Tabelle 6.4: Minimale, maximale relative Geschwindigkeit und Variation der relativen Geschwindigkeit für verschiedene phasengenaue exakt polare kreisförmige Konstellationen	138

IV. Symbolverzeichnis

θ	Ausleuchtwinkel [°]
ϕ	Breitengrad [°]
ϕ	Elevationswinkel [°]
β	Phasenwinkeldifferenz der nicht-phasengenauen polaren kreisförmigen Orbitkonstellation [°]
ε	Exzentrizität
υ	Wahre Anomalie [°]
Θ	Breitengrad [°]
λ	Längengrad [°]
ω	Argument des Perigäums [°]
λ	Längengrad [°]
ϕ	Breitengrad [°]
ω	Argument des Perigäums (wird in dieser Arbeit zu $\omega = 0^\circ$ gesetzt) [°]
ϑ	Satellitenwinkel [°]
ε	Sphärischer Exzeß
Ω	Rektaszension des aufsteigenden Knotens des ersten Orbits [°]
ρ	Dichte [kg/m ³]
Ψ	Azimuthwinkel [°]
$\Delta\Omega$	Veränderung der Rektaszension des aufsteigenden Knotens [°]
$\Delta\omega$	Veränderung des Argument des Perigäums [°]
Γ, ξ	Hilfswinkel [°]
α, β, γ	Winkel im sphärischen Dreieck [°]
μ, μ_E	Gravitationskonstante der Erde ($\mu_E = 3,986012 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$)
ρ_0	Dichte der Luft in Höhe 0 [kg/m ³]
Ω_0	Anfangswert Rektaszension des aufsteigenden Knotens [°]
ρ_0	Luftdichte bei $h = 0$ [kg/m ³]
δ_{0m}	Kronecker-Symbol
Δ_1	Abstand der synchronisierten Orbits am Äquator [°]
Ψ_1, Ψ_2	Lagrange-Bedingungen
λ_1, λ_2	Lagrange-Multiplizierer
γ_{12}	Sphärischen Winkel zwischen Satellit 1 und 2 [°]
Δ_2	Abstand der nicht-synchronisierten Orbits am Äquator [°]
Δd	Veränderung der Distanz [km]
λ_E	Längengradänderung durch Erddrehung [°]
γ_i	Anfangswinkel Satellit i [°]
Δ_{ij}	Winkelabstand zwischen den aufsteigenden Knoten von Orbit i und j am Äquator [°]
Ω_{ij}	Halber sphärischer Winkel zwischen Satellit i und j [°]
Ω_{jk}	Halber sphärischer Winkel zwischen Satellit j und k [°]
Ω_{ki}	Halber sphärischer Winkel zwischen Satellit k und i [°]
θ_{\max}	Maximaler Ausleuchtwinkel [°]
ϑ_{\max}	Maximaler Satellitenwinkel [°]
ϕ_{\max}	Maximaler Breitengrad einer Umlaufbahn [°]
ϕ_{\min}	Minimaler Breitengrad einer Umlaufbahn [°]
Ω_p	Rektaszension des aufsteigenden Knotens des p-ten Orbits [°]
μ_p	Gravitationskoeffizient der beeinflussenden Planeten [m ³ /s ²]
ϕ_{pol}	Maximaler Breitengrad der polaren Umlaufbahn [°]
Ω_R	Rotationswinkel der Erde [°]
a	große Halbachse einer Ellipse [m]
a	Beschleunigung [m/s ²]
A_1, A_2	Abgedeckte Flächen einer Ellipse [m ²]
$a_{\text{Luftwiderstand}}$	Verzögerung durch Luftwiderstand [m/s ²]
A_S	Bedeckungsfläche eines Satelliten [m ²]

A_{xx}, B_{xx}, \dots	Satellitenbezeichnungen
b	kleine Halbachse einer Ellipse [m]
B	Sphärische Erweiterung
B_1, B_2	Brennpunkte einer Ellipse
c	Halbe Straßenbreite der Straße der Bedeckung [°]
c_1	Halbe Straßenbreite der Straße der Bedeckung für 1 sichtbaren Satelliten [°]
$C_{\text{Ballistik}}$	Ballistischer Koeffizient [kg/m ²]
C_d	Luftwiderstandskoeffizient eines Satelliten
c_j	Halbe Straßenbreite der Straße der Bedeckung für j sichtbare Satelliten [°]
c_k	Breitengrad für den minimale k -fache Bedeckung erreicht wird [°]
C_{nm}	Gravitationsoberwellenkoeffizient
C_p	Absorbtionskoeffizient
e	Exzentrizität
E	Elevationswinkel [°]
E	Exzentrische Anomalie [°]
E_i	i -ter Iterationsschritt bei der Berechnung der exzentrischen Anomalie [°]
E_{min}	Minimaler Elevationswinkel [°]
F	Kraft [N]
F_g	Gravitationskraft [N]
$F_{\text{Luftwiderstand}}$	Abbremsende Kraft durch Luftwiderstand [N]
g	Ortsfaktor, Graviationsbeschleunigung [m/s ²]
G	Gravitationskonstante [Nm ² /kg ²] $G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$
GGF	Größter gemeinsamer Faktor
h	Höhe der Umlaufbahn [m]
H	Skalenhöhe [m]
i	Inklinationswinkel [°]
i_{opt}	Optimaler Inklinationswinkel [°]
j	Anzahl der sichtbaren Satelliten
J_n	Zonenoberwellenkoeffizient vom Grad n
k	k -fache Bedeckung
K	Konstante
L	Anzahl der durchflogenen Umläufe
m	Harmonischer Faktor
m	Masse [kg]
M	Anzahl der Tage für L Umläufe
M	Mittlere Anomalie [°]
M, m_E	Erdmasse [kg] $m_E = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
m_{Satellit}	Masse des Satelliten [kg]
n	Anzahl der Satelliten einer Konstellation
n, m	Ordnung
n_0	Nominale mittlere Bewegung [°/s]
n_{min}	Minimale Anzahl an Satelliten pro Konstellation
p	Anzahl der Orbits
p	Luftdruck [N/m ²]
p_0	Luftdruck auf der Erdoberfläche [N/m ²]
p_{min}	Minimale Anzahl an Umlaufbahnen pro Konstellation
P_{nm}	Legendresches Polynom vom Grad n und Ordnung m
PR_I	Konstellationswiederholungsintervall
PR_U	Wiederholungseinheit
PU	Pattern Unit: Konfigurationseinheit bei Walker-Methode
r	Krümmungsradius [m]
r	Abstand Erdmittelpunkt-Satellit [m]
R	Schrägentfernung [m]
r_a	Apogäumsdistanz [m]
R_E	Erdradius [m] $R_E = 6378137 \text{ m}$
r_{ij}	Sphärischer Winkel zwischen den Punkten i und j [°]
R_{ijk}	Radius des Umgebungskreises, welcher die Punkte i, j und k schneidet [m]
r_{jk}	Sphärischer Winkel zwischen den Punkten j und k [°]

r_{ki}	Sphärischer Winkel zwischen den Punkten k und i [°]
$R_{\max,x}$	Radius des Umgebungskreises für x-fache Bedeckung [m]
$R_{\text{Max},x}$	Maximaler Radius des Umgebungskreises während eines Wiederholungsintervalles für x-fache Bedeckung [m]
r_p	Perigäumsdistanz [m]
R_x	Radius für x-fache Bedeckung [m]
s	Anzahl der Satelliten pro Orbit
S_1, S_2	Zurückgelegte Strecken auf einer Ellipse [m]
s_1, s_2, \dots, s_n	Satelliten
S_{\min}	Minimale Anzahl an Satelliten pro Orbit
S_{nm}	Gravitationsoberwellenkoeffizient
t	Zeit [s]
T	Umlaufzeit [s]
T	Transformationsmatrix
t_0	Anfangszeit [s]
T_0	Nominale Periodendauer [s]
T_1, T_2	Umlaufdauer [s]
T_{11}, T_{12}, T_{21}	Elemente der Transformationsmatrix T
T_{22}, T_{31}, T_{32}	Elemente der Transformationsmatrix T
t_p	Zeitpunkt beim Durchgang durch Perigäum [s]
T_{umlauf}	Umlaufdauer [s]
U	Gravitationspotential [m^2/s^2]
v	Geschwindigkeiten eines Satelliten [m/s]
v_1, v_2	Geschwindigkeiten eines Satelliten auf einer Ellipsenbahn [m/s]
v_{rel}	Relative Geschwindigkeit [m/s]
x	Position eines Satelliten in x-Richtung [m]
x	Variable
x_0	Anfangsposition in x-Richtung [m]
y	Position eines Satelliten in y-Richtung [m]
y_0	Anfangsposition in y-Richtung [m]
z	Position eines Satelliten in z-Richtung [m]
z_0	Anfangsposition in z-Richtung [m]

V. Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit untersucht die Auswirkung der Veränderung von bestimmten Orbitparametern einer Satellitenumlaufbahn für den Aufbau von Intersatellitenverbindungen benachbarter Orbits („Inter-Orbit-Intersatellitenverbindungen“). Hierzu werden schrittweise die benötigten Verfahren zur Berechnung von Satellitenkonstellationen dargestellt.

Zur Berechnung der wichtigsten Parameter beim Aufbau von Intersatellitenverbindungen erfolgt die Herleitung der mathematischen Gleichungen für den Intersatellitenabstand, den Elevations- und Azimutwinkel und der relativen Geschwindigkeit als Funktion der Orbitparameter und eine Diskussion der Gleichungen mit Berechnung der Nullstellen und Extremwerte.

Um die Untersuchungen zum Einfluß der Veränderung von Orbitparametern auf die Intersatellitenverbindung durchführen zu können, werden zwei Verfahren zur Berechnung von Orbitkonstellationen, die polare und die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation, vorgestellt.

Mit Hilfe der angegebenen Verfahren zur Berechnung der Orbitkonstellationen und durch Anwendung der Formeln zur Berechnung der Parameter für den Aufbau von Intersatellitenverbindungen werden anschließend polare und inklinierte kreisförmige Orbitkonstellationen berechnet, und die Auswirkungen auf Veränderungen des Inklinations- und Phasenwinkels untersucht. Es zeigt sich hierbei, daß für bestimmte Konstellationen optimale Inklinations- und Phasenwinkel bestimmt werden können, in anderen Fällen aber keine genauen Aussagen gemacht werden können. Für einen Satellitenbetreiber empfiehlt es sich deshalb, neben einer vollständigen Bedeckung auch die Variation der Intersatellitenverbindungen zu untersuchen. Hierbei sollte aber vorher festgelegt werden, ob Bedeckung bis zu einem bestimmten Breitengrad oder der ganzen Erde gewünscht wird. Anschließend können mit Hilfe der vorgestellten Formeln diese Intersatellitenverbindungen hinsichtlich der Variation der Distanz, des Elevations- und Azimutwinkels und der relativen Geschwindigkeit untersucht und optimiert werden.

Als Beispiel wird die Iridium-Konstellation hinsichtlich des Aufbaus von Intersatellitenverbindungen, welche bis zum Breitengrad 60° reichen sollen, hinsichtlich Variation der Distanz, des Elevationswinkels, des Azimutwinkels und der relativen Geschwindigkeit optimiert. Es zeigt sich dabei, daß die Variationen der Distanz, des Elevationswinkels und der relativen Geschwindigkeit verkleinert werden können, lediglich die Variation des Azimutwinkels vergrößert sich. Aufgrund des geänderten Inklinationswinkels kann, im Vergleich zum realisierten Iridium-System, auch die Höhe leicht verkleinert werden.

Kapitel 1: Einleitung

1.1 Einführung

Die mobile Kommunikation bestimmt in immer größerem Maße unser Leben. In vielen Ländern werden momentan zellulare terrestrische Mobilfunknetze aufgebaut bzw. viele sind schon in Betrieb. Aufgrund immer größerer Beliebtheit der Mobilkommunikation, werden auch mobile Handgeräte (Handys) immer billiger, so daß auch immer mehr Teilnehmer diese Netze benutzen. Inzwischen ist es auch möglich, daß ein Benutzer sein Handy in anderen Netzen benachbarter Länder unter der selben Rufnummer betreiben kann („International Roaming“). Verläßt ein Benutzer aber diese Länder oder befindet er sich auf See, so ist eine Benutzung seines Handys meist nicht mehr möglich und er muß in den jeweiligen Ländern terrestrische Kommunikationseinrichtungen benutzen. Um weiterhin ständig und unter einer Rufnummer erreichbar zu sein, bietet sich die Verwendung von globalen Satellitenmobilfunknetzen an.

Bisher werden zu Kommunikationszwecken fast ausschließlich Satelliten in geostationären Umlaufbahnen (GEO = „geostationary earth orbit“) verwendet [SKe95a, SKe97a]. Als geostationär werden Satelliten bezeichnet, die sich in einer Höhe von 35768 km über dem Äquator mit einer Winkelgeschwindigkeit bewegen, die der Erdrotation entspricht und dadurch stationär gegenüber der Erdoberfläche sind. Geostationäre Satelliten sind aber für eine globale Versorgung über „Handys“ ungeeignet, da sie - bedingt durch die große Entfernung zwischen Sender bzw. Empfänger und Satellit und die dadurch auftretenden sehr hohen Freiraumverluste - mit großen Antennen ausgerüstet sein müßten, um mit 1-W bis 5-W-Handys auf der Erde kommunizieren zu können. Solche Systeme sind somit teuer und können außerdem, bedingt durch die 250 ms Zeitverzögerung der Signallaufzeit, keine gleichwertige Qualität wie herkömmliche Telefone liefern.

Diese geostationären Systeme sind jedoch die primären Kommunikationssysteme für Transportsysteme auf dem Land, dem Wasser und in der Luft, da für ihren Betrieb keine Handys, sondern größere tragbare Geräte mit entsprechend höherer Leistung und größeren Antennen verwendet werden können (z.B. Kommunikationseinrichtung auf Frachtschiffen, Supertankern, etc.).

Der maritime Satellitenfunk wird seit über 20 Jahren kommerziell über geostationäre Satelliten betrieben. Heute spielt die internationale, maritime Satellitenorganisation Inmarsat, die 1979 gegründet wurde, für den Satellitenmobilfunk auf Seefahrzeugen eine dominierende Rolle. In [KJo94a] wird der Satellitenmobilfunk für Seefahrzeuge ausführlich beschrieben. Seit einigen Jahren wird jedoch für den mobilen und global verfügbaren Satellitenfunk ein anderes Konzept verfolgt.

Als neues Konzept für mobile Benutzer wird die Versorgung mit niedrig fliegenden nicht-geostationären Satelliten bevorzugt, wobei hier zwischen LEO-Satelliten (low earth orbit, 500 km bis 2000 km Bahnhöhe) und MEO-Satelliten (medium earth orbit, 10000 km bis 20000 km Bahnhöhe) unterschieden wird. In Bild 1.1 ist diese Unterteilung grafisch dargestellt.

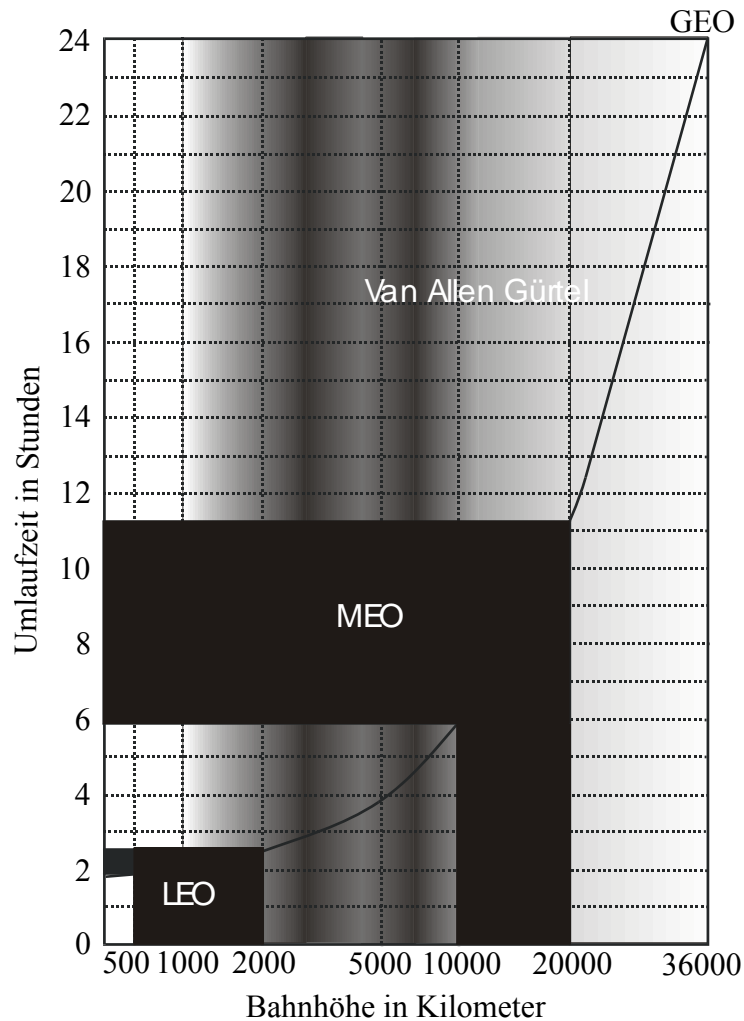


Abbildung 1.1: Unterteilung LEO/MEO/GEO und Umlaufzeit von solchen Satelliten als Funktion der Bahnhöhe

Der Bereich zwischen LEO und MEO ist nur mit erhöhtem Aufwand für Satelliten nutzbar, da in dieser Region ionisierte Partikel durch das Erdmagnetfeld gehalten werden, und diese Partikel die Elektronik der Satelliten schädigen würde. Dieser sog. „Van Allen Gürtel“ erstreckt sich bis zum geostationären Orbit, wobei die maximale Partikelstrahlung bei ca. 3200 km und 7700 km besteht. Die unterschiedliche Strahlungsintensität des „Van Allen Gürtels“ ist in Bild 1.1 ersichtlich. Ein vollständiger Vergleich der Orbittypen LEO/MEO/GEO ist ausführlich in Tabelle 1.1 [Lut94a] beschrieben.

In Tabelle 1.2 sind kurz die Vor- und Nachteile der einzelnen Orbittypen (LEO, MEO, GEO) angegeben [Lut94a].

Um die globale Abdeckung der Erdoberfläche zu gewährleisten, ist bei Benutzung von niedrigfliegenden Satelliten (LEO) eine große Anzahl von Satelliten nötig. Diese bewegen sich nicht synchron mit der Erdrotation, wie es bei geostationären Satelliten der Fall ist, sondern haben eine kleinere Umlaufzeit (siehe Bild 1.1).

Orbittyp	LEO	MEO	GEO
Umlaufbahnhöhe	500 - 2000 km	10000 - 20000 km	35768 km
Inklinationswinkel	45 - 65°, 80 - 100°	45 - 65°	0°
Umlaufzeit	1,4 - 2,5 h (klein)	6 - 12 h (mittel)	23h56min (groß)
Anzahl der benötigten Satelliten für globale Bedeckung	> 40	10 - 20	3 - 4
Masse der Satelliten	niedrig	mittel	hoch
Startkosten pro Satellit	niedrig	mittel	sehr hoch
Komplexität Satelliten-Nutzlast	hoch	niedrig	mittel
Lebensdauer der Satelliten	5 - 8 Jahre	10 - 15 Jahre	10 - 15 Jahre
Kosten des Raumsegments	hoch (viele Satelliten)	mittel	mittel
Ausbreitungsdämpfung (L-Band)	160 dB (niedrig)	180 dB (mittel)	190 dB (hoch)
Signallaufzeit	4 - 12 ms (klein) + 10 - 20 ms je ISL	70 - 140 ms (mittel)	240 ms (hoch)
min. Elevationswinkel	10°	20°	5°
Ausleuchtzone	klein	mittel	groß
Handover	häufig	seltener	keine
mobile Handgeräte	möglich	machbar	problematisch
Ant.-Nachführung Feststation	ja	ja	begrenzt
Intersatellitenverbindungen	erforderlich	optional	nein
Systemkosten	hoch	mittel	hoch

Tabelle 1.1: Orbitparameter bestimmter Orbittypen [Lut94a]

Für diese niedrigfliegenden Systeme, die aus mehreren Hundert Satelliten bestehen können, gibt es zwei Möglichkeiten, die Nachrichten oder Daten eines Benutzers weiterzuleiten. Eine Möglichkeit besteht darin, die von den Satelliten empfangenen Radiowellen der mobilen Teilnehmer in ein anderes Frequenzband umzusetzen, so daß sich die Sende- und Empfangsfrequenzen nicht überschneiden, und die Signale dann jeweils bis zur nächsten Bodenstation zu übertragen, wo sie über klassische Übertragungswege (Kabel, Glasfaser, Richtfunk, terrestrischer Mobilfunk) weitergeleitet werden.

Bei dieser Möglichkeit muß eine große Anzahl von Erdstationen gebaut werden, so daß jeder Satellit ständig eine Erdstation in Sicht haben muß, an welche er die empfangenen Daten eines Benutzers weiterleiten kann (siehe Bild 1.2).

Die zweite Möglichkeit ist der Aufbau von Systemen mit direkten Funkverbindungen zwischen den Satelliten, sog. Intersatellitenverbindungen. Hierbei wird das Signal eines Teilnehmers durch Intersatellitenverbindungen über einen oder mehreren Satelliten weitergeleitet, bis es einen Satelliten erreicht, welcher der Gegenstation am nächsten steht (siehe Bild 1.2). Die Satelliten dienen hier also als selbständige Vermittlungsstellen, was den Datentransfer beschleunigt. In Bild 1.3 ist ein mögliches Intersatellitenzenario aufgezeichnet.

LEO

Vorteile:	Nachteile:
<ul style="list-style-type: none"> - Weniger Sendeleistung für mobile Terminals und Satelliten erforderlich - Kleinere Satellitenantennen - Weniger Funkzellen pro Satellit nötig - Satellitenredundanz vorhanden 	<ul style="list-style-type: none"> - Intersatellitenverbindungen oder viele Bodenstationen erforderlich - Komplexeres Kontroll- und Überwachungssystem nötig - Längere Implementierungszeiten für die jeweilige Satellitenkonstellation - Volle Konstellation bei Betriebsbeginn erforderlich - Vorwiegend niedriger Elevationswinkel - Antennennachführung nötig - Hoher Dopplereffekt

MEO:

Vorteile:	Nachteile:
<ul style="list-style-type: none"> - Satellitenantenne ist Stand der Technik 	<ul style="list-style-type: none"> - Höhere Van Allen – Strahlung

GEO:

Vorteile:	Nachteile:
<ul style="list-style-type: none"> - Einfache Satellitenkonstellation - Weniger Bodenstationen erforderlich - Einfaches Kontrollsystem - Keine Antennennachführung nötig - Konstante Signallaufzeit - Vernachlässigbarer Dopplereffekt 	<ul style="list-style-type: none"> - Keine Versorgung der Polargebiete - Kleine Elevationswinkel für hohe geographische Breiten - Große Satellitenantenne erforderlich - Hohe Signallaufzeit

Tabelle 1.2: Vor- und Nachteile der einzelnen Orbits (LEO, MEO, GEO) [Lut94a].

Beim Vorhandensein von Intersatellitenverbindungen können somit die vielen Erdstationen eingespart werden, da jetzt ein Satellit nicht mehr ständig eine Erdstation sehen muß. Die Kosten für die Satelliten werden aber größer, da zusätzliche Sende- und Empfangsanlagen für die Intersatellitenverbindungen installiert werden müssen. Dafür ist ein System mit Intersatellitenverbindungen aber unabhängiger von irdischer Infrastruktur. Werden beispielsweise bei einem Erdbeben die Telekommunikationseinrichtungen in einer Region zerstört, so hat dies keinerlei Auswirkungen auf die Verfügbarkeit eines solchen Systems [Los99a]. Diese Intersatellitenverbindungen können zwischen Satelliten des gleichen Orbits (sog. „Intra-Orbit-Intersatelliten-Verbindungen“) oder zwischen Satelliten auf benachbarten Orbits (sog. „Inter-Orbit-Intersatelliten-Verbindungen“) aufgebaut werden.

Ein Problem dieses Inter-Orbit -Konzepts ist, daß sich die Satelliten ständig bewegen, da für Satellitenmobilfunksysteme im Normalfall Satelliten auf niedrigfliegenden Umlaufbahnen verwendet werden.

Um aber Intersatellitenverbindungen aufbauen zu können, muß die genaue Position der Satelliten bekannt sein. Weiterhin sind Intersatellitenverbindungen zwischen denjenigen Satelliten aufzubauen, zwischen denen die größte Verkehrskapazität zu erwarten ist.

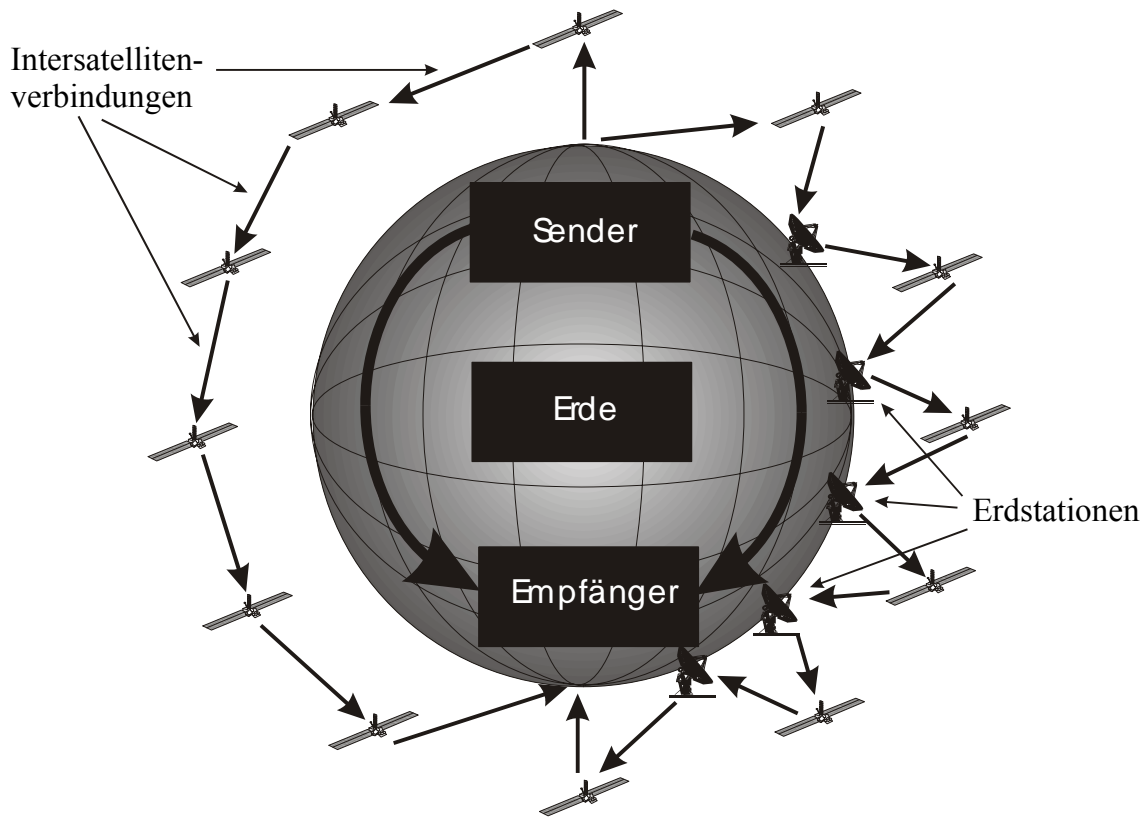


Abbildung 1.2: Signalweiterleitung durch Intersatellitenverbindungen und auf herkömmliche Weise über viele Erdstationen

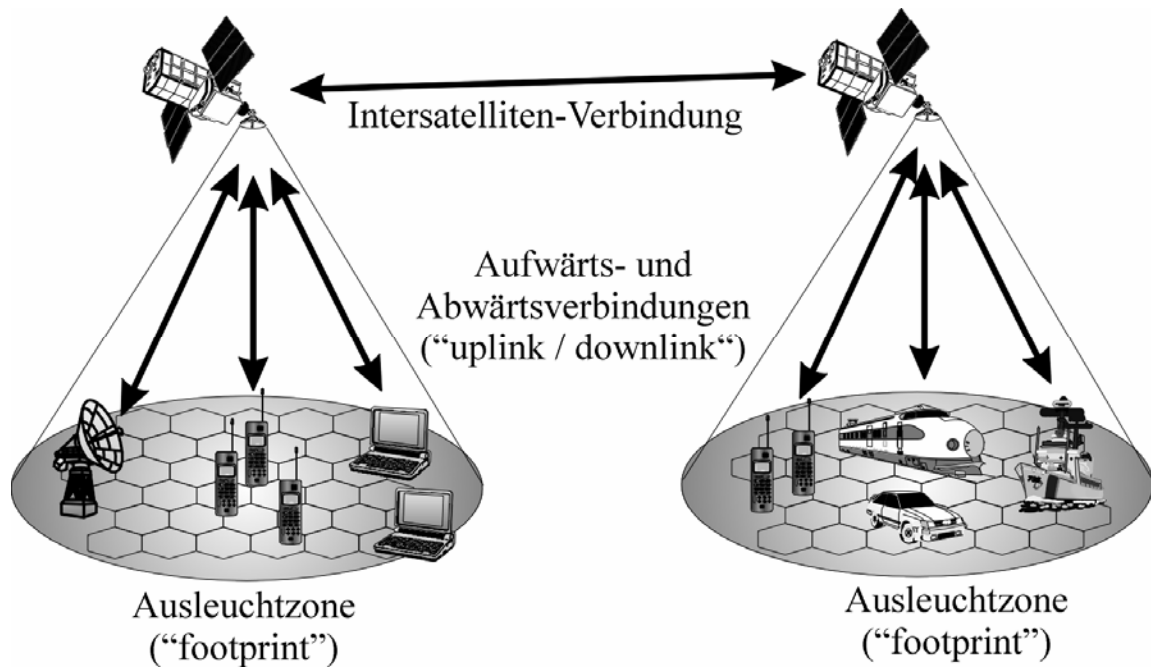


Abbildung 1.3: Veranschaulichung eines Intersatellitenszenarios

1.2 Ziel der Arbeit

Die vorliegende Arbeit untersucht die Auswirkung der Veränderung von bestimmten Orbitparametern einer Satellitenumlaufbahn auf den Aufbau von Intersatellitenverbindungen benachbarter Orbits („Inter-Orbit-Intersatellitenverbindungen“).

Die Intersatellitenverbindungen werden meist als Mikrowellenverbindungen [OWi90a, GMo93a] mit Antennen oder als optische Verbindungen mit Lasern [GKa95a, Kat87a, LCa95a, Rap96a] realisiert. Wegen der hohen Geschwindigkeit der Satelliten ändert sich ständig die Position der Satelliten benachbarter Orbits im Raum. Um eine funktionsfähige Verbindung zwischen den Satelliten aufbauen zu können, ist somit eine ständige Antennennachführung nötig. Bei Mikrowellenverbindungen mit sog. phased-array Antennen kann die Nachführung elektronisch erfolgen, bei Parabolantennen ist aber eine mechanische Ausrichtung der Antenne erforderlich. Ebenso muß bei einer Laserverbindung der Laserstrahl ständig nachgeführt werden, was z.B. durch mechanisches Drehen der Laserquelle oder durch Drehen von Ablenkspiegeln möglich ist. Jede Antennennachführung kostet somit Energie bzw. kann mechanischen Verschleiß zur Folge haben. Bei Versagen der Mechanik kann es dann zum Totalausfall des Satelliten kommen. Da sich die Position der Satelliten benachbarter Orbits sowohl in horizontaler als auch in vertikaler Richtung während eines Umlaufes verändern, sind somit sogar zwei Ausrichtsysteme nötig. Weiterhin ändert sich auch der Abstand der Satelliten zueinander, so daß auch eine ständige Leistungsanpassung erforderlich ist. Diese Leistungsanpassung ist aber meist elektronisch zu verwirklichen und somit weniger störanfällig. Trotzdem sollte auch der Abstand zwischen den Satelliten durch geeignete Wahl der Umlaufbahnparameter möglichst wenig schwanken. Am wichtigsten ist aber, daß die horizontale und die vertikale Antennennachführung durch geeignete Wahl der Orbitparameter der Satellitenumlaufbahn möglichst klein wird. Ein weiterer wichtiger Punkt ist auch die Geschwindigkeit der Satelliten zueinander. Je höher diese relative Geschwindigkeit zwischen zwei Satelliten ist, zwischen denen eine Intersatellitenverbindung aufgebaut wird, desto größer ist der Dopplereffekt und die daraus resultierende Frequenzverschiebung.

Das Ziel dieser Arbeit ist deshalb die Untersuchung der Auswirkung von Änderungen der Orbitparameter auf die Intersatellitendistanz, auf die vertikale und die horizontale Lage der Satelliten (Elevations- und Azimuthwinkel) und auf die relative Geschwindigkeit der Satelliten zueinander. Die Veränderung dieser Parameter erfolgt aber immer unter dem Gesichtspunkt der vollständigen Bedeckung des untersuchten Satellitensystems, d.h. die Parameter der Satellitenumlaufbahnen werden nur soweit verändert, daß stets vollständige Bedeckung erhalten bleibt. Zu diesem Zweck werden die beiden gebräuchlichsten Orbitformen, die polare kreisförmige Orbitkonstellation und die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation hinsichtlich dieser Gesichtspunkte untersucht. Hierzu werden in dieser Arbeit die Gleichungen für diese Größen ausführlich hergeleitet und auch Extremwertberechnungen durchgeführt. Diese Berechnungen werden anschließend dazu verwendet, bestimmte polare und inklinierte kreisförmige Orbitkonstellationen zu untersuchen. Eine Untersuchung der Intra-Orbit-Intersatellitenverbindungen ist nicht nötig, da sich die Satelliten innerhalb eines Orbits in gleicher Weise bewegen und ihre Position zueinander auch durch Orbitstörungen nur geringfügig ändert.

Bei der Untersuchung der verschiedenen Satellitenkonstellationen wurden neben selbstgeschriebenen Programmen (meist in der Programmiersprache C) auch das Satelliten-Simulationswerkzeug SatLab von SatLab LLC verwendet.

1.3 Stand der Technik

Seit etwa dem Jahre 1960 haben verschiedene Orbitplaner versucht, Satellitenkonstellationen für kreisförmige Orbits zu entwerfen, die mit möglichst wenig Satelliten eine ständige und globale Bedeckung der gesamten Erde ermöglichen. Die ersten Veröffentlichungen hierzu stammen von Vargo [Var60a] und von Lüders [Lüd61a]. In diesen Arbeiten versuchten die Autoren mit Hilfe der bedeckten Fläche eines Satelliten auf der Erde Rückschlüsse auf die nötige Gesamtanzahl an Satelliten zur Bedeckung der gesamten Erde zu ziehen, wobei aber eine willkürliche Verteilung der Satelliten benachbarter Orbits angenommen wurde. Nachfolgearbeiten von Gobetz [Gob61a] und von Ullock und Schön [USc63a] verwendeten aber schon den Vorteil einer symmetrischen Satellitenverteilung zwischen benachbarten Orbits und konnten so schon den Abstand zwischen den Orbits vergrößern und so die nötige Satellitenzahl verkleinern [Mer66a, Bur66a]. Diese Tatsache ist u.a. für die polare Satellitenkonstellation von Bedeutung. Diese Konstellation wurde hauptsächlich durch Beste [Bes78a] im Jahre 1978 und von Rider hinsichtlich Bedeckung optimiert und untersucht, erste Ansätze gab es auch schon von Walker [Wal63a]. Die ausführlichen Untersuchungen von Rider sind in [Rid85a] zu finden, bzw. eine Weiterentwicklung in [ARi87a]. Von Gobetz [Gob61a] wurde die Behauptung aufgestellt, daß die minimale Anzahl an Satelliten zur Bedeckung der gesamten Erde aus 6 Satelliten bestehe. In einer Veröffentlichung von Walker aus dem Jahre 1970 [Wal70a] wurde aber zum ersten Mal gezeigt, daß eine vollständige Bedeckung der gesamten Erde auch schon mit 5 Satelliten bei Verwendung einer kreisförmigen, inklinierten Orbitkonstellation möglich ist. Dazu wählte Walker den Ansatz, die Punkte zu bestimmen, welche von den Subsatellitenpunkten dreier benachbarter Satelliten den gleichen Abstand haben. Schneiden sich die Bedeckungskreise dieser drei Satelliten genau in diesem Punkt, so wird in der Nähe dieses Punktes mindestens einfache Bedeckung erreicht. Der gleiche Ansatz wird auch von Easton und Brescia [EBr69a] verwendet, die aber nur den Sonderfall von Konstellationen mit genau zwei Umlaufbahnen betrachten. Weitere Veröffentlichungen von Buisson und McCaskill [BMc72a] und Buisson [Bui73a] betrachten nur den Sonderfall von Konstellationen mit drei Umlaufbahnen. Die beiden letzt genannten Veröffentlichungen wurden v.a. als Studien für das damals geplante Navstar-GPS System [Par96a, Sch94a, KBZ98a, KBZ98b, ZKB97a] gemacht, welches später bestehend aus 24 Satelliten in 3 Umlaufbahnen realisiert wurde. Ein anderer Ansatz wurde von Morrison [Mor73a] und von Bogen [Bog74a] angenommen: Beide untersuchten die Bedeckung verschiedener Konstellationen in dem sie die Erdoberfläche in ein Netz von kleinen Flächen mit einem Raster von $10^\circ \times 10^\circ$ bzw. $5^\circ \times 5^\circ$ aufteilten und für diese Flächen die Bedeckung bestimmten und so Rückschlüsse auf die Gesamtbedeckung zogen. Die meisten damaligen Bedeckungsvorhersagen wurden noch durch Auswertung ohne Computer vorgenommen, so daß ein Raster von $5^\circ \times 5^\circ$ gerade noch von Hand berechenbar war. Einen ähnlichen Ansatz wie Walker machte auch Mozhayev [Moz73a] im Jahre 1973 in der ehemaligen UdSSR. Einen vollkommen anderen Ansatz zur Berechnung der Bedeckung inklinierter Orbits gibt es von Rider [Rid86a], welcher versuchte mit Hilfe der Straße der Bedeckung (siehe Kapitel 3) eine optimale Konstellation für die inklinierten Orbits zu finden. Es stellte sich heraus, daß diese Methode der Straße der Bedeckung auch auf die inklinierte Orbitkonstellation anwendbar ist, sie jedoch ein etwas schlechteres Ergebnis liefert als die Methode von Walker. Im Jahre 1977 [Wal77a] verallgemeinerte Walker seine im Jahre 1970 gemachten Ansätze [Wal70a] zur Berechnung der optimalen Konstellation, so daß die Methode auch auf Konstellationen mit einer großen Satellitenanzahl anwendbar ist.

Eine Erweiterung dieses Ansatzes findet sich noch bei Ballard [Bal80a], der eine noch größere Anzahl an möglichen optimalen Konstellationen zuließ.

Die Methode von Walker und die Erweiterung von Ballard geht aber immer von vollständiger Bedeckung der gesamten Erde aus, eine Bedeckung bestimmter Gebiete der Erde (z.B. nur der Pole oder nur zwischen bestimmten Breitengraden) wird nicht betrachtet, die Berechnung inklinierter Orbits nach Rider [Rid86a] schließt auch die Bedeckung bestimmter Zonen der Erde ein, so daß dieser Ansatz flexibler ist, da oft nur eine Bedeckung bis zu bestimmten Breitengraden (z.B. bis zum Breitengrad 70°) gefordert wird.

Bei Walker wird die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation meist als Deltakonfiguration bezeichnet, da der Abstand der aufsteigenden Knoten aller Umlaufbahnen voneinander den gleichen Abstand (gleiches Delta) besitzen. In späteren Veröffentlichungen wird auch gern von einer Walker / Deltakonfiguration gesprochen und sich dann meistens auf eine Konstellation nach Walker [Wal77a] bezogen, wobei hier aber nichts anderes als die normale Deltakonfiguration gemeint ist. Hierzu ist u.a. eine der ersten Veröffentlichungen zum Globalstar-Satellitensystem von Wiedeman und Viterbi [WVi93a] zu nennen.

Bei der Methode nach Rider [Rid86a] haben auch die aufsteigenden Knoten aller Umlaufbahnen identischen Abstand (gleiches Delta), nur die Berechnungsmethode zur Bestimmung des optimalen Inklinationwinkels ist unterschiedlich.

Viele, momentan geplante bzw. in Bau befindliche Satellitensysteme wie z.B. Iridium [Leo92a, HaCa93a, SKe95a, Kel97a, ETS93a, Kel97b], Globalstar [WVi93a, SKe95a, ETS93a], Teledesic [Tel94a, Tel97a, ETS93a, Kel97b], M-Star [Mot96a, Ans96a, Kel97a] oder das im Jahre 1998 in Teledesic integrierte Celestri-System [Mot97a, Kel97a] basieren auf eine der beiden Orbitkonstellationen (siehe Bild 1.4: Umlaufbahnen des fast polaren Systems Iridium [Alt94a]).

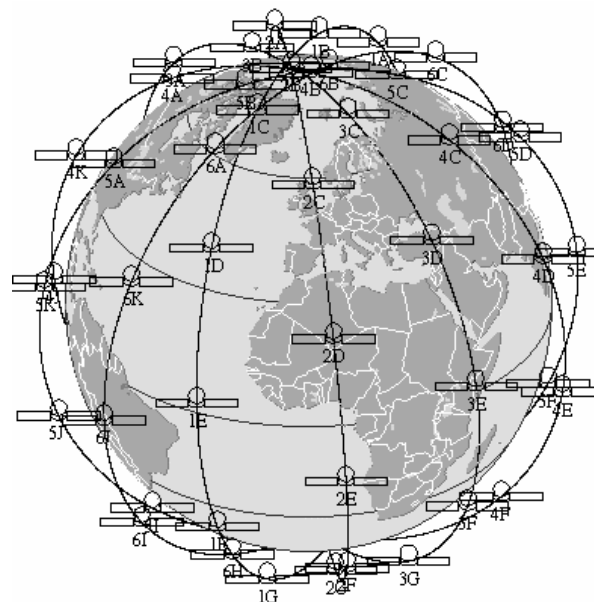


Abbildung 1.4: Umlaufbahnen des fast polaren Systems Iridium

Leider basiert die Vorstellung der polaren kreisförmigen Orbitkonstellation aber nur auf einem Inklinationwinkel von exakt 90 Grad, eine Erweiterung auf eine fast polare kreisförmige Orbitkonstellation findet sich nicht in der Literatur. Diese Erweiterung wird deshalb in dieser Arbeit durchgeführt.

Weiterhin findet sich in den angegebenen Veröffentlichungen auch nicht die Auswirkung der Veränderung der Phasenwinkeldifferenz oder des Inklinationwinkels auf die (fast) polare Orbitkonstellation bzw. auch nicht die dazu nötigen modifizierten Bedeckungsformeln, so daß diese Erweiterungen ebenfalls in dieser Arbeit durchgeführt werden.

Für die Berechnung der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation werden in der Literatur zwei Methoden vorgestellt [Wal77a bzw. Rid86a], wobei in beiden Methoden aber nur eine Berechnung des optimalen Inklinationwinkels vorgenommen und keine Auswirkung der Änderung des Inklinationwinkels berücksichtigt wird. In diese Arbeit werden deshalb variable Inklinationwinkel berücksichtigt, die außerhalb des optimalen Inklinationwinkels liegen können.

Beide Orbitfamilien wurden bisher auch nur hinsichtlich einer bestmöglichen weltweiten Bedeckung bzw. Bedeckung bestimmter Breitengrade untersucht. (Raumgeometrische) Untersuchungen, welche die Auswirkung der Veränderung bestimmter Orbitparameter auf die Intersatellitenverbindungen beschreiben, wurden bisher nicht vorgenommen.

In verschiedenen Veröffentlichungen [WDB97a, WDV97a] wurden bisher nur das Routing von Datenpaketen durch bestimmte Konstellationen basierend auf den beiden Orbitfamilien simuliert und versucht, bestmögliche Routing-Strategien zu finden bzw. zu entwerfen oder es wurden Verkehrsstudien für Satellitensysteme mit Intersatellitenverbindungen vorgenommen [WMa97a].

Zur Berechnung der Intersatellitenverbindungen wurden in der Literatur nur die Formeln für die Intersatellitendistanz und den Elevationswinkel, angepaßt auf die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation, angegeben [Bal80a].

Allgemeine Formeln zur Berechnung dieser Größen, welche für alle Orbitformen gültig sind, fanden sich leider auch nicht in der Literatur. Ebenso fanden sich keine Berechnung der Extremwerte der Intersatellitendistanz, des Elevations- und Azimuthwinkels und der relativen Geschwindigkeit, diese Formeln werden deshalb in dieser Arbeit berechnet und deren Herleitung schrittweise angegeben.

Diese Arbeit stellt damit einen flexiblen Ansatz zur Berechnung der wichtigsten geometrischen Parameter von Intersatellitenverbindungen dar, da hierbei alle wichtigen geometrischen Formeln für Intersatellitenverbindungen und auch deren Extremwerte in kompakter Weise angegeben wurden. Weiterhin werden auch die beiden gebräuchlichsten Methoden zur Bestimmung von Satellitenkonstellationen und deren Berechnungsformeln angegeben. Zusätzlich wird die polare Orbitkonstellation erweitert, so daß auch die Auswirkung der Veränderung der Phasenwinkeldifferenz oder des Inklinationwinkels eingerechnet werden kann.

1.4 Gliederung der Arbeit

Dieser Abschnitt gibt eine kurze Übersicht über die einzelnen Kapitel. Diese Arbeit besteht insgesamt aus sieben Kapiteln, von denen sich jedes mit einem bestimmten Aspekt von Orbitberechnungen bzw. Intersatellitenverbindungen befaßt.

Kapitel 2 befaßt sich mit den Grundlagen zur Entwicklung von Satellitenkonfigurationen, d.h. wie die Satelliten angeordnet werden um eine möglichst optimale Bedeckung zu erreichen. Weiterhin befaßt sich das Kapitel auch mit den Störeinflüssen auf verschiedene Orbitparameter.

In **Kapitel 3** werden die exakten Formeln zur Berechnung der Distanz, der relativen Geschwindigkeit und der Ausrichtwinkel zwischen den Satelliten angegeben. Mit Hilfe dieser Formeln werden dann auch die Extremwerte berechnet.

In **Kapitel 4** wird die polare kreisförmige Orbitkonstellation vorgestellt und die Auswirkung der Änderung von Orbitparametern auf die Bedeckung untersucht.

Kapitel 5 beinhaltet die Vorstellung der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation. Es werden die zwei möglichen Vorgehensweisen zur Berechnung dieser Orbitkonstellation gezeigt und die entsprechenden Formeln angegeben.

In **Kapitel 6** wird dann sowohl die polare als auch die inklinierte Orbitkonstellation hinsichtlich der wichtigsten geometrischen Größen zum Aufbau von Intersatellitenverbindungen untersucht. Hierzu werden die in Kapitel 3 hergeleiteten Gleichungen für Distanz, Elevations- und Azimuthwinkel und relative Geschwindigkeit verwendet. Es werden sowohl die Verläufe dieser Größen dargestellt als auch die Auswirkungen der Änderung von Orbitparametern ausgewertet, wobei immer vollständige Bedeckung vorausgesetzt wird.

Ein Zusammenfassung der Ergebnisse schließt in **Kapitel 7** den Hauptteil dieser Arbeit ab.

Die **Anlage** beinhaltet noch den Glossar und das Literaturverzeichnis und auch die klassischen Beschreibungen zur Bestimmung von Umlaufbahnen. Weiterhin werden dort einige wesentliche Grundlagen der sphärischen Geometrie und weiterer mathematischer Methoden angegeben

Kapitel 2: Entwicklung und Berechnung von Satellitenkonfigurationen

2.1 Einführung

In diesem Kapitel werden die Grundlagen und Berechnungen zur Entwicklung von Satellitenkonfigurationen hergeleitet. Die wichtigsten Gesetze zur Berechnung von Umlaufbahnen und die klassischen Orbitalelemente finden sich zusätzlich im Anhang.

In Abschnitt 2.2 werden die Zusammenhänge zwischen der Bedeckung eines Satelliten, der Bahnhöhe des Satelliten, dem Elevationswinkel auf der Erdoberfläche und weiterer wichtiger Parameter angegeben und deren gegenseitiger Einfluß untersucht.

Die Methoden zur Abschätzung der benötigten Anzahl von Satelliten werden in Abschnitt 2.3 eingeführt. Es wird dort mit Hilfe sphärischer Sechsecke eine einfache Abschätzung über die benötigte Satellitenanzahl zur vollständigen, einfachen Bedeckung der Erdoberfläche dargestellt und die Mindestanzahl an nötigen Satelliten berechnet.

Die Einführung der Methode der Straßen der Bedeckung (engl. „Streets-of-Coverage“) oder manchmal auch Streifenmethode erfolgt in Abschnitt 2.4. Mit Hilfe dieser Methode kann die Anzahl der benötigten Satelliten eines Orbits bzw. die der gesamten Konstellation bestimmt werden, wobei dort mit Hilfe der sphärischen Geometrie die Gleichungen für die Bedeckung benachbarter Satelliten eines Orbits berechnet werden.

Abschnitt 2.5 beschäftigt sich mit der Geometrie von Satellitentrios, einer weiteren Methode zur Bestimmung der benötigten Satelliten einer Konstellation. Diese Methode wird v.a. bei inklinierten kreisförmigen Konstellationen angewendet, da für diese Orbitfamilie die Straße der Bedeckung schlechter anwendbar ist.

Als Annahmen für die in den Abschnitten 2.2 - 2.5 bestimmten Zusammenhänge werden folgende Vereinbarungen getroffen: Es werden immer Konstellationen aus Kreisbahnen mit Exzentrizität 0 und jeweils identischer Höhe betrachtet, so daß $r = a$ gilt. Weiterhin ist das Argument des Perigäums ω immer $\omega = 0^\circ$ (d.h. der Schnittpunkt des aufsteigenden Knotens sei als Perigäumspunkt definiert). Die Erde wird als homogene Kugel angenommen; Störungen der Umlaufbahn werden nicht berücksichtigt (die Störungen auf Umlaufbahnen werden im Kapitel 2.6 behandelt). In jedem Orbit sollen sich drei oder mehr Satelliten (abhängig von der Höhe der Satelliten) befinden, da sonst die in Abschnitt 2.3 hergeleiteten Beziehungen nicht gelten, die Anzahl der Satelliten sei für jeden Orbit einer Konstellation identisch. Als weitere Vereinbarungen besitzen alle Orbits einer Konstellation den gleichen Inklinationwinkel.

In dem darauf folgenden Abschnitt 2.6 werden, zur vollständigen Beschreibung, die wichtigsten Störeffekte auf Umlaufbahnen beschrieben.

In den folgenden Kapiteln erfolgt dann die Anwendung der in diesem Kapitel beschriebenen Zusammenhänge für bestimmte Orbitfamilien. In Kapitel 4 werden diese Zusammenhänge für die Beschreibung der polaren Orbitfamilie verwendet und in Kapitel 5 für die inklinierte kreisförmige Orbitfamilie.

2.2 Die wichtigsten Grundgleichungen der Bedeckung

In Abbildung 2.1 ist der Bedeckungskreis eines Satelliten über der Erde dargestellt.

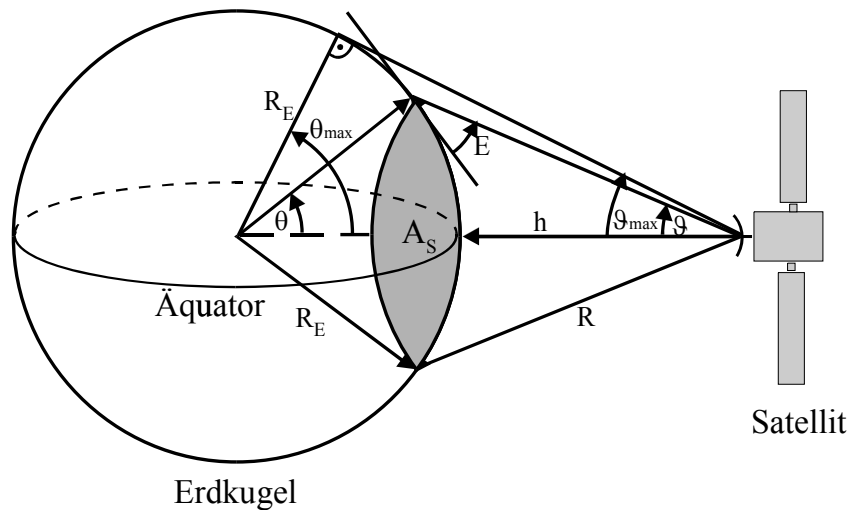


Abbildung 2.1: Definition des Bedeckungswinkels, des Elevationswinkels, des Satellitenwinkels, der Schrägentfernung und der Ausleuchtfläche

Es wird dabei angenommen, daß die Erde sphärisch ist, d.h. als Kugel angenommen werden kann und keine weiteren Störungen wirken. Der Einfluß von Störfaktoren auf Satellitenbahnen wird im Abschnitt 2.6 ausführlich beschrieben.

Weiterhin wird die Exzentrizität der Satellitenbahnen immer zu $\varepsilon = 0$ (kreisförmige Umlaufbahn) gesetzt, so daß $r = a$ gilt.

Es berechnet sich die Höhe h eines Satelliten über der Erdoberfläche damit zu

$$h = R_E [\cos E / \cos(\theta + E) - 1] \quad (2.1)$$

wobei E der Elevationswinkel (hier: Neigungswinkel, von der Erde aus gesehen, zwischen Linie zum Satelliten und Erdoberfläche, siehe Bild 2.1) und θ der sog. Ausleuchtungswinkel des Satelliten auf der Erde ist. Mit dem Abstand vom Erdmittelpunkt zum Satelliten

$$r = h + R_E \quad (2.2)$$

(Erdradius $R_E = 6378,137$ km) ergibt sich

$$\cos(\theta + E) = \frac{R_E}{r} \cos E \quad (2.3)$$

Für den Sonderfall, daß der Elevationswinkel $E = 0^\circ$ ist, gilt

$$\cos \theta_{Max} = \frac{R_E}{r_{Max}} \quad (2.4)$$

bzw. allgemein ergibt sich für den Ausleuchtwinkel θ als Funktion des Elevationswinkels E und der Höhe h folgende Gleichung

$$\theta = \arccos\left(\frac{R_E}{r} \cos E\right) - E \quad (2.5)$$

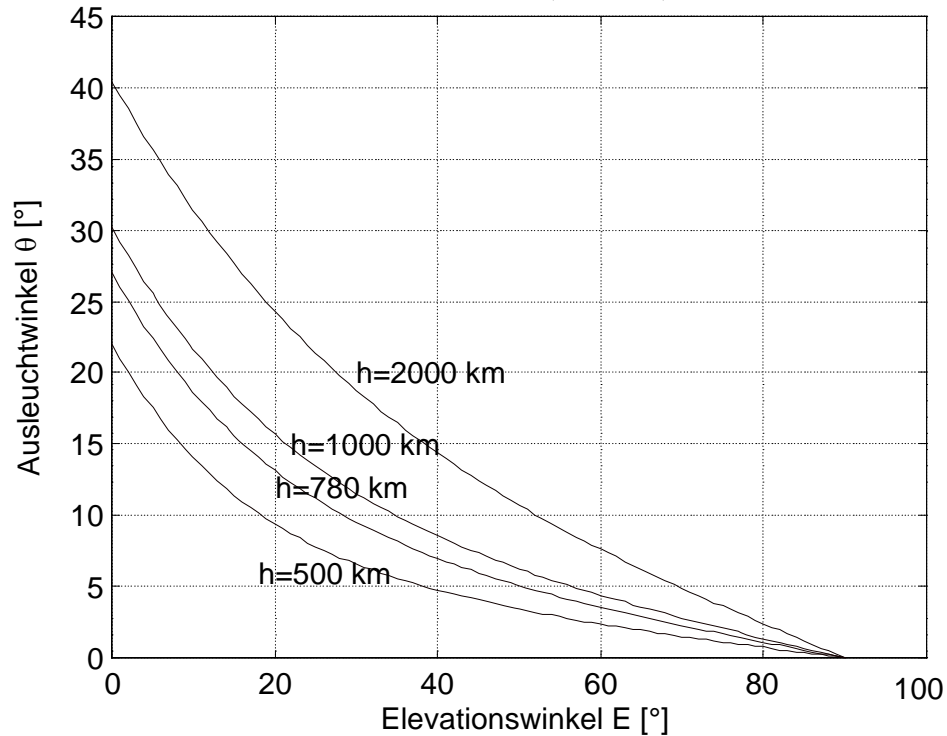


Abbildung 2.2: Ausleuchtwinkel als Funktion des Elevationswinkels bei verschiedenen Höhen

Diese Abhängigkeit des Ausleuchtwinkels eines Satelliten θ zum Elevationswinkel E und zur Höhe h ist in Abbildung 2.2 für verschiedene Höhen ($h = 500$ km, 780 km, 1000 km, 2000 km) grafisch dargestellt. Anhand der Grafik erkennt man, daß der Ausleuchtwinkel mit steigendem Elevationswinkel kleiner wird und mit zunehmender Höhe ansteigt. Dies ist dadurch zu erklären, daß mit steigendem Elevationswinkel die Bedeckungsfläche eines Satelliten auf der Erde kleiner wird und dadurch auch der Winkel vom Rand zur Mitte der Bedeckungsfläche sich ebenfalls verkleinert. Mit steigender Höhe ist es genau umgekehrt, die Bedeckungsfläche wird größer und damit auch der Ausleuchtwinkel. Der Ausleuchtwinkel wird für einen Elevationswinkel von $E = 90^\circ$ zu Null, anschaulich bedeutet ein Elevationswinkel von 90° , daß die Ausleuchtfläche eines Satelliten zu einem Punkt auf der Erde wird (Subsatellitenpunkt).

Eine weitere wichtige Größe ist der Abstand R , die sog. Schrägentfernung (engl. „slant range“), zwischen einem Satelliten und dem Punkt auf der Erdoberfläche, von dem aus der Satellit unter dem Elevationswinkel E zu sehen ist. Diese Schrägentfernung kann mit Hilfe der Kosinusformel bzw. mit dem Sinussatz [BSe87a] berechnet werden zu

$$R = (R_E + h)\sin(\theta + E) - R_E \sin E = \frac{R_E \sin \theta}{\sin(\pi/2 - E - \theta)} \quad (2.6)$$

In Abbildung 2.3 ist die Schrägentfernung R als Funktion der Satellitenhöhe h für verschiedene Elevationswinkel E grafisch dargestellt, wobei der Ausleuchtwinkel θ mit Hilfe von Gleichung 2.5 berechnet worden ist. Die Schrägentfernung ist v.a. wichtig, um Abschätzungen über die am Randbereich einer Ausleuchtzone ankommende Empfangsleistung vorzunehmen. Anhand des Diagramms erkennt man, daß die Schrägentfernung mit fallenden Elevationswinkel größer wird und als Funktion der Höhe ansteigt. Dies ist damit zu erklären, daß mit fallenden Elevationswinkel die Bedeckungsfläche größer wird und der Abstand vom Rand zur Mitte der Bedeckungsfläche (Punkt des Subsatellitenpunktes) größer wird, und somit auch die Schrägentfernung (Entfernung vom Satellit zum Rand der Bedeckungsfläche) steigt.

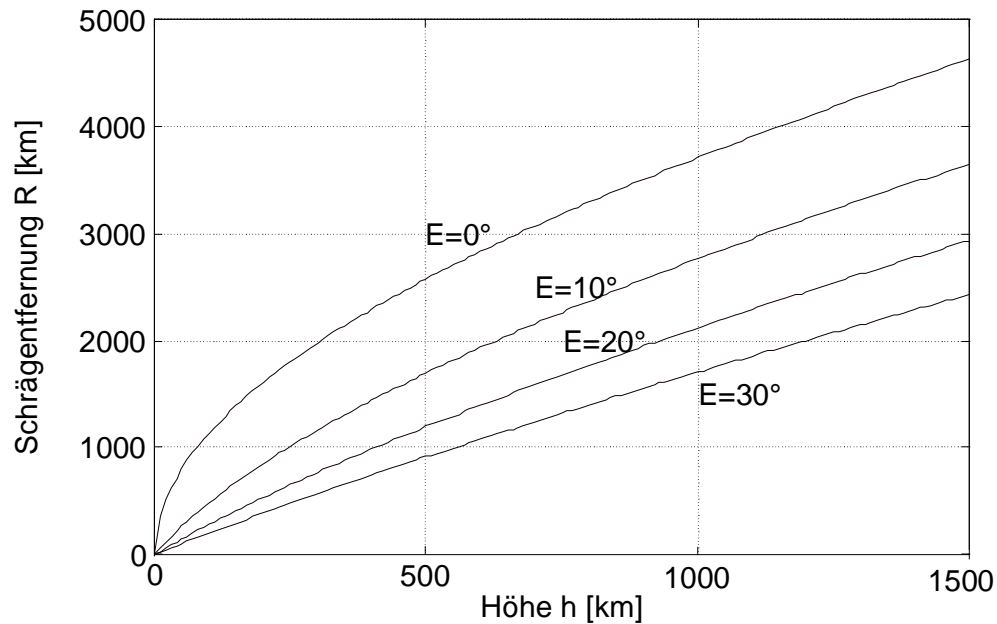
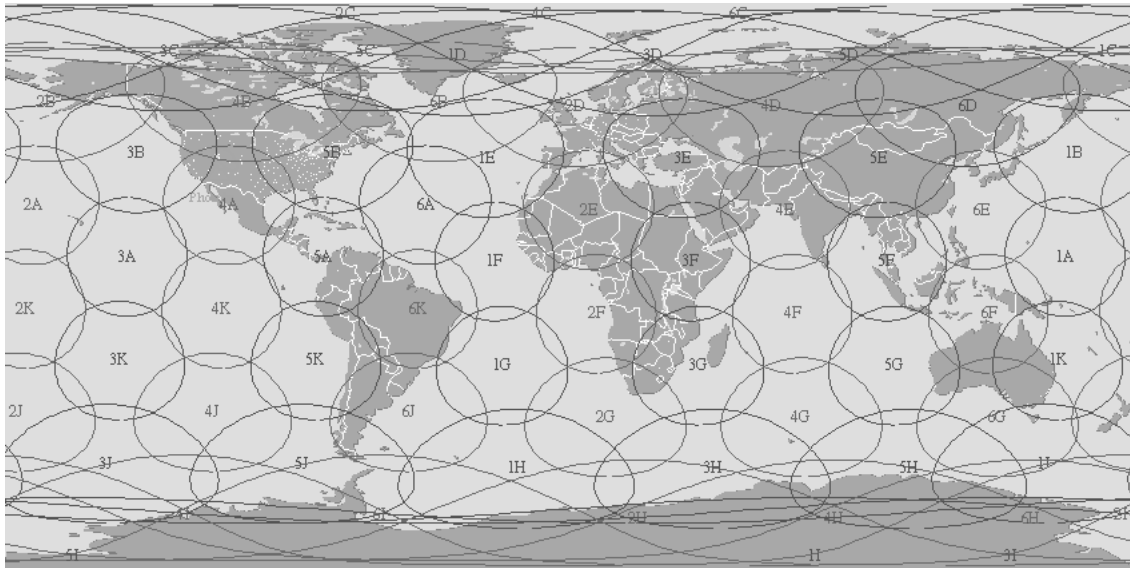
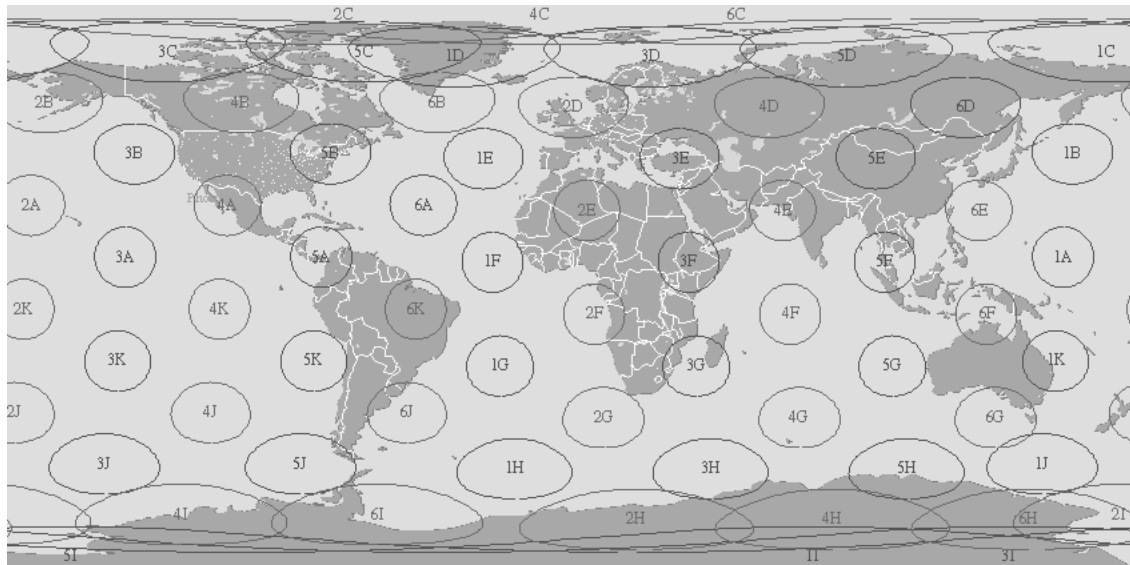


Abbildung 2.3: Schrägentfernung als Funktion der Höhe

In Abbildung 2.4a sind die Bedeckungsflächen eines Beispielsystems ($h = 780$ km) für einen minimalen Elevationswinkel von $E = 30^\circ$ gezeichnet und in Bild 2.4b für einen minimalen Elevationswinkel von $E = 10^\circ$. Anhand der beiden Bilder wird der Zusammenhang zwischen dem Elevationswinkel und der Bedeckungsfläche nochmals deutlich.

a) Minimaler Elevationswinkel von 10° b) Minimaler Elevationswinkel von 30° Abbildung 2.4: Bedeckungsflächen eines Beispielsystems für einen minimalen Elevationswinkel von a) 10° , b) 30°

Anhand der beiden Bilder erkennt man, daß die Ausleuchtung mit steigenden minimalen Elevationswinkel immer geringer wird (siehe auch Abbildung 2.2).

2.3 Abschätzung der Zahl der benötigten Satelliten und Orbits

Um eine vollständige Bedeckung der gesamten Erde zu erhalten, müssen sich die Ausleuchtflächen der Satelliten überlappen. Durch phasengenaue Überlappung (Satellit des Nachbarorbits befindet sich genau auf Höhe des halben Abstandes von zwei Satelliten des betrachteten Abstandes) kann die effektive Bedeckungsfläche eines einzelnen Satelliten durch das größtmögliche eingeschriebene regelmäßige sphärische Sechseck beschrieben werden [Böt94a]. In Abbildung 2.5 ist diese Ausleuchtfläche gezeichnet und es sind die eingeschriebenen regelmäßigen Sechsecke dargestellt.

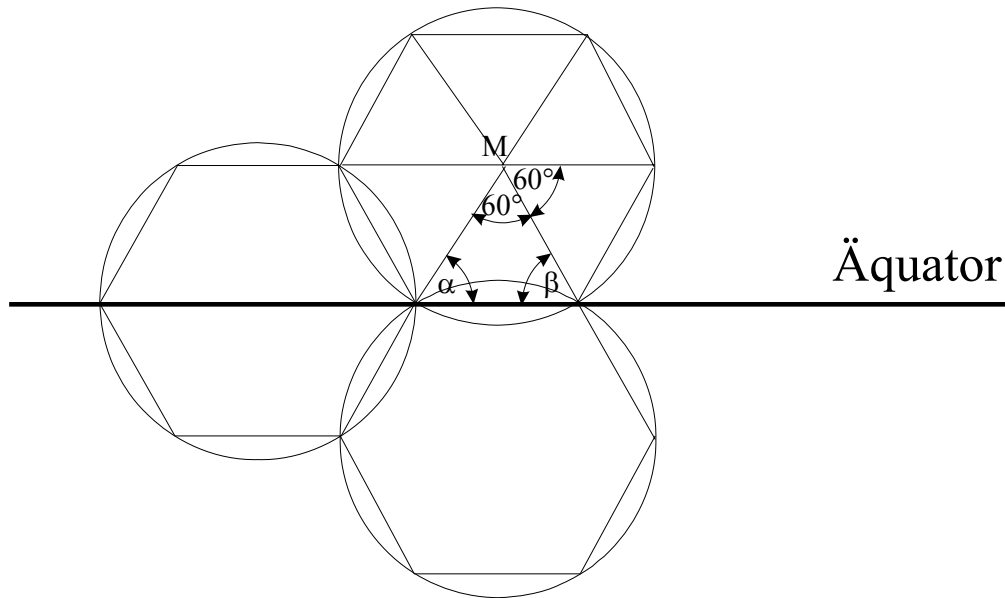


Abbildung 2.5: Bedeckungsflächen von drei Satelliten und der in die Ausleuchtflächen eingeschriebenen regelmäßigen Sechsecke

Ein Sechseck setzt sich aus sechs sphärischen gleichschenkligen Dreiecken mit einem Winkel von 60° und den zwei äußeren Winkeln α und β zusammen. Der Flächeninhalt eines Kugeldreieckes auf der Erde ergibt sich nach [BSe87a] zu

$$A = R_E^2 \varepsilon \quad (2.7)$$

wobei ε sphärischer Exzeß genannt wird und R_E der mittlere Erdradius ist. Nach [BSe87a] berechnet sich der sphärische Exzeß aus

$$\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma - \pi = 2\alpha + \frac{\pi}{3} - \pi \quad (2.8)$$

wobei α , β und γ die drei Winkel im sphärischen Dreieck sind und $\alpha = \beta$ und $\gamma = 60^\circ$ gilt (siehe Abbildung 2.5). Mit Hilfe des Winkelkosinussatzes im sphärischen Dreieck läßt sich der Winkel α bestimmen.

Es gilt hierbei

$$\cos \alpha = -\cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3} \cos \theta_{\max} \quad (2.9)$$

mit der Lösung

$$\alpha = \arctan \frac{\sqrt{3}}{\cos \theta_{\max}} \quad (2.10)$$

woraus sich dann für ε ergibt

$$\varepsilon = 2 \arctan \frac{\sqrt{3}}{\cos \theta_{\max}} - \frac{2\pi}{3} \quad (2.11)$$

und für den Flächeninhalt des Kugeldreiecks

$$A = 6R_E^2 \left[2 \arctan \frac{\sqrt{3}}{\cos \theta_{\max}} - \frac{2\pi}{3} \right] = 12R_E^2 \left[\arctan \frac{\sqrt{3}}{\cos \theta_{\max}} - \frac{\pi}{3} \right] \quad (2.12)$$

Um die gesamte Erdoberfläche zu bedecken sind somit

$$n_{\min} = \frac{4\pi R_E^2}{A} = \frac{\pi}{3 \arctan \left(\frac{\sqrt{3}}{\cos \theta_{\max}} \right) - \pi} = \frac{1}{\frac{3}{\pi} \arctan \left(\frac{\sqrt{3}}{\cos \theta_{\max}} \right) - 1} \quad (2.13)$$

Satelliten nötig.

Diese Anzahl an Satelliten ist das Minimum an Satelliten, die für die vollständige einfache Bedeckung der Erde nötig sind, dabei wurde aber die effektive Bedeckungsfläche jedes Satelliten berücksichtigt. Durch Überlappung der Orbits und der Ausleuchtgebiete der Satelliten bzw. durch Inklination der Orbits ist die Anzahl der benötigten Satelliten stets größer als die in Gleichung 2.13 berechnete Anzahl. Im folgenden soll deshalb eine genaue Abschätzung für die benötigte Anzahl der Orbits und der Satelliten pro Orbit angegeben werden.

Die minimale Anzahl der benötigten Orbits kann in folgender Weise berechnet werden: Man betrachte die Bedeckung längs des Äquators oder längs eines anderen Großkreises (Großkreis: Kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten auf der Oberfläche einer Kugel). Unter der Voraussetzung, daß sich mindestens zwei Satelliten in einem Orbit befinden, trägt jeder Satellit zur Bedeckung mit

$$2\theta_{\max} + 2\theta_{\max} \cos \frac{\pi}{3} = 3\theta_{\max} \quad (2.14)$$

bei, woraus sich insgesamt eine minimale Anzahl von Orbits

$$p_{\min} = \frac{2\pi}{3\theta_{\max}} = \frac{2}{3} \frac{\pi}{\theta_{\max}} \quad (2.15)$$

ergibt.

Jeder Satellit bedeckt in seinem Orbit einen Winkel von

$$2\theta_{\max} \sin \frac{\pi}{3} = 2\theta_{\max} \cos \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}\theta_{\max} \quad (2.16)$$

woraus sich die minimale Anzahl an Satelliten pro Orbit ergibt zu

$$s_{\min} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}\theta_{\max}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\pi}{\theta_{\max}} \quad (2.17)$$

Die Gesamtanzahl der Satelliten ergibt sich dann zu $n = ps$ bzw. zu

$$n_{\min} = \frac{4\sqrt{3}}{9} \left(\frac{\pi}{\theta_{\max}} \right)^2 \quad (2.18)$$

und ist größer als die in Gleichung 2.13 ermittelte Anzahl da, wie bereits erwähnt, in Gleichung 2.13 nur die effektive Bedeckungsfläche jedes Satelliten berücksichtigt wurde.

In Abbildung 2.6 ist der Verlauf der minimalen Satellitenanzahl als Funktion der Höhe für verschiedene minimale Elevationswinkel aufgetragen. Man erkennt, daß mit steigendem minimalem Elevationswinkel bei gleicher Höhe eine größere Satellitenanzahl nötig ist, um eine vollständige Bedeckung zu erreichen.

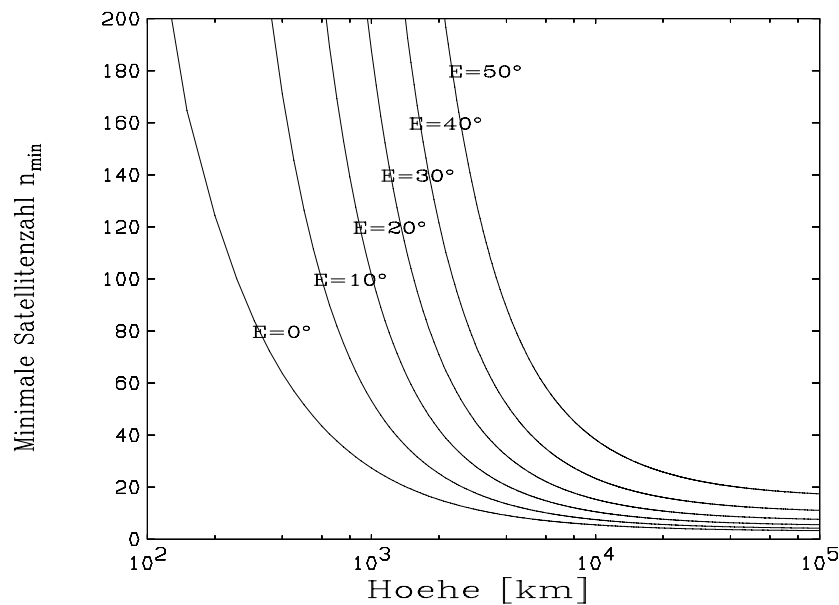


Abbildung 2.6: Minimale Satellitenanzahl für verschiedene minimale Elevationswinkel als Funktion der Höhe

Mit Hilfe der in diesem Abschnitt hergeleiteten Formeln ist es nun möglich, eine Mindestanzahl an Satelliten einer bestimmten Konstellation zu bestimmen. Es zeigt sich aber, daß in der Realität stets mehr Satelliten nötig sind (Überlappung von Ausleuchtgebieten, bestimmte Inklinationen), um eine vollständige Bedeckung der gesamten Erde zu erreichen. Um die genaue Anzahl für eine bestimmte Konstellation zu berechnen werden dazu meist die Verfahren der Straße der Bedeckung oder die Bildung von Satellitentrios angewendet. Diese beiden Verfahren werden in den anschließenden Abschnitten 2.4 und 2.5 vorgestellt.

2.4 Die Straße der Bedeckung

In Abbildung 2.7 ist die Bedeckung mehrerer Satelliten eines Orbits, welche auf ein und derselben Bahn die Erde umkreisen, eingezeichnet. Die Werte der einen Hälfte der Straße der Bedeckung sind c_j , wie man in der Abbildung erkennt, wobei c_j eine Funktion des Bedeckungsradius r des Satelliten auf der Erdoberfläche, hier eingezeichnet als Ausleuchtwinkel oder oft auch bezeichnet als Erdzentralwinkel („earth-central-angle“) θ und dem Bedeckungsgrad j (einfache-, zweifache-, dreifache-, ..., n -fache Bedeckung) ist [Rid85a].

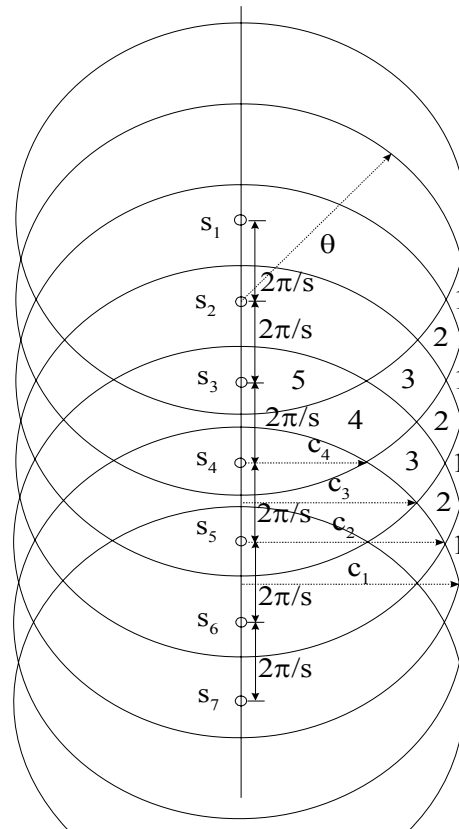


Abbildung 2.7: Grundlage der Straße der Bedeckung

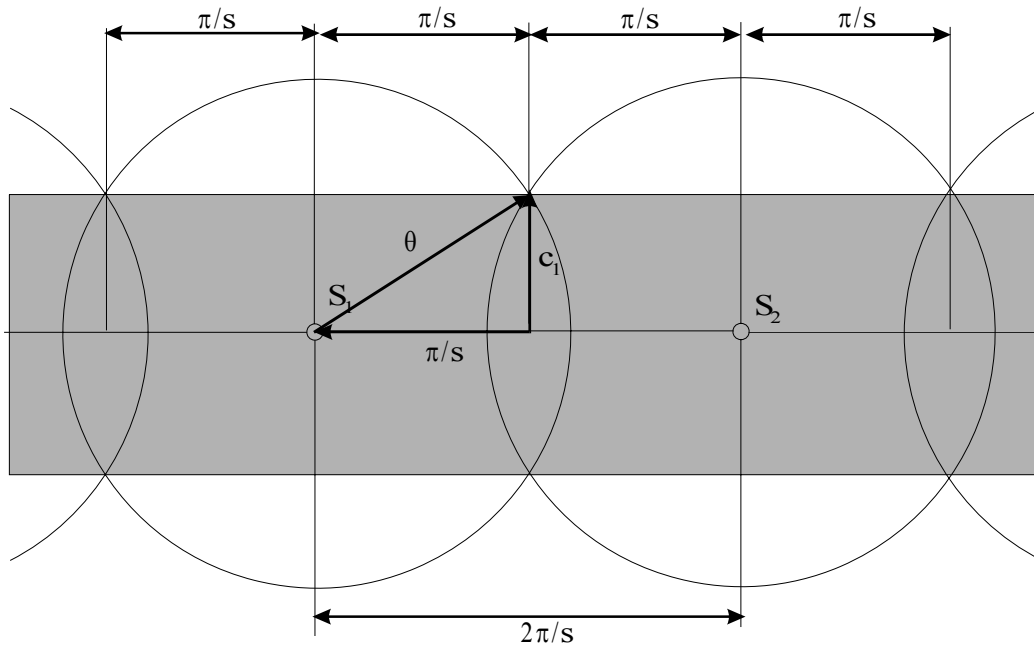
In der Abbildung sind die Punkte s_1 bis s_7 die Subsatellitenpunkte (SSP) von den jeweiligen Satelliten auf der Erdoberfläche (die Projektion der Satelliten auf der Erdoberfläche durch eine virtuelle Linie gezogen vom Satelliten zum Erdmittelpunkt). Bei einer gleichmäßigen Verteilung der Satelliten im Orbit ergibt sich der Abstand zwischen den Satelliten zu $2\pi/s$, wobei s die Anzahl der Satelliten im Orbit angibt. Der Kreis um die SSP mit dem Winkel θ ist die Bedeckungsfläche (engl.: „coverage“) des jeweiligen Satelliten auf der Erdoberfläche.

Als Beziehung zwischen c_j , θ und s ergibt sich die folgende Gleichung

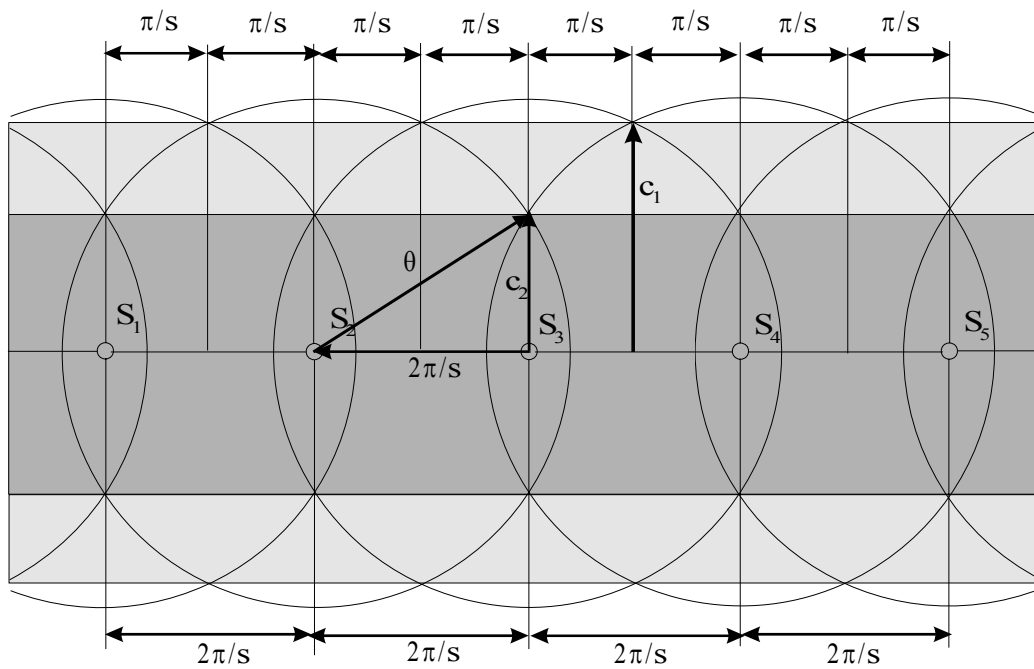
$$c_j = \arccos\left(\frac{\cos\theta}{\cos j\pi/s}\right), \quad (2.19)$$

welche aus den sphärischen Gleichungen der Kugel hergeleitet werden kann [BSe87a].

In Abbildung 2.8a ist dieser Zusammenhang nochmals für einfache Bedeckung und in Abbildung 2.8b für die zweifache Bedeckung grafisch dargestellt.



a) Straße der Bedeckung, bei der zu jeder Zeit die Bedeckung von mindestens einem Satelliten erfolgt



b) Straße der Bedeckung, bei der zu jeder Zeit die Bedeckung von mindestens zwei Satelliten erfolgt

Abbildung 2.8: Straße der Bedeckung

Mit Hilfe der Straße der Bedeckung ist es also möglich, eine bestimmte Anzahl an Satelliten innerhalb eines Orbits so zu positionieren, daß sich deren Ausleuchtungsgebiete überschneiden.

In Abhängigkeit von der Satellitenzahl und der Entfernung können auf diese Art Straßen der Bedeckung mit unterschiedlicher Breite und mit unterschiedlicher Mindestbedeckungszahl erzeugt werden, in denen jederzeit und überall eine vorgegebene j -fache Mindestbedeckung existiert.

Dabei gilt: Bei einer gewünschten j -fachen Mindestbedeckung einer Straße der Bedeckung müssen mindestens $j+1$ Satelliten zwischen den beiden Satelliten liegen, die zur Bestimmung der Breite der Straße der Bedeckung herangezogen werden, d.h. wird eine zweifache Mindestbedeckung gefordert, so muß die Konstellation so gewählt werden, daß sich die Bedeckungskreise des ersten, dritten, fünften, usw. Satelliten derartig überschneiden, wie es bei der einfachen Mindestbedeckung der Fall ist. Eine Überlappung zweier Ausleuchtungsgebiete ist aber nur dann möglich, wenn der Satellitenabstandswinkel kleiner als 180° ist. Es ist deshalb für die Erzeugung der Straße der Bedeckung eine Mindestanzahl von drei Satelliten nötig. In Gleichung 2.20 ist die Mindestanzahl an Satelliten, die für eine bestimmte Mindestanzahl pro Straße der Bedeckung nötig ist, angegeben

$$n_{\min} = 2j + 1, \quad (2.20)$$

wobei j die Mindestbedeckungszahl der Straße der Bedeckung und n_{\min} die Mindestbedeckungsanzahl an Satelliten pro Straße der Bedeckung ist.

In Tabelle 2.1 ist der Winkel $j\pi/s$ als Funktion der gewünschten Mindestbedeckungszahl und der Anzahl der Satelliten pro Straße der Bedeckung berechnet.

Satellitenanzahl s pro Straße	Mindestbedeckungszahl j der Straße						
	1	2	3	4	5	6	7
1	-	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-	-	-
3	60,00°	-	-	-	-	-	-
4	45,00°	-	-	-	-	-	-
5	36,00°	72,00°	-	-	-	-	-
6	30,00°	60,00°	-	-	-	-	-
7	25,71°	51,43°	77,14°	-	-	-	-
8	22,50°	45,00°	67,50°	-	-	-	-
9	20,00°	40,00°	60,00°	80,00°	-	-	-
10	18,00°	36,00°	54,00°	72,00°	-	-	-
11	16,36°	32,73°	49,10°	65,45°	81,82°	-	-
12	15,00°	30,00°	45,00°	60,00°	75,00°	-	-
13	13,85°	27,69°	41,54°	55,38°	69,23°	83,08°	-
14	12,86°	25,71°	38,57°	51,43°	64,29°	77,14°	-
15	12,00°	24,00°	36,00°	48,00°	60,00°	72,00°	84,00°
16	11,25°	22,50°	33,75°	45,00°	56,25°	67,50°	78,75°
17	10,59°	21,18°	31,76°	42,35°	52,94°	63,53°	74,12°
18	10,00°	20,00°	30,00°	40,00°	50,00°	60,00°	70,00°
19	9,47°	18,95°	28,42°	37,89°	47,37°	56,84°	66,32°
20	9,00°	18,00°	27,00°	36,00°	45,00°	54,00°	63,00°

Tabelle 2.1: Winkel als Funktion der gewünschten Mindestbedeckungszahl und der Anzahl der Satelliten pro Straße der Bedeckung

Mit Hilfe von Gleichung 2.1 kann auch eine Beziehung für die Bahnhöhe des Satelliten in Abhängigkeit der Satellitenanzahl und der Mindestbedeckungszahl j angegeben werden. Es gilt

$$h = \frac{R_E \cos E}{\cos(\theta + E)} - R_E = \frac{R_E \cos E}{\cos\{\arccos[\cos c_j \cos j\pi/s] + E\}} - R_E \quad (2.21)$$

Oft ist der Zusammenhang zwischen der Höhe h und dem Elevationswinkel E von Interesse. In den Bildern 2.9a-b ist die Höhe h als Funktion der Streifenbreite c und der Anzahl der Satelliten für a) einen Elevationswinkel $E = 0^\circ$ und b) einen Elevationswinkel $E = 10^\circ$ bei einfacher Bedeckung grafisch dargestellt. Anhand der Bilder erkennt man, daß die Höhe h für größeren minimalen Elevationswinkel größer gewählt werden muß, d.h. möchte man statt einem minimalen Elevationswinkel von 0° einen Elevationswinkel von 10° , so muß man die Höhe h bei Verwendung von 3 Satelliten von 7000 km auf 12000 km erhöhen, um die gleiche Bedeckung zu erreichen.

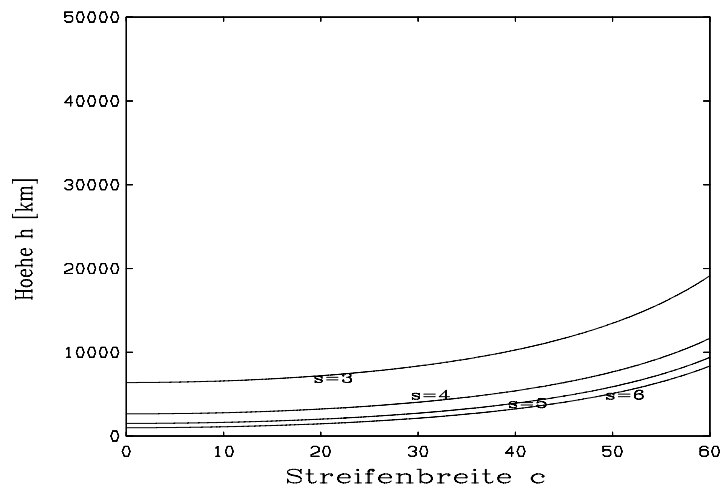


Abbildung 2.9: a) Höhe als Funktion der Streifenbreite ($E = 0^\circ$)

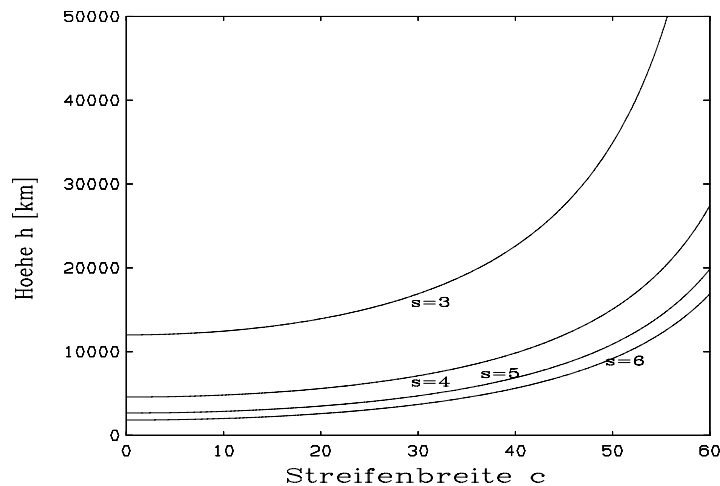


Abbildung 2.9: b) Höhe als Funktion der Streifenbreite ($E = 10^\circ$)

2.5 Geometrie von Satellitentrios

Für Konstellationen, deren Spuren benachbarter Orbits sich oft überschneiden (siehe Bild 2.11a und b), so wie es z.B. bei der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation (siehe Kapitel 5) der Fall ist, kann die Bedeckungsberechnung auch mit Hilfe der Straße der Bedeckung durchgeführt werden, ein anderer Weg ist die Bedeckungsberechnung mit Hilfe von Satellitentrios [Bal80a]. Nachteil dieser Methode ist aber, daß immer nur vollständige Bedeckungsberechnung der gesamten Erde möglich ist, da diese Satellitentrios auch über den Polen gebildet werden. Bei dieser Methode werden jeweils aus drei Satelliten sphärische Dreiecke gebildet. In Bild 2.10 ist eine solche Satellitenkonstellation aus den drei Satelliten i , j und k gezeigt. Der sphärische Abstand von Satellit i zu Satellit j sei r_{ij} , von Satellit k zu Satellit i gleich r_{ki} und von Satellit j zu Satellit k gleich r_{jk} . Das sphärische Dreieck, gebildet aus den Satelliten i , j und k , hat dann die Seiten r_{ij} , r_{ki} und r_{jk} . Es gibt einen Punkt M , der von allen drei Satelliten genau den gleichen Abstand R_{ijk} besitzt (siehe Bild 2.10). Ein Kreis mit Radius R_{ijk} um diesen Punkt schneidet genau die drei Punkte i , j und k und wird auch als Umgebungskreis des sphärischen Dreieckes, gebildet aus den genannten drei Satelliten, bezeichnet. Eine Konstellation, bei der die Satelliten einen Bedeckungsradius $R' < R_{ijk}$ haben, kann den Mittelpunkt M dieses Umgebungskreises nicht bedecken und besitzt deshalb auch keine vollständige Bedeckung sondern nur von Gebieten innerhalb des Radius R' um die Subsatellitenpunkte. Falls der Bedeckungsradius R' zunimmt und gleich R_{ijk} wird, so ändert sich am Punkt M die Anzahl der sichtbaren Satelliten. Es sind jetzt nicht mehr null Satelliten sichtbar, sondern es sind bis zu drei Satelliten gleichzeitig sichtbar, bzw. im schlechtesten Fall ist wenigstens ein Satellit sichtbar. Die Bedeckungseigenschaften einer Konstellation können damit durch Untersuchung der Bedeckungsradien R_{ijk} , gebildet von den sphärischen Dreiecken der Konstellation, durchgeführt werden. Der Bedeckungsradius R_{ijk} kann aber aus den drei Seiten des sphärischen Dreieckes r_{ij} , r_{ki} und r_{jk} berechnet werden. Dazu betrachtet man die drei sphärischen Dreiecke ijM , ikM und jkM . Diese Dreiecke bestehen wieder jeweils aus zwei rechtwinkligen sphärischen Dreiecken und jedes dieser rechtwinkligen Dreiecke hat einen Seitenwinkel R_{ijk} . Die anderen Seiten sind $r_{ij}/2$, bzw. $r_{ki}/2$ und $r_{jk}/2$. Die Winkel am Mittelpunkt dieser rechtwinkligen Dreiecke seien Ω_{ij} bzw. Ω_{ki} und Ω_{jk} . Diese rechtwinkligen Dreiecke mit ihren Seiten und den Winkeln am Mittelpunkt M sind in Bild 2.10 eingezeichnet. Mit Hilfe der Gleichungen für rechtwinklige sphärische Dreiecke lassen sich nun die folgenden Gleichungen angeben [BSe87a].

$$\sin \frac{r_{ij}}{2} = \sin \Omega_{ij} \sin R_{ijk} \quad (2.22a)$$

$$\sin \frac{r_{jk}}{2} = \sin \Omega_{jk} \sin R_{ijk} \quad (2.22b)$$

$$\sin \frac{r_{ki}}{2} = \sin \Omega_{ki} \sin R_{ijk} \quad (2.22c)$$

Weiterhin gilt die Beziehung für die Winkelsumme am Mittelpunkt M

$$\Omega_{ij} + \Omega_{jk} + \Omega_{ki} = \pi \quad (2.23a)$$

bzw. aufgelöst nach Ω_{jk}

$$\Omega_{jk} = \pi - \Omega_{ij} + \Omega_{ki} \quad (2.23b)$$

Einsetzen dieser Beziehung in Gleichung 2.22b und Auflösen der Gleichungen 2.22c nach Ω_{ki} bzw. Gleichung 2.22a nach Ω_{ij} und Einsetzen von Ω_{ij} und Ω_{ki} in die neu entstandene Gleichung ergibt dann schließlich [Bal80a]

$$\frac{\sin \frac{r_{jk}}{2}}{\sin R_{ijk}} = \sin \left[\arcsin \left(\frac{\sin \frac{r_{ki}}{2}}{\sin R_{ijk}} \right) \right] \cos \left[\arcsin \left(\frac{\sin \frac{r_{ij}}{2}}{\sin R_{ijk}} \right) \right] + \cos \left[\arcsin \left(\frac{\sin \frac{r_{ki}}{2}}{\sin R_{ijk}} \right) \right] \sin \left[\arcsin \left(\frac{\sin \frac{r_{ij}}{2}}{\sin R_{ijk}} \right) \right] \quad (2.24)$$

Anwendung der Beziehung

$$\cos(\arcsin x) = \sqrt{1 - x^2}$$

und anschließender Beseitigung der Wurzeln bzw. nach weiterer Vereinfachung führt schließlich auf die Beziehung [Bal80a]

$$\sin R_{ijk} = \frac{4 \sin^2 \left(\frac{r_{ij}}{2} \right) \sin^2 \left(\frac{r_{jk}}{2} \right) \sin^2 \left(\frac{r_{ki}}{2} \right)}{\left(\sin^2 \left(\frac{r_{ij}}{2} \right) + \sin^2 \left(\frac{r_{jk}}{2} \right) + \sin^2 \left(\frac{r_{ki}}{2} \right) \right)^2 - 2 \left(\sin^4 \left(\frac{r_{ij}}{2} \right) + \sin^4 \left(\frac{r_{jk}}{2} \right) + \sin^4 \left(\frac{r_{ki}}{2} \right) \right)} \quad (2.25)$$

Mit Hilfe dieser Formel kann dann bei gegebener Satellitenkonstellation aus den drei Winkeln der Seiten der sphärischen Dreiecke der Satelliten i, j und k der Wert für R_{ijk} bestimmt werden. Die Anwendung dieser Formel wird in Kapitel 5 für die inklinierte Orbitkonstellation beschrieben.

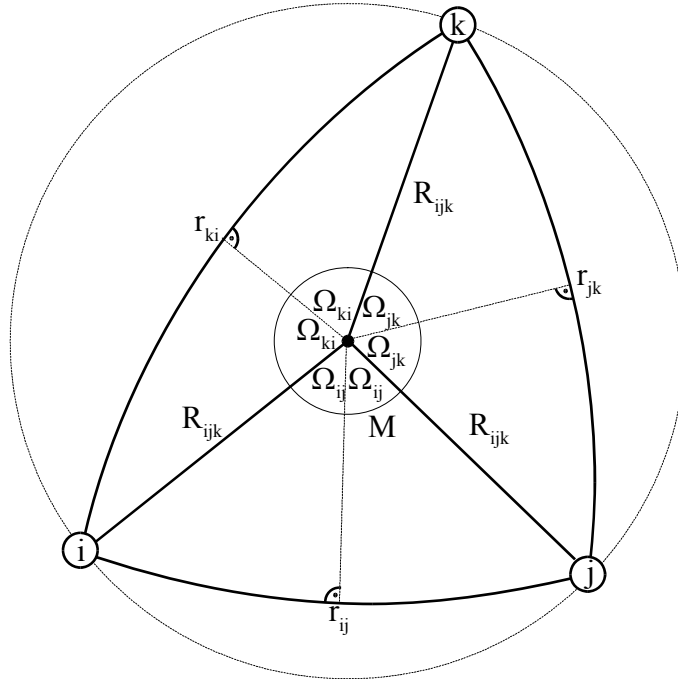


Abbildung 2.10: Abstände und Mittelpunkt eines Satellitentrios

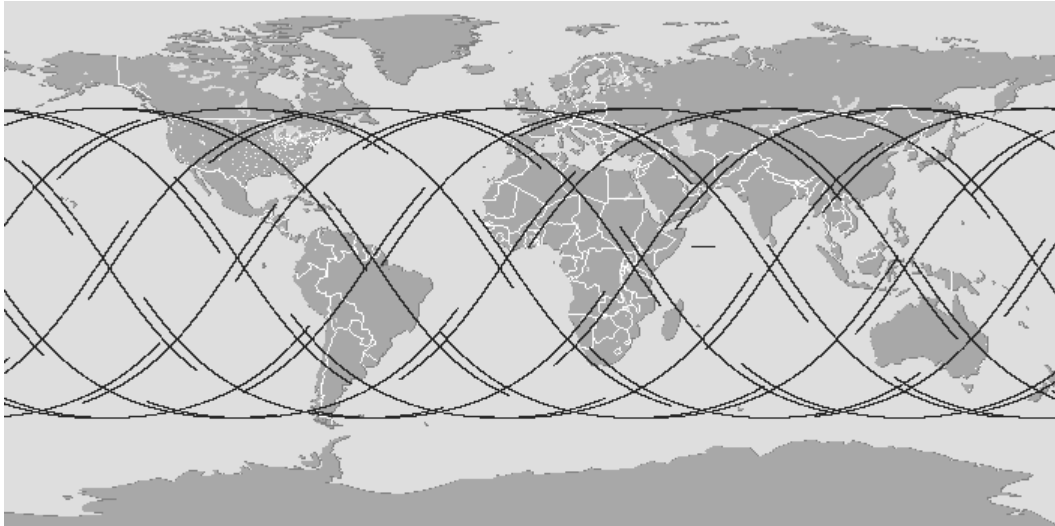


Abbildung 2.11: a) Spuren benachbarter Subsattellitenpunkte auf der flachen Erde

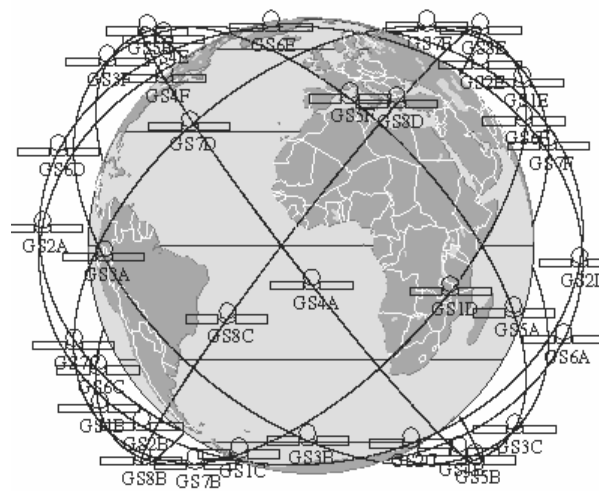


Abbildung 2.11: b) Umlaufbahnen benachbarter Satelliten über der Erdkugel

2.5 Störungen der Umlaufbahn

Bei der Keplerschen Umlaufbahn (siehe Anhang A1.1) wurde angenommen, daß die Erde eine homogene Kugel darstellt. Weiterhin wurde vorausgesetzt, daß die Zentrifugalkraft, welche aus der Kreisbewegung des Satelliten um die Erde entsteht, als einzige Kraft der Gravitationskraft der Erde entgegenwirkt. In der Realität können aber auch andere Kräfte von Bedeutung sein.

Eine der wichtigsten Störfaktoren auf einen Satelliten ergibt sich aus der Nichthomogenität der Massenverteilung der Erde. Die Erde ist keine ideale Kugel und hat deshalb auch keine gleichmäßige Massenverteilung. Aufgrund dieser physikalischen Tatsache ergeben sich unterschiedliche Beschleunigungen eines die Erde umkreisenden Satelliten. Als Folge dieser Beschleunigungsänderungen ergeben sich Veränderungen der klassischen Orbitparameter.

Das Keplersche Modell ist auch nur als Zweikörpermodell Erde-Satellit gültig. Da es aber neben der Erde auch noch weitere Himmelskörper gibt, muß in der Praxis ein Drei- oder Vielkörpersystem verwendet werden. Leider existieren für solche Systeme keine analytischen Lösungen. Für erdumlaufende Satelliten ist der Gravitationseinfluß von Mond und Sonne von Bedeutung.

Weitere Störungen ergeben sich aufgrund der Sonnenstrahlung und des Sonnenwindes. Die Restatmosphäre der Erde kann auch eine verzögernde Wirkung auf die Geschwindigkeit und damit auch auf die Umlaufbahnhöhe eines Satelliten haben. In Tabelle 2.2 sind diese Orbitstörungen und ihre Wirkung auf niedrigfliegende und geostationäre Satelliten bewertet.

Störung	Einfluß auf niedrigfliegende Satelliten	Einfluß auf geostationäre Satelliten
Unrunde Form der Erde	groß	mittel
Andere Himmelskörper	klein	groß
Sonnenwind, Sonnenstrahlung	klein	mittel
Restatmosphäre der Erde	groß	klein

Tabelle 2.2: Wirkung der verschiedenen Orbitstörungen

Die genannten Orbitstörungen haben verschiedene Auswirkungen auf die Änderung der klassischen Orbitparameter. Es ergeben sich sog. säkulare und periodische Änderungen. Säkulare Änderungen bewirken eine ständige Vergrößerung oder Verkleinerung eines Orbitparameters mit der Zeit, während periodische Änderungen nach einer bestimmten Periodendauer ihren Ausgangswert erreichen. Die Periodendauer kann dabei größer oder kleiner als die Periode eines Satellitenumlaufes sein, man spricht deshalb auch von kurzperiodischen oder im anderen Fall von langperiodischen Änderungen. In Bild 2.12a sind die lang- und kurzperiodischen Störungen zusammen mit den säkularen Änderungen grafisch dargestellt, in Bild 2.12b wurde die Differenz der Position ohne Orbitstörung (ideale Kreisbahn) bzw. mit Störung für einen Satelliten des Iridiumsystems berechnet. Man erkennt gut sowohl die lang- als auch die kurzperiodische Änderung der Position

Säkulare Änderungen ergeben sich bei der mittleren Anomalie, beim Argument des aufsteigenden Knotens und beim Argument des Perigäums.

Periodische Änderungen entstehen beim Inklinationwinkel, bei der Exzentrizität und bei der großen Halbachse.

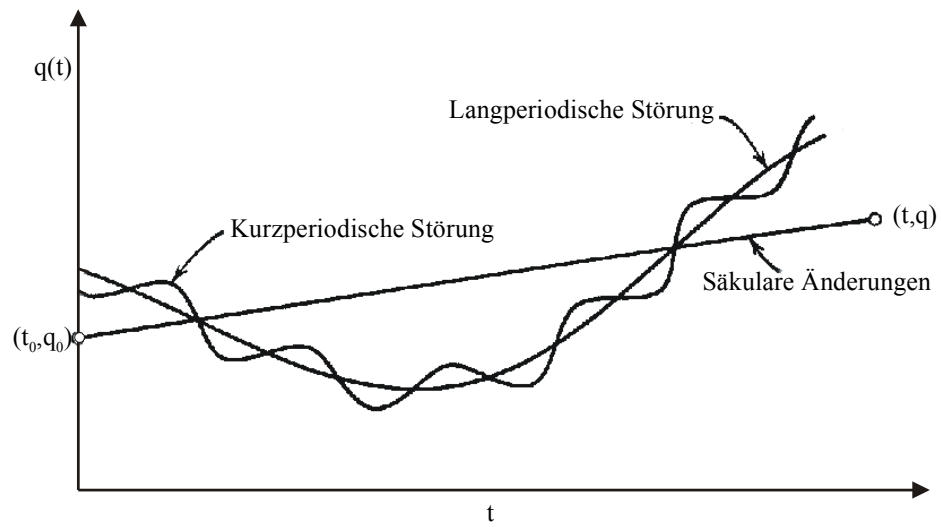


Abbildung 2.12a: Typische Veränderung von Orbitparameter (allgemein)

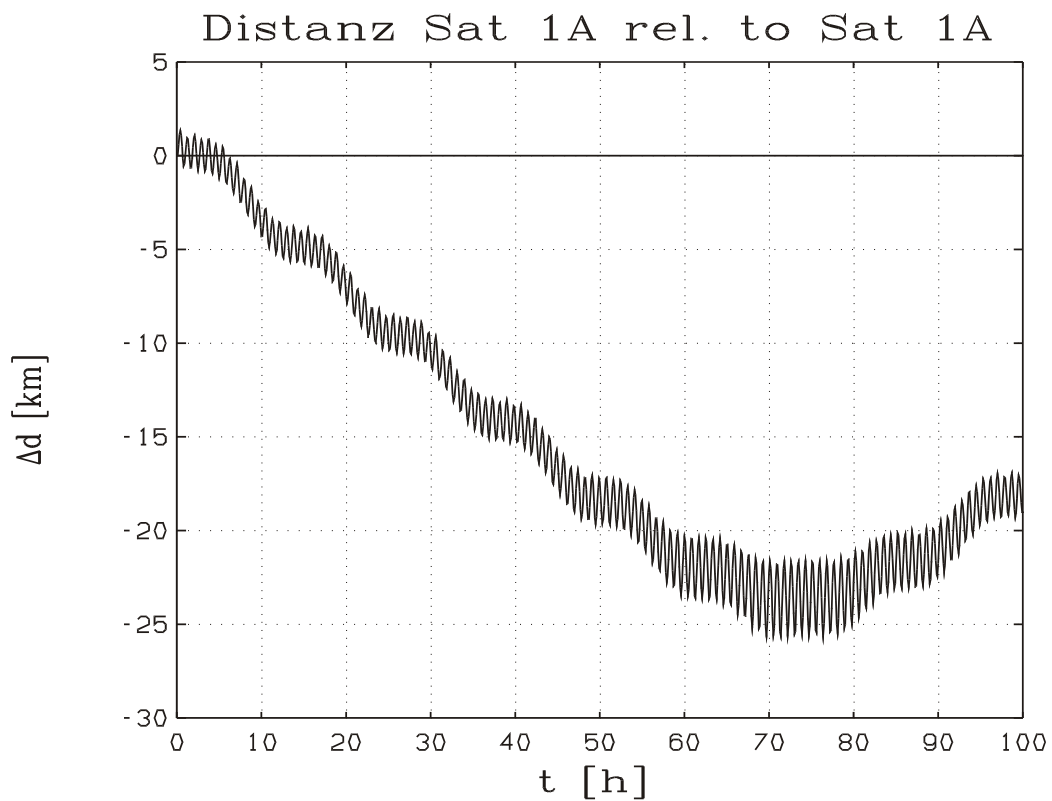


Abbildung 2.12b: Typische Veränderung der Position für einen Iridiumsatelliten

2.6.1 Effekte durch eine nichtkugelförmige Erde

Wie bereits erwähnt, ist die Erde nicht genau kugelförmig, sondern besitzt eine Ausbuchtung am Äquator und eine Abflachung an den Polen. Eine solche Form wird nach [Rod91a] als abgeplatteter Rotationsparaboloid bezeichnet. Aufgrund dieser beiden Besonderheiten ist das Graviationspotential der Erde nicht nur vom Abstand zum Erdmittelpunkt sondern auch vom Längen- und Breitengrad und von der Zeit abhängig. Diese Zeitabhängigkeit resultiert nach [MBo93a] aufgrund der Bewegung der Ozeane durch die Gezeiten, aber auch aufgrund interner geophysischer Phänomene der Erde.

2.6.1.1 Effekte durch Abflachung der Erde

Bei Berücksichtigung der Abflachung der Erde muß der Breitengrad bei der Berechnung des Graviationspotentials einbezogen werden. Das Graviationspotential berechnet sich dann aus

$$U(r, \phi) = -\frac{\mu}{r} + B(r, \phi) \quad (2.26)$$

mit dem harmonischen sphärischen Erweiterungsterm

$$B(r, \phi) = \frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left[\left(\frac{R_E}{r} \right)^n J_n P_n(\sin \phi) \right] \quad (2.27)$$

zu

$$U(r, \phi) = -\frac{\mu}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R_E}{r} \right)^n J_n P_n(\sin \phi) \right] \quad (2.28)$$

mit dem Abstand zum Erdmittelpunkt r , dem geozentrischen Breitengrad ϕ , den Koeffizienten der Zonenoberwellen J_n (engl. „zonal harmonic coefficient“) vom Grad n und Ordnung 0 und dem Legendreschen Polynom P_n .

Diese Koeffizienten der Zonenwellen wurden durch langjährige Satellitenbeobachtungen und speziellen Berechnungen gefunden. Diese Koeffizienten sind nach [Sid97a] zeitabhängig und sind im World Geodetic System 1984 (WGS84) [WGS00a] aufgelistet. In Tabelle 2.3 sind diese Koeffizienten bis zum Grad 4 aufgeführt.

J_n	Moment
J_2	$1082,63 \cdot 10^{-6}$
J_3	$-2,53 \cdot 10^{-6}$
J_4	$-1,61 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 2.3: Zonenoberwellenkoeffizienten

Weitere Koeffizienten sind in [Lan92a] zu finden. Anhand der Tabelle zeigt sich, daß der Koeffizient J_2 wenigstens 400mal größer ist als alle anderen Koeffizienten J_n . Für viele praktische Probleme ist es deshalb ausreichend nur J_2 zu berücksichtigen. Sollen nur die säkularen Orbitstörungen berücksichtigt werden, sind v.a. die Terme J_2 und J_4 zu berücksichtigen wohingegen der Oberwellenkoeffizient J_3 für periodische Orbitstörungen zu berücksichtigen ist.

In Gleichung 2.28 wird neben den Zonenoberwellenkoeffizienten auch das Legendresche Polynom vom Grad n und Ordnung 0 verwendet. Dieses Polynom ist nach [BSe87a] definiert zu

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} \left[(x^2 - 1)^n \right] \quad (2.29)$$

und ist nach [KSw98a] ein Spezialfall des Jakobi Polynoms.

Das Legendresche Polynom wurde bereits im Jahre 1785 vom Mathematiker Legendre gefunden [Leg85a].

Wie bereits erwähnt, reicht es bei vielen praktischen Problemen aus nur J_2 zu berücksichtigen. Das Gravitationspotential ergibt sich dann zu

$$U_p(r, \phi) = -\frac{\mu}{r} \left[1 - \left(\frac{R_E}{r} \right)^2 J_2 P_2(\sin \phi) \right] \quad (2.30)$$

Diese Gleichung kann umgeformt werden zu

$$U_p(r, \phi) = -\frac{\mu}{r} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{R_E}{r} \right)^2 J_2 (3 \sin^2 \phi - 1) \right] \quad (2.31)$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen und den sog. Lagrangeschen Planetengleichungen, deren Herleitung ausführlich in [Sid97a] oder [Esc65a] beschrieben ist, können nun die Änderungen der Orbitparameter Ω , ω und M aufgrund der Orbitstörungen als Funktion der Zeit t angegeben werden, wobei $n_0 = 2\pi/T_{\text{Umlauf}}$ die mittlere Bewegung des Satelliten ist

- Rektaszension des aufsteigenden Knotens Ω

$$\Omega(t) = \Omega_0 - \frac{3}{2} \frac{n_0 J_2 \cos i}{(1-e^2)^2} \left(\frac{R_E}{a} \right)^2 (t - t_0) \quad (2.32)$$

Es ergibt sich damit eine Drehbewegung der Umlaufbahnebene [Rod91a]. Bei dieser Drehbewegung, genannt Regression der Knoten, scheinen die Knoten am Äquator entlang zu wandern. Hieraus ergibt sich eine Drehung der Knotengerade in der Äquatorebene um den Erdmittelpunkt und eine Verschiebung der Rektaszension des aufsteigenden Knotens Ω . Bei einer mitlaufenden Umlaufbahn (Inklinationswinkel $i = 0^\circ \dots 90^\circ$) wandern die Knoten westwärts während sie bei einer rückläufigen Umlaufbahn (Inklinationswinkel $i = 90^\circ \dots 180^\circ$) ostwärts wandern. Vom aufsteigenden Knoten aus betrachtet, bewegt sich ein Satellit in einer mitlaufenden Umlaufbahn ostwärts und in einer rückläufigen Umlaufbahn westwärts. Die Knoten bewegen sich deshalb in entgegengesetzter Richtung zur Satellitenbewegung.

- Argument des Perigäums ω

$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{3}{4} \frac{n_0 J_2}{(1-e^2)^2} \left(\frac{R_E}{a} \right)^2 (5 \cos^2 i - 1) (t - t_0) \quad (2.33)$$

Hieraus ergibt sich eine Drehung der Apsidenlinie (= Die Gerade, welche das Perigäum mit dem Apogäum durch den Erdmittelpunkt verbindet) mit der Zeit.

- Mittlere Anomalie M

$$M(t) = M_0 + \frac{3}{4} \frac{n_0 J_2}{(1-e^2)^{3/2}} \left(\frac{R_E}{a} \right)^2 (3 \cos^2 i - 1) (t - t_0) \quad (2.34)$$

Hieraus resultiert eine Änderung der Orbitperiode, d.h. die Zeit die ein Satellit für einen vollständigen Umlauf um die Erde benötigt, verändert sich leicht.

In Tabelle 2.4 sind die Veränderungen der Orbitparameter Ω und ω aufgrund von J_2 für verschiedene Satellitensysteme dargestellt

Orbitparameter	Änderung durch J_2 [$^\circ/T_{\text{Umlauf}}$]	Änderung durch J_2 [$^\circ/\text{Tag}$]
Iridium: $a = 7158.173$ km, $e = 0^\circ$, $i = 86.4^\circ$, $T_{\text{Umlauf}} = 101$ min		
$\Delta\Omega$	-0.0293	-0.4178
$\Delta\omega$	-0,2287	-3,2612
Globalstar: $a = 7782.173$ km, $e = 0^\circ$, $i = 52^\circ$, $T_{\text{Umlauf}} = 114$ min		
$\Delta\Omega$	-0.2416	-3.0519
$\Delta\omega$	0.1757	2.2188
ICO: $a = 16732.173$ km, $e = 0^\circ$, $i = 45^\circ$, $T_{\text{Umlauf}} = 360$ min		
$\Delta\Omega$	-0.0602	-0.2409
$\Delta\omega$	0.0639	0.2556
GPS: $a = 26562.173$ km, $e = 0^\circ$, $i = 55^\circ$, $T_{\text{Umlauf}} = 718$ min		
$\Delta\Omega$	-0.0193	-0.0388
$\Delta\omega$	0.0109	0.0218

Tabelle 2.4: Veränderungen der Orbitparameter aufgrund von J_2

Die durchschnittliche Veränderung der Orbitparameter a , e und i ist nach [Sid97a] pro Orbitperiode gleich Null, d.h. es gilt:

$$\frac{da}{dt} = \frac{de}{dt} = \frac{di}{dt} = 0 \quad (2.35)$$

bzw. $a = a_0$, $e = e_0$ und $i = i_0$. Wird in den genannten Formeln auch J_4 berücksichtigt, so ergeben sich etwas umfangreichere Formeln. Diese Formeln sind in [Esc65a] ausführlich hergeleitet.

2.6.1.2 Effekte durch die äquatoriale Elliptizität

Wie bereits zu Anfang dieses Abschnittes erwähnt, ist die Erde zusätzlich zur Ausbuchtung am Äquator, in der Äquatorebene auch nicht vollkommen kreisförmig. Die Erde besitzt dort eine kleine Exzentrizität in der Größenordnung 10^{-5} , welche auch als äquatoriale Elliptizität bezeichnet wird. Aufgrund dieser Form ist das Gravitationspotential nicht nur vom geozentrischen Breitengrad ϕ sondern auch vom geographischen Längengrad λ abhängig. Es ergibt sich deshalb folgende Formel [Sid97a] zur Berechnung des Graviationspotentials

$$U_p(r, \phi, \lambda) = -\frac{\mu}{r} \left\{ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left[\left(\frac{R_E}{r} \right)^n J_n P_n(\sin \phi) + \sum_{m=1}^n \left(\frac{R_E}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \phi) \right] \right\} \quad (2.36)$$

mit den konventionellen Gravitationsoberwellenkoeffizienten C_{nm} und S_{nm} und dem Längengrad λ (positiv in Ostrichtung gezählt) und dem geozentrischen Breitengrad ϕ . In Gleichung 2.36 wird zusätzlich die Legendresche Funktion P_{nm} vom Grad n und Ordnung m verwendet. Diese Funktion ist nach [Sid97a] definiert durch

$$P_{nm}(x) = (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} P_n(x) \quad (2.37)$$

bzw.

$$P_{nm}(\sin \phi) = \cos^m \phi \frac{d^m}{d \sin^m \phi} P_n(\sin \phi) \quad (2.38)$$

für $n = 0, 1, \dots$ und $m = 0, 1, \dots, n$.

Gravitationsoberwellenkoeffizienten mit $m = 0$ sind vom Längengrad λ unabhängig und werden deshalb als Zonenoberwellen (engl. „Zonal Harmonics“) bezeichnet. Die beiden anderen Oberwellenkoeffizienten werden für $n > m$ als Mosaiksteinoberwellenkoeffizienten (engl. „Tesseral Harmonics“) bzw. für $m = n$ als Sektoroberwellenkoeffizienten (engl. „Sectoral Harmonics“) bezeichnet. Die Mosaiksteinoberwellen ergeben sich aus Veränderungen der Erdoberfläche abhängig vom Längengrad und die Sektoroberwellen aufgrund der regionalen Veränderungen der Erdoberfläche. In Bild 2.13 [WWW99a] sind diese Veränderungen der Erdoberfläche aufgrund der Gravitationsoberwellen dargestellt.

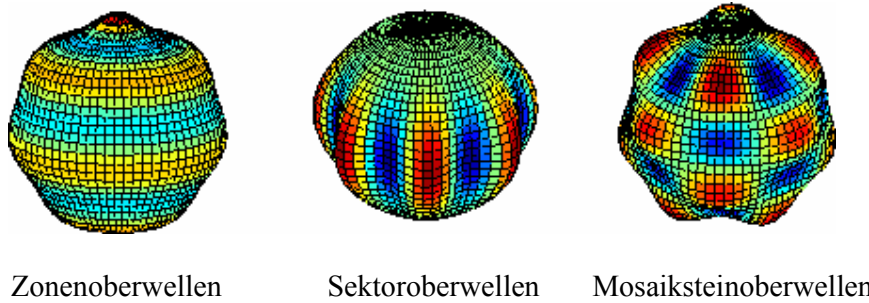


Abbildung 2.13: Gravitationseffekte der Erde aufgrund verschiedener Gravitationsoberwellen [WWW99a]

Da die Koeffizienten C_{nm} und S_{nm} einen direkten Zusammenhang zu J_{nm} besitzen [WGS00a], kann die Gleichung 2.36 durch folgende Formel ersetzt werden

$$U_p(r, \phi, \lambda) = -\frac{\mu}{r} \left\{ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_E}{r} \right)^n \bar{P}_{nm}(\sin \phi) (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \right\} \quad (2.39)$$

wobei hier die normierten Gravitationskoeffizienten \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} und die normierte Legendresche Funktion n -ten Grades und m -ter Ordnung verwendet wird, wobei [WGS00a, MGi00a]

$$\bar{C}_{nm} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{(2-\delta_{0m})(2n+1)(n-m)!}} C_{nm} \quad (2.40)$$

und

$$\bar{S}_{nm} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{(2-\delta_{0m})(2n+1)(n-m)!}} S_{nm} \quad (2.41)$$

und

$$\bar{P}_{nm} = \sqrt{\frac{(n-m)!(2n+1)(2-\delta_{0m})}{(n+m)!}} P_{nm}(\sin \phi) \quad (2.42)$$

mit dem Kronecker Symbol

$$\delta_{0m} = \begin{cases} 1 & \text{für } m = 0 \\ 0 & \text{für } m \neq 0 \end{cases} \quad (2.43)$$

gilt.

Die normierten Gravitationskoeffizienten \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} sind in [WGS00a] bis zum 360-ten Grad und 360-ter Ordnung definiert.

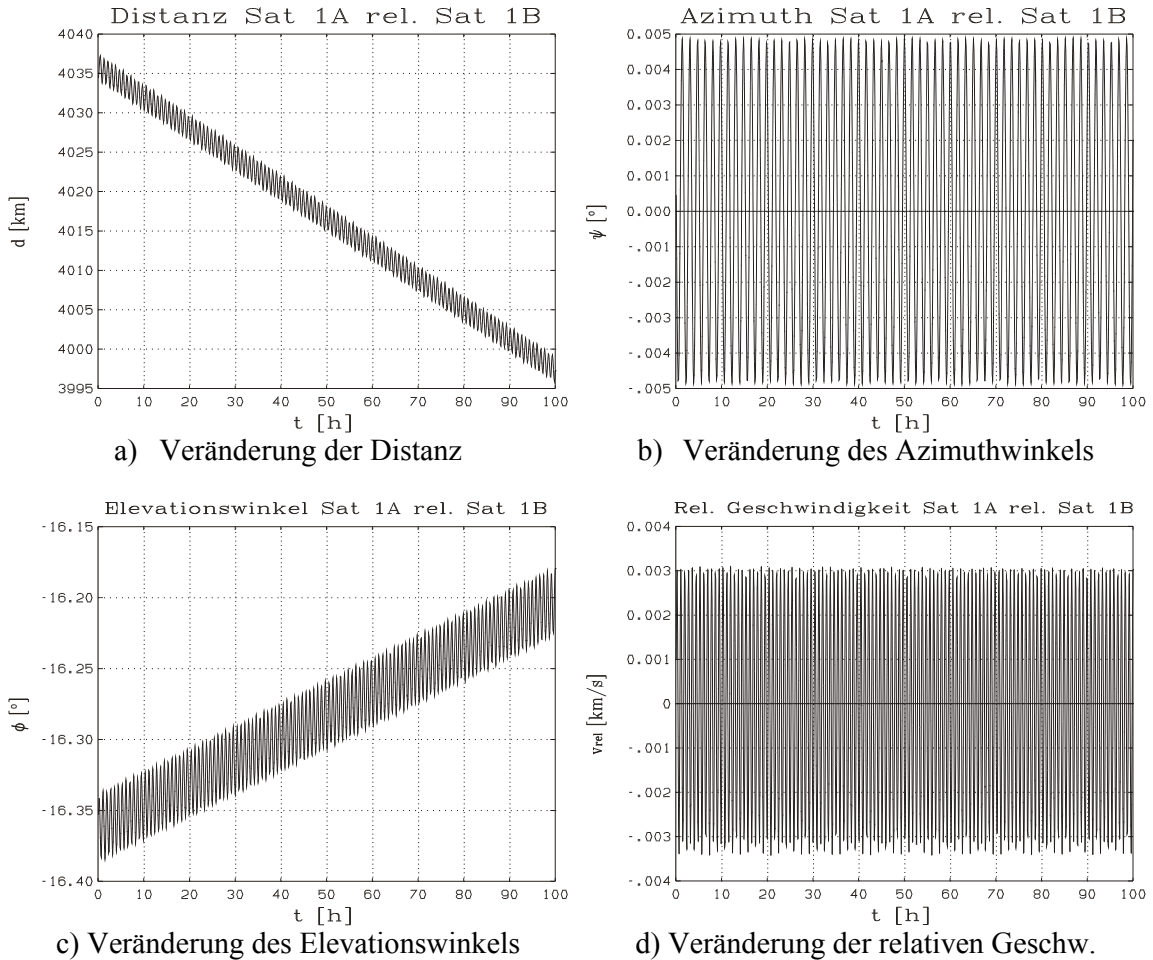


Abbildung 2.14: Veränderung einiger wichtiger Größen (Distanz, Azimuthwinkel, Elevationswinkel, relative Geschwindigkeit) aufgrund von Zonen- und Sektoroberwellen für zwei Satelliten der gleichen Umlaufbahn des Iridium-Systems

In Abbildung 2.14 ist die Veränderung einiger wichtiger Größen (Distanz, Azimuthwinkel, Elevationswinkel, relative Geschwindigkeit) aufgrund von Zonen- und Sektoroberwellen für zwei Satelliten der gleichen Umlaufbahn (engl. „intra orbit satellites“) berechnet worden. Ohne Störungen würden diese Parameter konstant bleiben. Zur Berechnung wurde das bereits in der Einleitung genannte Satellitensimulationswerkzeug SatLab von SatLab LLC verwendet, welches das WGS84 EGM96 [WGS00a] Gravitationsmodell verwendet und dazu die normierten Gravitationskoeffizienten \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} bis zum Grad 360-ter Ordnung bei der Berechnung der Umlaufbahnen der Satelliten berücksichtigt. Anhand des Bildes erkennt man, daß für Satelliten in der gleichen Umlaufbahn die Störungen nur kleine Veränderungen der Größen bewirken, so daß beim Aufbau von Intersatellitenverbindungen diese Größen als nahezu konstant angesehen werden können. Diese kleine Änderung läßt sich dadurch erklären, daß die Satelliten auf gleicher Umlaufbahn nacheinander etwa die gleichen Zonen und Sektoren überfliegen. Die Veränderung der Größen Distanz, Azimuthwinkel und Elevationswinkel aufgrund von Zonen- und Sektoroberwellen ist in Abbildung 2.15 für zwei Satelliten benachbarter Umlaufbahnen berechnet worden. In den Bildern erkennt man, daß die Schwankungen hier größer sind als in Bild 2.14, was damit zusammenhängt, daß Satelliten unterschiedlicher Orbits auch andere Zonen bzw. Sektoren überfliegen und somit die Störungen auch unterschiedlicher bzw. größer sind.

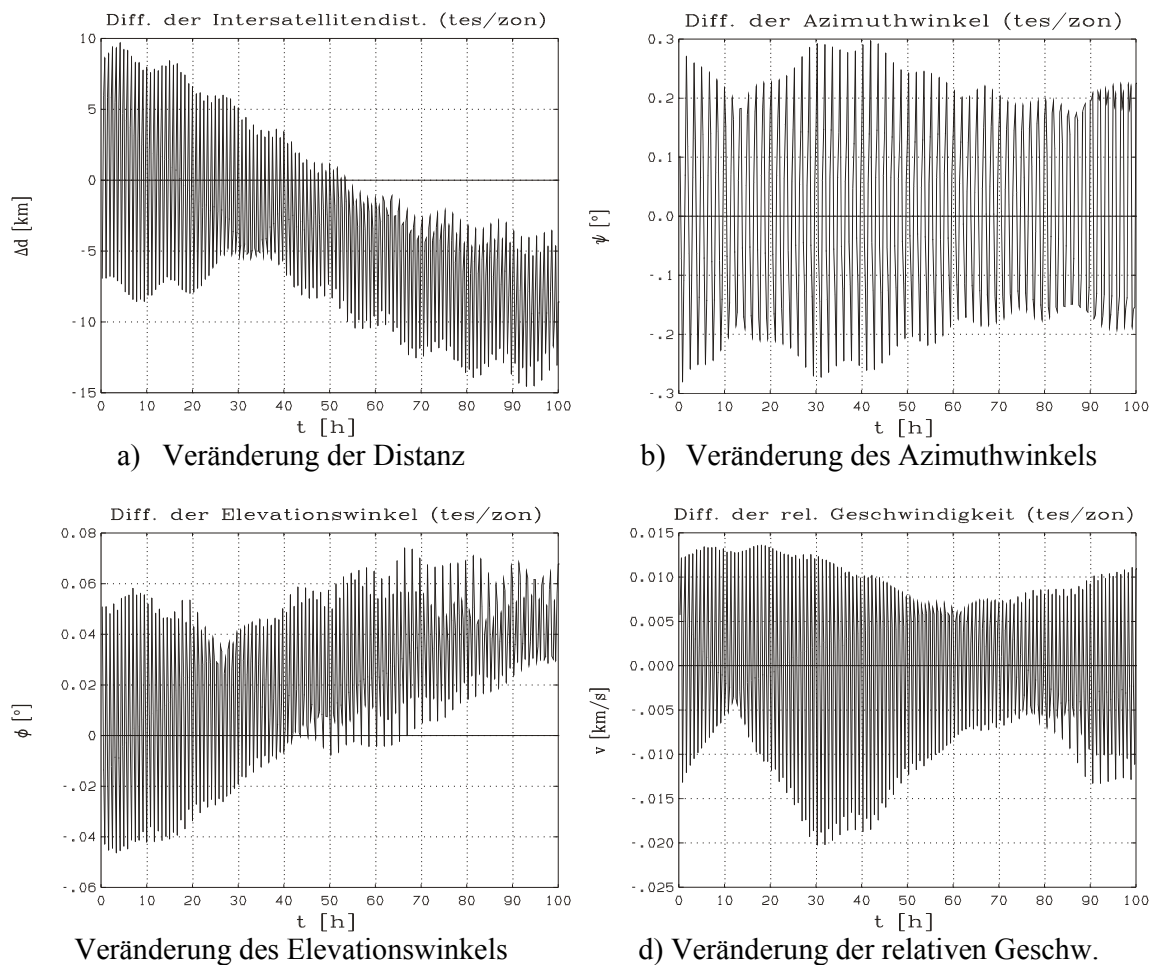


Abbildung 2.15: Veränderung einiger wichtiger Größen (Distanz, Azimuthwinkel, Elevationswinkel, relative Geschwindigkeit) aufgrund von Zonen- und Sektoroberwellen für zwei Satelliten benachbarter Umlaufbahnen des Iridium-Systems

2.6.2 Dichte der Restatmosphäre

Für niedrigfliegende Satelliten unter etwa 1000 km sind Orbitstörungen durch den Einfluß der Dichte der Restatmosphäre bedeutsam, nach [Zei00a] ist sie sogar die dominierende Störbeschleunigung für Flughöhen unter 600 km. Die Dichte der Restatmosphäre verringert, aufgrund der Wechselwirkung zwischen Satellit und Molekülen der oberen Erdatmosphäre, die Geschwindigkeit eines Satelliten und führt deshalb zu einer Verringerung der Höhe aber auch zu einer Veränderung der Exzentrizität. Die Abnahme der großen Halbachse a berechnet sich für kurze Zeiträume durch folgende Gleichung [Zei00a]

$$\frac{da}{dt} = -\frac{a^2 v^3 \rho_{am}(h)}{\mu C_{Ballistik}} \quad (2.44)$$

mit der Geschwindigkeit des Satelliten relativ zur Atmosphäre v , der Dichte der Atmosphäre ρ , der Gravitationskonstante μ und dem ballistischen Koeffizienten $C_{Ballistik}$ des Satelliten. Der ballistische Koeffizient $C_{Ballistik}$ kann durch

$$C_{Ballistik} = \frac{m_{Satellit}}{C_d A_{Satellit}} \quad (2.45)$$

beschrieben werden und ist abhängig von der Masse des Satelliten $m_{Satellit}$, der Querschnittsfläche des Satelliten $A_{Satellit}$ und dem Luftwiderstandskoeffizienten des Satelliten C_d (engl. „drag coefficient“, beinhaltet die Form des Satelliten und die Art der Anströmung). Die abbremsende Kraft durch den Luftwiderstand kann aus

$$F_{Luftwiderstand} = \frac{1}{2} \rho(h) v^2 C_d A \quad (2.46a)$$

und die Verzögerung des Satelliten aus

$$a_{Luftwiderstand} = -\frac{1}{2} \rho_{am}(h) v^2 \frac{C_d A_{Satellit}}{m_{Satellit}} = -\frac{\rho_{am}(h) v^2}{C_{Ballistik}} \quad (2.46b)$$

berechnet werden.

Der Luftdruck kann vereinfacht mit der barometrischen Höhenformel bestimmt werden aus

$$p(h) = p_0 e^{-g \rho_0 h / p_0} \quad (2.47a)$$

Mit der sog. Skalenhöhe

$$H = p_0 / \rho_0 g \quad (2.47b)$$

die sich nach [GVo93a] für Luft bei 0°C zu $H = 8005$ m ergibt, vereinfacht sich die Formel zu

$$p(h) = p_0 e^{-h/H} \quad (2.48a)$$

bzw. für die Dichte der Restatmosphäre

$$\rho(h) = \frac{p_0}{p_0} p(h) = \rho_0 e^{-h/H} \quad (2.48b)$$

Diese Berechnung ist aber nach [Zei00a] für die Berechnung der Störbeschleunigung auf einen niedrigfliegenden Satelliten nicht vollständig korrekt. Zur exakten Berechnung der Dichte der Restatmosphäre müssen spezielle Atmosphärenmodelle verwendet werden, welche aber teilweise die barometrische Höhenformel als Grundlage verwenden und diese durch weitere Einflußfaktoren erweitern. Die Namen der bekanntesten Modelle sind nach [Zei00a]

- Das MSIS-86 Thermospheric Model [Hed87a]
- Das Jaccia-Modell [Jac77a]
- Das CIRA 1972 COSPAR International Reference Atmosphere Model [CIR72a]

Diese Modelle wurden aufgrund von Untersuchungen durch Forschungssatelliten erstellt und versuchen durch Näherungslösungen die Dichteverteilung der Restatmosphäre zu bestimmen. Die Modelle berücksichtigen dabei verschiedene Faktoren, von welchen die atmosphärische Dichte abhängig ist. Hierzu zählen

- Die Höhe des Satelliten
- Die geographische Breite und Länge
- Die geomagnetischen Aktivitäten
- Die genaue Zeit (Jahr, Monat, Tag, Stunde, Minute)
- Die Sonnenaktivität

In [Zei00a] ist der Einfluß dieser Faktoren genauer beschrieben. Um eine konstante Höhe beizubehalten, muß ein Satellit ständig der störenden Kraft durch die Dichte der Restatmosphäre entgegenwirken. Hierzu benötigt der Satellit Steuerungsraketen, welche diese Kraft kompensieren.

2.6.3 Gravitationseffekte durch andere Planeten

Weitere Himmelskörper, wie z.B. die Sonne und der Mond verursachen weitere störende Kräfte auf einen Satelliten und verändern dessen Orbitparameter.

In einem System aus n Planeten ergibt sich folgende störende Kraft auf einen Satelliten

$$F = G \sum_{j=1}^{j=n} \frac{m_s m_j}{r_{sj}^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_s) \quad (2.49)$$

mit dem Ortsvektor des Satelliten \vec{r}_s und dem Ortsvektor \vec{r}_j des störenden Planeten oder ausgedrückt als Gravitationspotential auf den Satelliten [Bat90a]

$$U_p = \mu_p \left[\frac{1}{d} - \frac{1}{r_s^3} (\vec{r}_j \bullet \vec{r}_s) \right] \quad (2.50)$$

mit dem Abstand d zwischen Satellit und beeinflussenden Planeten und der spezifischen Gravitationskonstante μ_p des beeinflussenden Planeten. Für erdnahe Satelliten sind v.a. die Gravitationseffekte von Sonne und Mond maßgebend. Diese haben folgende Gravitationskoeffizienten

$$\left. \frac{\mu_p}{r_j^3} \right|_{Mond} = 8,6 \cdot 10^{-14} \frac{1}{\text{sec}^2} \quad (2.51)$$

$$\left. \frac{\mu_p}{r_j^3} \right|_{Sonne} = 3,96 \cdot 10^{-14} \frac{1}{\text{sec}^2} \quad (2.52)$$

Die Anziehungskräfte der Sonne und des Mondes haben eine vernachlässigbare Auswirkung auf niedrigfliegende Satelliten, sie haben aber einen Einfluß auf Satelliten in der geostationären Umlaufbahn. Die Gravitationsfelder der Sonne und des Mondes verursachen nach [Rod91a] eine Verschiebung des Inklinationwinkels von 0,85 Grad/Jahr. In der Praxis müssen deshalb häufig Korrekturmanöver (siehe Abschnitt 2.6.5) zur Beibehaltung der geostationären Position durchgeführt werden.

2.6.4 Gravitationseffekte durch Sonnenstrahlung und Sonnenwind

Die Sonnenstrahlung umfaßt alle Arten von elektromagnetischen Wellen. Der Sonnenwind ist ein von der Sonnenkorona abströmendes heißes Plasma und ist vor allem für Körper im interstellaren Raum von Bedeutung (in niedrigen Umlaufbahnen um die Erde tritt kein Einfluß auf Satelliten auf). Beide Phänomene verursachen einen physikalischen Druck auf einen Satelliten, welcher von der Strahlungsdichte abhängig ist. Die Sonnenstrahlung ist dabei um ca. 100-1000 mal größer als der Sonnenwind. Die Kraft auf einen Satelliten durch die Sonnenstrahlung ist direkt proportional zum mittleren Fluß der Sonnenstrahlung P , der effektiv bestrahlten Fläche A (Fläche, welche senkrecht zur Verbindungslinie Sonne-Satellit ist) und zu einer Absorptionskoeffizienten C_p , welcher durch die Absorptionscharakteristik des verwendeten Oberflächenmaterials des Satelliten bestimmt wird, d.h. es gilt

$$F_{\text{Sonnenstrahlung}} = PAC_p \quad (2.53)$$

Die Werte von C_p liegen zwischen 0 und 2, wobei [Sid97a] $C_p = 2$ für schwarze Körper und $C_p = 1$ für einen Körper, der alles Licht zur Sonne zurückreflektiert, gilt.

Der Sonnenwind bewirkt zusätzlich eine Veränderung in der Magnetosphäre der Erde. Die Sonnenaktivität ist nicht konstant, sondern einem etwa 11-jährigen Zyklus unterworfen. Hierbei variiert die Anzahl der Sonnenflecken und damit auch die Intensität der UV-Strahlung. Diese Variation ist auch bei der Dimensionierung von Kommunikationsverbindungen zwischen den Satelliten wichtig, da diese bei erhöhter Sonnenaktivität Störungen hervorrufen können

2.6.5 Kompensation der Orbitstörungen

Um die genaue Größe der Orbitstörungen zu bestimmen, sind Satelliten mit einer Vielzahl von Sensoren und Meßeinrichtungen ausgestattet, welche ständig die genaue Position des Satelliten im Orbit bestimmen. Die wichtigsten Sensoren bestimmen hierbei den Abstand zur Erdoberfläche (hierzu wird meistens wie beim Radar ein hochfrequentes Signal zur Erde geschickt und die Phase des zurückreflektierten Signals gemessen), die richtige Ausrichtung zur Sonne (Gewährleistung der optimalen Ausrichtung der Solarzellen) und die Parameter der Umlaufbahn (meistens gemessen mit Hilfe exakt bestimmter und vermessener Erdstationen). Seit der Verfügbarkeit des GPS-Systems [KBZ98a, KBZ98b] werden auch eingebaute GPS Empfänger zur genauen autonomen Positionsbestimmung (Höhe, Geschwindigkeit, etc.) in den Satelliten verwendet [Wer84a].

Diese Positionsmeldungen werden über Telemetriestrecken von den Beobachtungsstationen zu einer Kontrollstation übertragen und dort verarbeitet. Die Beobachtungsstationen überprüfen ständig die Bahn der Satelliten eines Systems und bestimmen deren exakte Position. Da der Standort der Beobachtungsstationen genauestens bekannt ist kann nun die bestimmte Position mit der berechneten Position verglichen und so Kontrolldaten für die Satelliten berechnet werden.

Da eine homogene und gleichmäßige Satellitenkonstellation für optimale Bedeckung benötigt wird, muß aufgrund der genannten Orbitstörungen die Bahn eines Satelliten in bestimmten Zeitabschnitten korrigiert werden. Selbstverständlich ist es einem Satellitenbetreiber selbst überlassen, wann und wie oft er eine Korrektur veranlaßt. Von der ITU [ITU88a] wurde eine Empfehlung herausgegeben wonach ein geostationärer Satellit seine Position um maximal $0,1^\circ$ verlassen darf. Niedrigfliegende Satelliten dürfen ihre berechnete Position um maximal 1° verlassen. Der Betreiber des Satellitenkommunikationssystems Globalstar [Glo97a] hält genau diesen Wert ein, das Iridium-System verwendet aufgrund ihrer niedrigeren Umlaufbahnhöhe etwas bessere Werte [Iri99a].

In Tabelle 2.5 sind die maximalen Abweichungen von den vorgegebenen Orbitparametern für das Globalstar- und Iridium-System gezeigt (Δ_{12} : Abstandswinkel zwischen den Orbits am Äquator, γ_{12} : Phasenwinkel der Satelliten innerhalb eines Orbits).

Orbitparameter	Abweichung Globalstar	Abweichung Iridium
Δ_{12}	$\pm 1^\circ$	n.b.
γ_{12}	$\pm 1^\circ$	$\pm 0,25^\circ$
i	$\pm 0,6^\circ$	$\pm 1,0^\circ$
r	± 20 km	± 10 km
e	$\pm 0,01$	$\pm 0,01$

Tabelle 2.5: Maximale Abweichungen von vorgegebenen Orbitparametern

In Bild 2.16 ist die Veränderung des Phasenwinkels für zwei hintereinanderfliegende Satelliten des gleichen Orbits des Iridium-Systems gezeigt. Man erkennt, daß die maximale Abweichung nach ca. 70h erreicht wird, d.h. spätestens zu diesem Zeitpunkt eine Orbitkorrektur notwendig wird.

Da die Änderung der Parameter zum Aufbau von Intersatellitenverbindungen zu diesem Zeitpunkt noch relativ gering sind (siehe Abbildung 2.14 und 2.15), werden bei der Berechnung der geometrischen Parameter für die Kommunikation zwischen den Satelliten in den folgenden Kapiteln die Orbitstörungen nicht berücksichtigt.

Es wird also angenommen, daß die Umlaufbahnen exakt kreisförmig sind, d.h. der Satellitenbetreiber kontinuierlich die Orbitstörungen ausgleicht.

Im folgenden Kapitel werden jetzt diese wichtigen geometrischen Parameter für die Kommunikation zwischen Satelliten theoretisch berechnet.

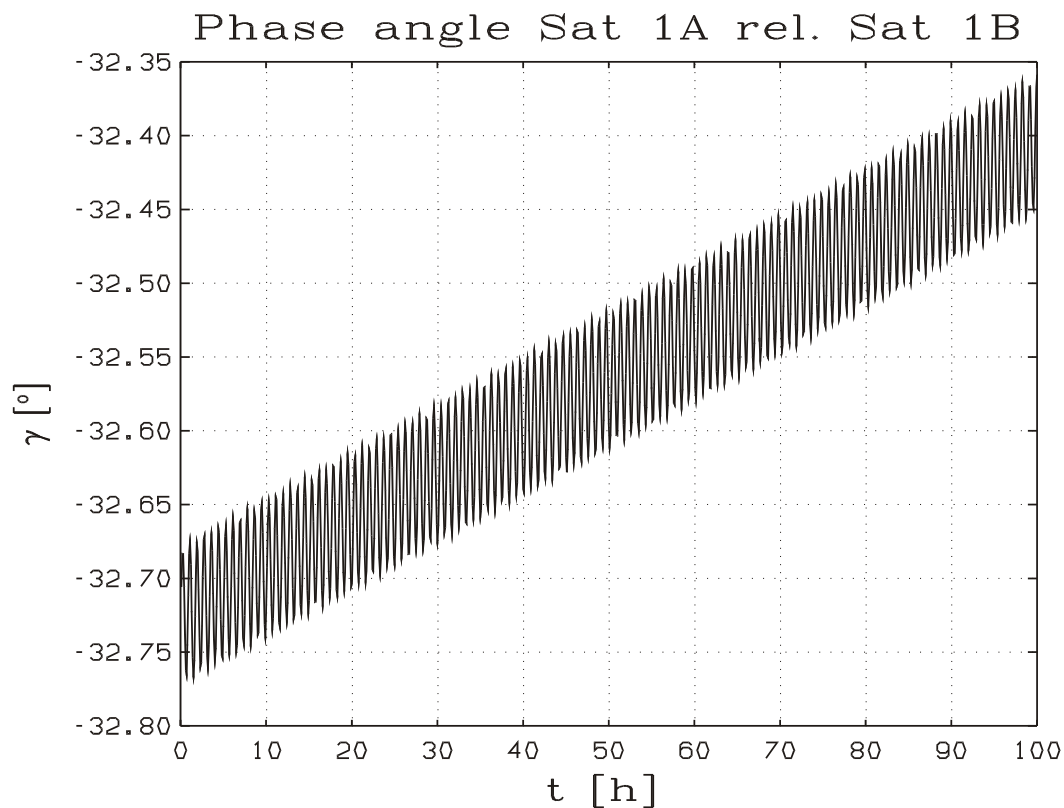


Abbildung 2.16: Veränderung des Interphasenwinkels aufgrund von Orbitstörungen als Funktion der Zeit

Kapitel 3: Parameter für die Kommunikation zwischen Satelliten

Für die weitere Arbeit wird folgende Annahme getroffen: Die Erde wird als homogene Kugel angesehen und Orbitstörungen werden nicht berücksichtigt.

3.1 Einführung

Einer der wichtigsten Parameter für die Kommunikation zwischen Satelliten ist der Abstand zwischen zwei Satelliten, zwischen denen eine Nachrichtenverbindung aufgebaut werden soll. Dieser Abstand ändert sich zwischen den Satelliten innerhalb eines Orbits nicht, falls sich die Satelliten auf kreisförmigen Umlaufbahnen befinden. Zwischen Satelliten benachbarter Orbits ist dieser Abstand abhängig von den gewählten Orbitparametern und er ändert sich zusätzlich als Funktion der Zeit.

Ein weiterer wichtiger Parameter ist der Azimuthwinkel (Schwenkwinkel, Winkel für horizontale Ausrichtung der Antenne) von einem Satelliten zu einem Satelliten auf der benachbarten Umlaufbahn. Dieser Parameter ist vor allem wichtig für die Ausrichtung der Antenne für die Verbindung zwischen den Satelliten. Der Azimuthwinkel ist ebenso wie die Distanz abhängig von den Orbitparametern und von der Zeit.

Eine weitere wichtige Einflußgröße für den Aufbau von Intersatellitenverbindungen ist der Elevationswinkel (hier: Winkel für vertikale Ausrichtung der Antenne im Raum) von zwei Satelliten auf benachbarten Orbits. Dieser Winkel ist ebenfalls von den Orbitparametern als auch von der Zeit abhängig. Er ist ebenfalls für die Ausrichtung der Antenne beim Aufbau von Intersatellitenverbindungen wichtig. In den Bildern 3.1a ist eine korrekt und eine fehlausgerichtete Intersatellitenverbindung dargestellt.

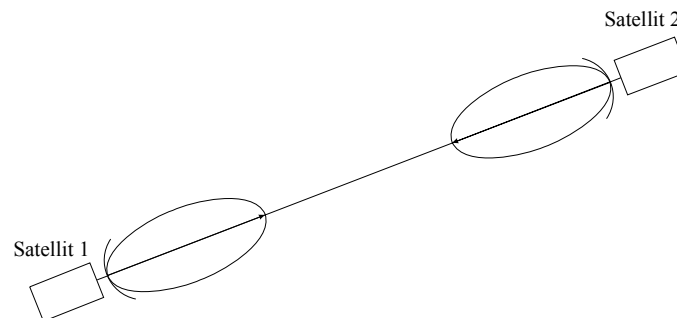


Abbildung 3.12: a) Korrekt ausgerichtete Antennen einer Satellitenverbindung

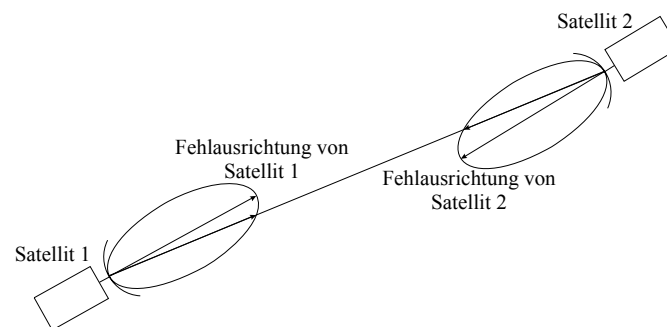


Abbildung 3.1: b) Falsch ausgerichtete Antennen einer Satellitenverbindung

Um eine sichere Verbindung zwischen zwei Satelliten aufzustellen, sollte auch die Frequenzverschiebung der Kommunikationsverbindung (Doppler-Shift) nicht zu groß werden. Der Doppler-Shift hängt vor allem von der relativen Geschwindigkeit der Satelliten zueinander ab.

Im folgenden Abschnitt werden nun diese verschiedenen Einflußgrößen in ausführlicher Weise berechnet (leider fand sich keine Literatur mit solchen Berechnungen, so daß diese in dieser Arbeit durchgeführt werden). Dazu ist im Bild 3.2 [Bal80a] die Geometrie eines Satellitenpaares, zwischen denen eine Intersatellitenverbindung aufgebaut werden soll, eingezeichnet, und es sind diese Einflußfaktoren, mit Ausnahme des Elevationswinkels und der relativen Geschwindigkeit, gezeigt.

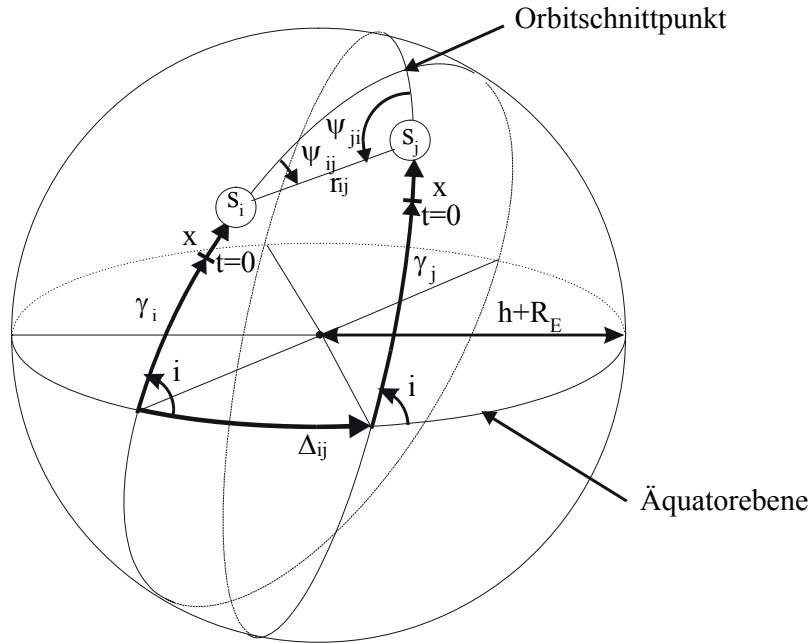


Abbildung 3.2: Geometrie eines Satellitenpaares [Bal80a]

Beide Satelliten in Bild 3.2 bewegen sich auf kreisförmigen Umlaufbahnen der Höhe h bzw., wie im Bild eingezeichnet, im Abstand $h + R_E$ vom Erdmittelpunkt. Die Umlaufbahnen haben den Inklinationwinkel i in Bezug auf die Äquatorebene.

Die Position jedes Satelliten ist durch die folgenden Orbitparameter beschrieben:

- Δ_{ij} : Winkelabstand zwischen den aufsteigenden Knoten des i -ten und des j -ten Orbit am Äquator
- i : Inklinationwinkel der Orbits, gemessen am Punkt des aufsteigenden Knotens (identisch für alle Orbits einer Konstellation)
- γ_i, γ_j : Anfangsphasenwinkel (Phasenwinkel = Sphärischer Winkel zwischen Äquatorebene bzw. Punkt des aufsteigenden Knotens und momentaner Position des Satelliten auf seiner Umlaufbahn) des i -ten bzw j -ten Satelliten in seinem Orbit zur Zeit $t = 0$, gemessen vom Punkt des aufsteigenden Knotens
- $x = 2\pi t/T$: Zeitabhängiger (Phasen-)Winkel, gültig für alle Satelliten der Konstellation, da die Geschwindigkeit und die Höhe aller Satelliten gleich groß ist (Voraussetzung)

Eine ausführliche Erklärung der verschiedenen Parameter findet sich im Anhang.

3.2 Intersatellitenabstand

In Bild 3.2 ist auch der sphärische Winkel (Kreisbogen) r_{ij} („Intersatellitenwinkel“) zwischen den beiden Satelliten eingezeichnet. Dieser Winkel soll im folgenden berechnet werden und anschließend daraus der direkte Abstand d_{ij} (gerade Strecke zwischen zwei Satelliten). Dazu werden nun einige grundlegende Formeln zur Beschreibung dieses Satellitenpaares angegeben. Anschließend werden diese Formeln zur Berechnung von r_{ij} verwendet. Es werden hierzu folgende Hilfswinkel eingeführt: Γ_i ist der Winkel zwischen dem Orbitschnittpunkt (siehe Bild 3.3) und dem Schnittpunkt des i -ten Orbits mit der Äquatorebene, Γ_j ist der Winkel zwischen dem Orbitschnittpunkt und dem Schnittpunkt des j -ten Orbits mit der Äquatorebene und $\pi - \Gamma_i$ ist der Winkel zwischen dem Orbitschnittpunkt und dem Schnittpunkt des i -ten Orbits mit der Äquatorebene auf der anderen Seite der Kugel. Weiterhin ist θ_{ij} der Schnittwinkel zwischen den beiden Orbits am Orbitschnittpunkt. Weiterhin ist Δ_{ij} der Winkel zwischen den aufsteigenden Knoten der Orbits i und j über der Äquatorebene.

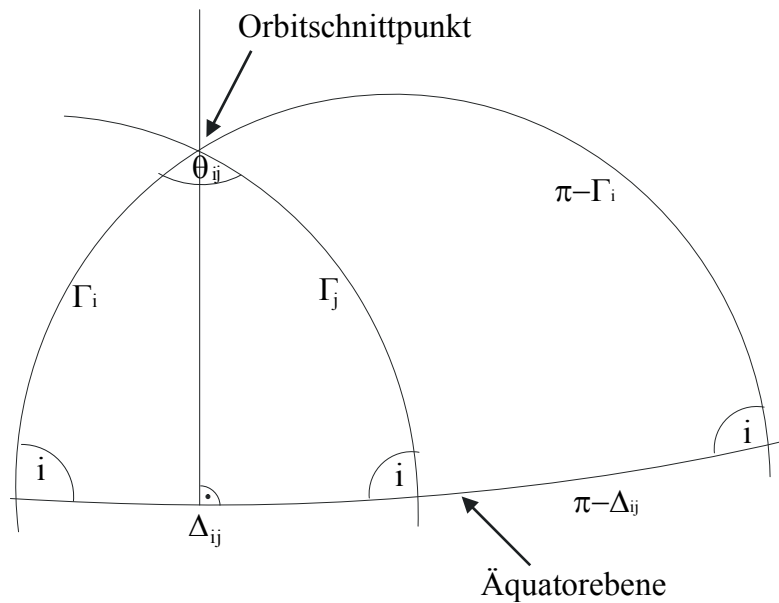


Abbildung 3.3: Winkel zwischen Äquatorebene und Orbitschnittpunkt

Mit Hilfe der Delambreschen Formeln [BSe87a] ergeben sich aus Bild 3.3 die folgenden sphärischen Zusammenhänge

$$\sin \frac{\theta_{ij}}{2} = \sin i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (3.1)$$

und

$$\cos \frac{\Delta_{ij}}{2} = \sin \Gamma_i \cos \frac{\theta_{ij}}{2} \quad (3.2a)$$

$$\cos \frac{\Delta_{ij}}{2} = \sin \Gamma_j \cos \frac{\theta_{ij}}{2} \quad (3.2b)$$

bzw.

$$\cos \Gamma_j = \frac{\cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2}}{\cos \frac{\theta_{ij}}{2}} \quad (3.3a)$$

und

$$\cos \Gamma_i = -\frac{\cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2}}{\cos \frac{\theta_{ij}}{2}} \quad (3.3b)$$

Für die weiteren Berechnungen werden noch die beiden Hilfswinkel ξ_i und ξ_j eingeführt. Dabei ist ξ_i der Winkel zwischen dem Satelliten i und dem Orbital Schnittpunkt und ξ_j ist der Winkel zwischen dem Satelliten j und dem Orbital Schnittpunkt. Es gilt dann

$$\xi_i = \Gamma_i - \gamma_i - x \quad (3.4a)$$

und

$$\xi_j = \Gamma_j - \gamma_j - x \quad (3.4b)$$

Durch Anwendung des Seitenkosinussatzes im sphärischen Dreieck (siehe Anhang oder [BSe87a]) gilt dann für den sphärischen Winkel r_{ij} auf der Kugel zwischen Satellit i und j

$$\cos r_{ij} = \cos \xi_i \cos \xi_j + \sin \xi_i \sin \xi_j \cos \theta_{ij} \quad (3.5)$$

und nach Vereinfachung und Einsetzen der Gleichung 3.4a und 3.4b

$$\cos r_{ij} = \cos(\Gamma_i - \Gamma_j - \gamma_i + \gamma_j) \cos^2 \frac{\theta_{ij}}{2} + \cos(\Gamma_i + \Gamma_j - \gamma_i - \gamma_j - 2x) \sin^2 \frac{\theta_{ij}}{2} \quad (3.6)$$

Durch Einsetzen der Ausdrücke von Γ_i , Γ_j und θ_{ij} aus den Gleichungen 3.1-3.3 und einigen Vereinfachungen ergibt sich für r_{ij} folgender Ausdruck

$$\begin{aligned} \cos r_{ij} = & \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos(\gamma_i - \gamma_j) + \\ & + 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(\gamma_i - \gamma_j) - \cos(\gamma_i + \gamma_j + 2x) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Es muß beachtet werden, daß r_{ij} der sphärische Winkel auf der Kugel zwischen dem Satellit i und dem Satellit j ist. Gewünscht ist aber die Distanz d_{ij} als gerade Linie zwischen den zwei Satelliten i und j . Diese Distanz d_{ij} ist aber leicht aus r_{ij} zu berechnen. In Bild 3.4 ist dieser Zusammenhang zwischen r_{ij} und d_{ij} grafisch dargestellt, wobei s_i den Satelliten i und s_j den Satelliten j bezeichnet.

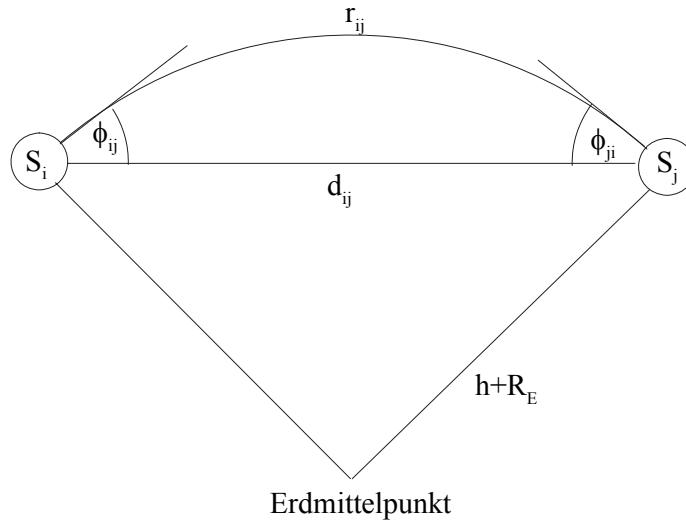


Abbildung 3.4: Zusammenhang zwischen Distanz und sphärischem Winkel

Es gilt der folgende Zusammenhang zwischen d_{ij} und dem sphärischen Winkel r_{ij} auf der Kugel zwischen den beiden Satelliten i und j

$$d_{ij} = 2(h + R_E) \sin \frac{r_{ij}}{2} \quad (3.8)$$

d.h. d_{ij} ist abhängig von der Höhe h , dem Erdradius R_E , dem Winkel zwischen den aufsteigenden Knoten am Äquator Δ_{ij} , der Inklination i , dem Phasenwinkel γ und von x , wobei

$$x = \omega t \quad (3.9)$$

gilt, und die Geschwindigkeit ω für alle Satelliten eines Systems gleich ist (vorausgesetzt alle Satelliten haben identische Höhe h bzw. identische Umlaufzeit T). Selbstverständlich gilt auch

$$d_{ji} = d_{ij} \quad (3.10)$$

d.h. die Entfernung von Satellit i zu Satellit j ist identisch mit der Entfernung von Satellit j zu Satellit i .

Als vollständige Gleichung ergibt sich schließlich für den geraden Abstand d_{ij} zwischen den Satelliten i und j

$$d_{ij} = 2(h + R_E) \sin \left(\frac{1}{2} \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos(\gamma_i - \gamma_j) + \right. \right. \quad (3.11)$$

$$\left. \left. + 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(\gamma_i - \gamma_j) - \cos(\gamma_i + \gamma_j + 2\omega t) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \right)$$

Bei festgelegten Werten für die Höhe h , den Winkel zwischen den aufsteigenden Knoten Δ_{ij} , dem Phasenwinkel γ , dem Inklination i und der Geschwindigkeit der Satelliten ω ändert sich die Distanz d_{ij} nur in Abhängigkeit der Zeit t ($x = \omega t$).

Um ungestörte Intersatellitenverbindungen aufbauen zu können, sollte die Distanz zwischen zwei Satelliten möglichst klein sein (die Distanz darf aber nicht zu Null werden, da die Satelliten sonst kollidieren oder Signal-Interferenzen auftreten können), bzw. die Variation der Distanz sollte während eines Umlaufes möglichst gleich bleiben, so daß nicht ständige Leistungsanpassungen nötig sind. Die vollständige Formel der Distanz ist in Gleichung 3.11 mit dem Äquator als Bezugspunkt angegeben. Im Normalfall ist die Phasendifferenz $\Delta\gamma$ am Äquator zwischen zwei Satelliten auf benachbarten Orbits gegeben, wobei gilt

$$\Delta\gamma = \gamma_j - \gamma_i \quad (3.12)$$

Setzt man noch $\gamma_i = 0$ (Bezugspunkt des Satelliten i sei die Äquatorebene) ergibt sich $\Delta\gamma = \gamma_j$ und die Gleichung für den Intersatellitenwinkel vereinfacht sich mit den Formeln [BSe87a] für negative Winkel $\cos(-\Delta\gamma) = \cos \Delta\gamma$ und $\sin(-\Delta\gamma) = -\sin \Delta\gamma$ zu

$$r_{ij} = \arccos \left[\left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma - \cos(\Delta\gamma + 2x) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \quad (3.13)$$

und die Intersatellitendistanz d_{ij} wird zu

$$d_{ij} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left[\left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma - \cos(\Delta\gamma + 2x) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \right\} \quad (3.14)$$

Im folgenden soll eine Diskussion dieser beiden Gleichungen erfolgen. Dazu werden die Nullstellen von d_{ij} bzw. r_{ij} berechnet und anschließend mit Hilfe der 1. Ableitung die Extremstellen von d_{ij} bzw. r_{ij} bestimmt. Mit Hilfe der Extremstellen kann später das Intervall berechnet werden, welches die Distanz bzw. der Intersatellitenwinkel während eines Umlaufes überstreicht. Es können somit Aussagen über die Leistungsanpassung aufgrund der Variation der Distanz gemacht werden und damit die Auslegung der Empfangs- bzw. Sendeinrichtung für die Intersatellitenverbindungen vorgenommen werden.

a) Nullstellen von d_{ij} bzw. r_{ij}

Da $\sin 0^\circ = 0$ ist, sind die Nullstellen von r_{ij} auch die Nullstellen von d_{ij} . Die Distanz d_{ij} wird also genau dann Null, wenn $r_{ij} = 0$ wird, was auf folgende Gleichung für die Nullstellen führt

$$x_0 = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \frac{\left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma - 1}{\sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2}} \right\} - \frac{\Delta\gamma}{2} \quad (3.15)$$

b) Extremwerte von d_{ij} bzw. r_{ij}

Zur Berechnung der Extremwerte von r_{ij} muß die erste Ableitung von r_{ij} nach x gebildet werden.

Es ergibt sich mit

$$\frac{d(\arccos x)}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (3.16)$$

die folgende Gleichung für die 1. Ableitung der Gleichung 3.13

$$\begin{aligned} \frac{dr_{ij}}{dx} &= \\ &= \frac{-2 \sin(2x + \Delta\gamma) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2}}{\sqrt{1 - \left[\left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma - \cos(\Delta\gamma + 2x) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right]^2}} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Die Extremwerte von r_{ij} ergeben sich dann aus

$$\sin(2x + \Delta\gamma) = 0 \quad (3.18)$$

bei

$$x_{\text{Extrem.}} = \frac{k\pi}{2} - \frac{\Delta\gamma}{2} \quad \text{mit } k \in \mathbb{Z} \quad (3.19)$$

Es ergibt sich somit für die Extremwerte von r_{ij} (Einsetzen von $x_{\text{Extrem.}}$ in Gleichung 3.13) für ganzzahliges k

$$\begin{aligned} r_{ij\text{Extrem.}} &= \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - \right. \\ &\quad \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma - \cos(k\pi) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \end{aligned} \quad (3.20)$$

mit ganzzahligen k , wobei gilt

$$\cos(k\pi) = \begin{cases} +1 & \text{für } k \text{ gerade} \\ -1 & \text{für } k \text{ ungerade} \end{cases}$$

Durch Einsetzen von k und Plausibilitätsbetrachtungen zeigt sich, daß sich für ungerades k ein Minimum und für gerades k ein Maximum ergibt, unter der Voraussetzung $r_{ij} \in [0^\circ, 180^\circ]$, was bei Sichtbarkeit der Satelliten untereinander immer erfüllt ist.

Für $r_{ij\text{min}}$ ergibt sich also

$$\begin{aligned} r_{ij\text{min.}} &= \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - \right. \\ &\quad \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma + \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \end{aligned} \quad (3.21a)$$

und für $r_{ij\max}$ erhält man

$$r_{ij\max.} = \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - \right. \\ \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma - \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \quad (3.21b)$$

Aufgrund von Plausibilitätsbetrachtungen zeigt sich, daß die Extremwerte von d_{ij} somit auch bei den Extremwerten von r_{ij} auftreten. Für die Extremwerte von d_{ij} ergibt sich also

$$d_{ij\text{Extrem.}} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma - \cos(k\pi) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \right\} \quad (3.22)$$

Für $d_{ij\min}$ ergibt sich damit

$$d_{ij\min.} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma + \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \right\} \quad (3.23a)$$

und für $d_{ij\max}$ erhält man

$$d_{ij\max.} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma - \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \right\} \quad (3.23b)$$

Die Variation der Distanz bzw. der Abstand zwischen Maximum und Minimum des Intersatellitenwinkels

$$\Delta r_{ij} = r_{ij\max} - r_{ij\min} \quad (3.24a)$$

bzw. des Intersatellitenabstandes

$$\Delta d_{ij} = d_{ij\max} - d_{ij\min} \quad (3.24b)$$

kann also nur verkleinert werden, indem

$$\sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \rightarrow 0$$

konvergiert, d.h. der Inklinationwinkel i muß sehr klein werden oder der Abstand zwischen den Orbits muß möglichst klein werden, was aber nur durch eine große Anzahl an Orbits erreicht werden kann (p muß größer gewählt werden).

3.3 Elevationswinkel

In Bild 3.4 ist auch noch eine weitere wichtige Größe für die Kommunikation zwischen den Satelliten eingetragen und zwar der Elevationswinkel ϕ_{ij} bzw. ϕ_{ji} . Der Elevationswinkel von Satellit i zu Satellit j berechnet sich zu

$$\phi_{ij} = \frac{r_{ij}}{2} \quad (3.25)$$

und der Elevationswinkel ϕ_{ji} von Satellit j zu Satellit i ist identisch mit ϕ_{ij} . In vollständiger Form ergibt sich

$$\begin{aligned} \phi_{ij} = \frac{1}{2} \arccos & \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos(\gamma_i - \gamma_j) + \right. \\ & \left. + 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(\gamma_i - \gamma_j) - \cos(\gamma_i + \gamma_j + 2vt) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Vereinfacht man diese Gleichung wieder mit $\Delta\gamma = \gamma_j - \gamma_i$ und setzt man noch $\gamma_i = 0$ (Bezugspunkt des Satelliten i sei die Äquatorebene), so ergibt sich $\Delta\gamma = \gamma_j$ die Gleichung für den Elevationswinkel zu

$$\begin{aligned} \phi_{ij} = \frac{1}{2} \arccos & \left[\left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - \right. \\ & \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma - \cos(\Delta\gamma + 2x) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \end{aligned} \quad (3.27)$$

Im folgenden soll auch hier eine kurze Diskussion dieser Gleichung erfolgen.

a) Nullstellen von ϕ_{ij}

Der Elevationswinkel berechnet sich direkt aus r_{ij} (siehe Gleichung 3.25), d.h. er ist direkt von r_{ij} abhängig. Die Nullstellen Extremwerte von r_{ij} sind somit auch die Nullstellen von ϕ_{ij} . Für die Nullstellen gilt nach Gleichung 3.27

$$x_0 = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \frac{\left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma}{\sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2}} \right\} - \frac{\Delta\gamma}{2} \quad (3.28)$$

b) Extremwerte von ϕ_{ij}

Zur Berechnung der Extremwerte von ϕ_{ij} muß die erste Ableitung von ϕ_{ij} nach x gebildet werden. Zur Vereinfachung kann hierzu die Gleichung 3.17 verwendet werden, welche nur durch 2 dividiert werden muß. Es ergibt sich die folgende Gleichung für die 1. Ableitung

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_{ij}}{dx} = & \frac{-\sin(2x + \Delta\gamma) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2}}{\sqrt{1 - \left[\left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma - \cos(\Delta\gamma + 2x) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right]^2}} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Die Extremwerte von ϕ_{ij} ergeben sich dann wieder aus (vgl. Gleichung 3.18)

$$\sin(2x + \Delta\gamma) = 0 \quad (3.30)$$

bei

$$x_{\text{Extrem.}} = \frac{k\pi}{2} - \frac{\Delta\gamma}{2} \quad \text{mit } k \in \mathbb{Z} \quad (3.31)$$

Es ergibt sich somit für die Extremwerte von ϕ_{ij}

$$\begin{aligned} \phi_{ij\text{Extrem.}} = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - \right. \\ \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma - \cos(k\pi) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \end{aligned} \quad (3.32)$$

mit ganzzahligen k , wobei wieder gilt

$$\cos(k\pi) = \begin{cases} +1 & \text{für } k \text{ gerade} \\ -1 & \text{für } k \text{ ungerade} \end{cases}$$

Es zeigt sich auch hier, daß sich für ungerades k ein Minimum und für gerades k ein Maximum ergibt, so daß gilt

$$\begin{aligned} \phi_{ij\text{min}} = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - \right. \\ \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma + \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \end{aligned} \quad (3.33a)$$

und

$$\begin{aligned} \phi_{ij\text{max}} = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - \right. \\ \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma - \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \end{aligned} \quad (3.33b)$$

Die Variation des Elevationswinkels zwischen Maximum und Minimum des Intersatellitenwinkels

$$\Delta\phi_{ij} = \phi_{ij\text{max}} - \phi_{ij\text{min}} \quad (3.34)$$

kann also auch nur verkleinert werden, indem wieder

$$\sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \rightarrow 0$$

geht, d.h. der Inklinationwinkel i muß sehr klein werden oder der Abstand zwischen den Orbits muß möglichst klein werden, was aber nur durch eine große Anzahl an Orbits erreicht werden kann (p muß größer gewählt werden).

3.4 Azimutwinkel

Durch Berechnungen im sphärischen Dreieck lassen sich auch die beiden Azimutwinkel Ψ_{ij} und Ψ_{ji} herleiten. In Bild 3.5 sind diese beiden Winkel zusammen mit den Winkeln ξ_i , ξ_j und θ_{ij} eingezeichnet.

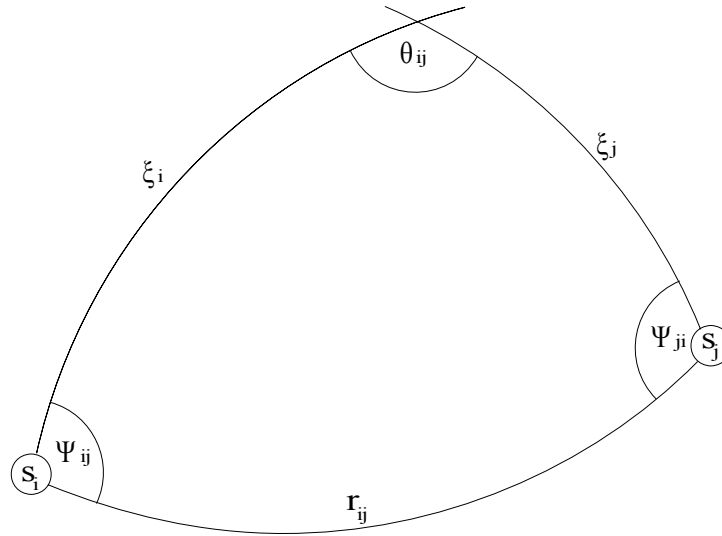


Abbildung 3.5: Darstellung der beiden Azimutwinkel im sphärischen Dreieck

Mit Hilfe der Nelperschen Analogien [BSe87a] lassen sich nun zwei Beziehungen für Ψ_{ij} und Ψ_{ji} als Funktion von ξ_i , ξ_j und θ_{ij} angeben.

Es ergeben sich die Gleichungen

$$\cot \frac{\theta_{ij}}{2} \cos \frac{\xi_j - \xi_i}{2} = \tan \frac{\Psi_{ij} + \Psi_{ji}}{2} \cos \frac{\xi_j + \xi_i}{2} \quad (3.35a)$$

$$\cot \frac{\theta_{ij}}{2} \sin \frac{\xi_j - \xi_i}{2} = \tan \frac{\Psi_{ij} - \Psi_{ji}}{2} \sin \frac{\xi_j + \xi_i}{2} \quad (3.35b)$$

Diese Formeln können durch gegenseitiges Einsetzen nach Ψ_{ij} und Ψ_{ji} aufgelöst werden, wobei dann gilt

$$\tan \Psi_{ij} = \frac{\sin \theta_{ij} \sin \xi_j}{\sin^2 \frac{\theta_{ij}}{2} \sin(\xi_i + \xi_j) + \cos^2 \frac{\theta_{ij}}{2} \sin(\xi_i - \xi_j)} \quad (3.36a)$$

bzw.

$$\tan(\Psi_{ji} + \pi) = \frac{\sin \theta_{ij} \sin \xi_i}{\sin^2 \frac{\theta_{ij}}{2} \sin(\xi_i + \xi_j) + \cos^2 \frac{\theta_{ij}}{2} \sin(\xi_j - \xi_i)} \quad (3.36b)$$

Mit Quadrierung von Gleichung 3.1

$$\sin^2 \frac{\theta_{ij}}{2} = \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (3.37a)$$

und

$$\cos^2 \frac{\theta_{ij}}{2} = 1 - \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (3.37b)$$

und Einsetzen von Γ_i , Γ_j und Anwendung mehrerer Additionstheoreme [BSe87a] und Vereinfachung ergibt sich schließlich für Ψ_{ij}

$$\begin{aligned} \tan \Psi_{ij} &= \\ &= \frac{\sin i \sin \Delta_{ij} \cos(\gamma_j + x) - \sin 2i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(\gamma_j + x)}{\sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(\gamma_i + \gamma_j + 2x) + 2 \cos i \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos(\gamma_j - \gamma_i) + \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \sin(\gamma_j - \gamma_i)} \end{aligned} \quad (3.38)$$

und für Ψ_{ji}

$$\begin{aligned} \tan(\Psi_{ji} + \pi) &= \\ &= \frac{\sin i \sin \Delta_{ij} \cos(\gamma_i + x) + \sin 2i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(\gamma_i + x)}{\sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(\gamma_i + \gamma_j + 2x) - 2 \cos i \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos(\gamma_i - \gamma_j) + \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \sin(\gamma_i - \gamma_j)} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Die Veränderung des Azimutwinkels zwischen zwei Satelliten sollte während eines Umlaufes möglichst klein sein, da sonst beim Aufbau einer Intersatellitenverbindung zwischen diesen Satelliten eine ständige Antennennachführung nötig ist. Es werden nun wieder die folgenden Vereinfachungen eingeführt: Es sei die Phasendifferenz $\Delta\gamma$ am Äquator zwischen zwei Satelliten auf benachbarten Orbits gegeben, wobei wieder gilt $\Delta\gamma = \gamma_j - \gamma_i$. Setzt man noch $\gamma_i = 0$ (Bezugspunkt des Satelliten i sei die Äquatorebene) ergibt sich $\Delta\gamma = \gamma_j$ und die Gleichung für den Azimutwinkel zwischen dem Satelliten i und dem Satelliten j (Gleichung 3.38 bzw. 3.39) vereinfacht sich zu Gleichung 3.40.

$$\tan \Psi_{ij} = \frac{\sin i \sin \Delta_{ij} \cos(\Delta\gamma + x) - \sin 2i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(\Delta\gamma + x)}{\sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(\Delta\gamma + 2x) + 2 \cos i \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma + \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \sin \Delta\gamma} \quad (3.40a)$$

$$\tan(\Psi_{ji} + \pi) = \frac{\sin i \sin \Delta_{ij} \cos(x) + \sin 2i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(x)}{\sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(\Delta\gamma + 2x) - 2 \cos i \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma + \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \sin \Delta\gamma} \quad (3.40b)$$

Es folgt auch hier wieder eine kurze Diskussion dieser Gleichungen.

a) Nullstellen von $\Psi_{ij}(x)$

Es gilt:

$$\Psi_{ij}(x) = 0$$

für

$$\sin i \sin \Delta_{ij} \cos(\Delta\gamma + x) - \sin 2i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(\Delta\gamma + x) = 0$$

woraus folgt

$$\cot(\Delta\gamma + x_0) = \frac{1}{2} \cos i \tan \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (3.41)$$

bzw.

$$x_0 = \arccot \left(\frac{1}{2} \cos i \tan \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) - \Delta\gamma \quad (3.42)$$

b) Extremwerte von $\Psi_{ij}(x)$

Zur Bestimmung der Extremwerte von Ψ_{ij} bzw. Ψ_{ji} muß die erste Ableitung von Ψ_{ij} bzw. Ψ_{ji} nach x gebildet werden. Die Berechnung der ersten Ableitung ist aber hier etwas komplizierter als für die Distanz bzw. den Elevationswinkel, da x sowohl im Zähler als auch im Nenner des Bruches innerhalb der arctan-Funktion vorkommt. Eine Lösung ist aber trotzdem möglich. Es werden zur Vereinfachung zuerst folgende Abkürzungen eingeführt:

$$a = \sin i \sin \Delta_{ij} \quad (3.43a)$$

$$b = \sin 2i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (3.43b)$$

$$c = \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (3.43c)$$

$$d = 2 \cos i \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma \quad (3.43d)$$

$$e = \cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (3.43e)$$

$$f = d + e \sin \Delta\gamma \quad (3.43f)$$

$$f_{ji} = d - e \sin \Delta\gamma \quad (3.43g)$$

Es ergibt sich damit für die beiden Gleichungen der Azimuthwinkel

$$\Psi_{ij} = \arctan \left\{ \frac{a \cos(x + \Delta\gamma) - b \sin(x + \Delta\gamma)}{c \sin(2x + \Delta\gamma) + f} \right\} \quad (3.44)$$

und

$$\Psi_{ji} + \pi = \arctan \left\{ \frac{a \cos(x) + b \sin(x)}{c \sin(2x + \Delta\gamma) - f_{ji}} \right\} \quad (3.45)$$

Mit

$$\frac{d(\arctan x)}{dx} = \frac{1}{1 + x^2} \quad (3.46)$$

erhält man für die erste Ableitung von Ψ_{ij}

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{ij}}{dx} &= \frac{1}{1 + \left[\frac{a \cos(x + \Delta\gamma) - b \sin(x + \Delta\gamma)}{c \sin(2x + \Delta\gamma) + f} \right]^2} * \\ * \frac{[-a \sin(x + \Delta\gamma) - b \cos(x + \Delta\gamma)][c \sin(2x + \Delta\gamma) + f] - [a \cos(x + \Delta\gamma) - b \sin(x + \Delta\gamma)]2c \cos(2x + \Delta\gamma)}{[c \sin(2x + \Delta\gamma) + f]^2} \end{aligned} \quad (3.47)$$

Zur Berechnung der Extremwerte ist es notwendig, daß Gleichung 3.47 zu Null wird, wobei es aber genügt, wenn der Zähler zu Null wird. Man erhält dann

$$[-a \sin(x + \Delta\gamma) - b \cos(x + \Delta\gamma)][c \sin(2x + \Delta\gamma) + f] - [a \cos(x + \Delta\gamma) - b \sin(x + \Delta\gamma)]2c \cos(2x + \Delta\gamma) = 0 \quad (3.48)$$

Nach Ausmultiplizieren und Anwendung einiger Additionstheoreme [BSe87a] bekommt man schließlich

$$\begin{aligned} \cos x \left[-\frac{3}{2}ac - af \sin \Delta\gamma - bf \cos \Delta\gamma \right] + \sin x \left[-\frac{3}{2}bc - af \cos \Delta\gamma + bf \sin \Delta\gamma \right] = \\ \cos 3x \left[\frac{1}{2}ac \cos 2\Delta\gamma - \frac{1}{2}bc \sin 2\Delta\gamma \right] + \sin 3x \left[-\frac{1}{2}ac \sin 2\Delta\gamma - \frac{1}{2}bc \cos 2\Delta\gamma \right] \end{aligned} \quad (3.49)$$

Nach Einführung der Abkürzungen

$$g = \frac{3}{2}ac + af \sin \Delta\gamma + bf \cos \Delta\gamma \quad (3.50a)$$

$$h = \frac{3}{2}bc + af \cos \Delta\gamma - bf \sin \Delta\gamma \quad (3.50b)$$

und

$$i = -\frac{1}{2}ac \cos 2\Delta\gamma + \frac{1}{2}bc \sin 2\Delta\gamma \quad (3.50c)$$

$$j = \frac{1}{2}ac \sin 2\Delta\gamma + \frac{1}{2}bc \cos 2\Delta\gamma \quad (3.50d)$$

vereinfacht sich Gleichung 3.49 zu

$$g \cos x + h \sin x = i \cos 3x + j \sin 3x \quad (3.51)$$

Durch Einsetzen von

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x \quad (3.52a)$$

und

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x \quad (3.52b)$$

ergibt sich aus Gleichung 3.51

$$(g + 3i) \cos x + (h - 3j) \sin x = 4i \cos^3 x - 4j \sin^3 x \quad (3.53)$$

Teilen dieser Gleichung durch $\cos x$ und Einsetzen von

$$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x}$$

und

$$\sin^2 x = \frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$

ergibt schließlich

$$(j + h) \tan^3 x + (g + 3i) \tan^2 x + (h - 3j) \tan x + (g - i) = 0 \quad (3.54)$$

Durch Ersetzen von $\tan x := y$ wird Gleichung 3.54 zu der kubischen Gleichung

$$(j + h)y^3 + (g + 3i)y^2 + (h - 3j)y + (g - i) = 0, \quad (3.55)$$

welche mit Hilfe der Formeln von Cardano [BSe87a] gelöst werden kann, wobei sich jeweils ein reeller Maximalwert und ein reeller Minimalwert während eines Umlaufes ($x = 0^\circ \dots 360^\circ$) ergeben. Die Vorgehensweise zur Berechnung der Extremwert von Ψ_{ji} ist analog zur obigen Berechnung von Ψ_{ij} .

3.5 Relative Geschwindigkeit

Zur Berechnung der relativen Geschwindigkeit zweier Satelliten können die bereits berechneten Azimuth- und Elevationswinkel von Satellit i zu Satellit j bzw. umgekehrt verwendet werden. Eine andere Möglichkeit zur Bestimmung der relativen Geschwindigkeit ist u.a. mit Hilfe des ECI-Koordinatensystems (siehe Anhang) möglich, was aber hier zu umständlich wäre. Bei der Bestimmung der relativen Geschwindigkeit ist es besser, ein eigenes mitbewegtes Hilfskoordinatensystem zwischen die Satelliten i und j zu legen, wobei die x -Achse dieses Hilfskoordinatensystems genau mit der Verbindungslinie zwischen den zwei Satelliten übereinstimmt. Die y -Achse liegt senkrecht zur x -Achse in der Ebene der Azimuthwinkel und die z -Achse liegt in der Ebene der Elevationswinkel bzw. senkrecht zur x - und y -Achse. Der Elevationswinkel hat auch Einfluß auf die x - und die y -Komponente der Geschwindigkeit der Satelliten.

Mit dem Azimuthwinkel Ψ und den Elevationswinkel ϕ ergibt sich folgendes Gleichungssystem für die Geschwindigkeitskomponenten eines Satelliten in x -, y - und z -Richtung (verwendetes Koordinatensystem siehe Anhang A1.6)

$$v_x = |v| \cos \Psi \cos \phi \quad (3.56a)$$

$$v_y = |v| \sin \Psi \cos \phi \quad (3.56b)$$

$$v_z = |v| \sin \phi \quad (3.56c)$$

wobei $|v|$ die Geschwindigkeit der Satelliten ist. Diese Gleichungen gelten für beide Satelliten. Es müssen jeweils nur die entsprechenden Azimuth- und Elevationswinkel von Satellit i zu Satellit j bzw. umgekehrt eingesetzt werden. Als relative Geschwindigkeit zwischen den Satelliten (siehe Bild 3.2) ergibt sich dann

$$v_{xrel} = v_{xi} + v_{xj} \quad (3.57a)$$

$$v_{yrel} = v_{yi} - v_{yj} \quad (3.57b)$$

$$v_{zrel} = v_{zi} - v_{zj} \quad (3.57c)$$

wobei in x -Richtung aufgrund der Bewegungsrichtung der Satelliten ein Pluszeichen eingesetzt wurde. Da der Elevationswinkel ϕ_{ij} von Satellit i zu Satellit j gleich dem Elevationswinkel ϕ_{ji} von Satellit j zu Satellit i ist (siehe Bild 3.4), ist die relative Geschwindigkeit in z -Richtung gleich Null, d.h. man erhält

$$v_{xrel} = |v| \cos \phi (\cos \Psi_{ij} + \cos \Psi_{ji}) \quad (3.58a)$$

$$v_{yrel} = |v| \cos \phi (\sin \Psi_{ij} - \sin \Psi_{ji}) \quad (3.58b)$$

$$v_{zrel} = 0 \quad (3.58c)$$

Zur Bestimmung der Doppler-Shift ist nur die relative Geschwindigkeit in x -Richtung von Bedeutung, da diese Geschwindigkeit die Rate der Annäherung bzw. des Entfernens angibt, welche für die Doppler-Shift von Bedeutung ist.

Zur Berechnung der Null- und Extremwerte der relativen Geschwindigkeit in x -Richtung muß die Gleichung 3.58a umgeformt werden.

Hierzu wird das Additionstheorem

$$\cos \Psi_{ij} + \cos \Psi_{ji} = 2 \cos \left(\frac{\Psi_{ij} + \Psi_{ji}}{2} \right) \cos \left(\frac{\Psi_{ij} - \Psi_{ji}}{2} \right) \quad (3.59)$$

verwendet.

Mit Hilfe der Neperschen Analogien [BSe87a] lassen sich aus Abbildung 3.5 zwei weitere Beziehungen für Ψ_{ij} und Ψ_{ji} als Funktion von ξ_i , ξ_j und θ_{ij} bzw. r_{ij} angeben.

Es ergeben sich die Gleichungen

$$\cos \frac{r_{ij}}{2} \cos \frac{\Psi_{ij} + \Psi_{ji}}{2} = \sin \frac{\theta_{ij}}{2} \cos \frac{\xi_i + \xi_j}{2} \quad (3.60a)$$

$$\sin \frac{r_{ij}}{2} \cos \frac{\Psi_{ij} - \Psi_{ji}}{2} = \sin \frac{\theta_{ij}}{2} \sin \frac{\xi_i + \xi_j}{2} \quad (3.60b)$$

Auflösen dieser Formeln nach $(\Psi_{ij} + \Psi_{ji}) / 2$ bzw. $(\Psi_{ij} - \Psi_{ji}) / 2$ und Einsetzen in Gleichung 3.59 bzw. 3.58a ergibt schließlich

$$v_{xrel} = |v| \sin^2 \frac{\theta_{ij}}{2} \frac{\sin(\xi_i + \xi_j)}{\sin \phi} \quad (3.61)$$

und nach Einsetzen von θ_{ij} (Gleichung 3.1) und Ψ_{ij} bzw. Ψ_{ji} (Gleichungen 3.4a und b) erhält man als Gleichung für die relative Geschwindigkeit in x-Richtung

$$v_{xrel} = |v| \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_j}{2} \frac{\sin(2x + \Delta\gamma)}{\sin \phi} \quad (3.62)$$

a) Nullstellen von v_{xrel}

Die Nullstellen von v_{xrel} ergeben sich dann aus

$$\sin(2x + \Delta\gamma) = 0 \quad (3.63)$$

bei

$$x_0 = \frac{k\pi}{2} - \frac{\Delta\gamma}{2} \quad \text{mit } k \in Z \quad (3.64)$$

Es zeigt sich, daß die Nullstellen von v_{xrel} genau bei den Extremwerten des Elevationswinkels bzw. der Intersatellitendistanz liegen, so daß eine Optimierung dieser Größen möglich ist.

b) Extremwerte von v_{xrel}

Zur Bestimmung der Extremwerte der relativen Geschwindigkeit in x-Richtung muß die Ableitung von v_{xrel} nach x gebildet werden.

Zur Vereinfachung werden aber zuerst wieder zwei Abkürzungen eingeführt:

$$a = \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma \quad (3.65)$$

und

$$b = \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_1}{2} \quad (3.66)$$

womit sich Gleichung 3.62 zu

$$v_{xrel} = |v|b \frac{\sin(2x + \Delta\gamma)}{\sin\left\{\frac{1}{2} \arccos[a - b \cos(2x + \Delta\gamma)]\right\}} \quad (3.67)$$

ergibt. Mit den Additionstheoremen

$$\sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x} \quad (3.68a)$$

und

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x) \quad (3.68b)$$

ergibt sich

$$\sin\left(\frac{1}{2} \arccos x\right) = \pm \sqrt{1 - \cos^2\left(\frac{1}{2} \arccos x\right)} = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{2}(1 + \cos(\arccos x))} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1-x} \quad (3.69)$$

und somit für v_{xrel}

$$v_{xrel} = \pm |v|b\sqrt{2} \frac{\sin(2x + \Delta\gamma)}{\sqrt{1 - [a - b \cos(2x + \Delta\gamma)]}} \quad (3.70)$$

Diese Gleichung ist nun wesentlich leichter nach x ableitbar als Gleichung 3.67. Als Ableitung ergibt sich

$$\frac{dv_{xrel}}{dx} = \pm |v|b\sqrt{2} \frac{2 \cos(2x + \Delta\gamma) \sqrt{1 - [a - b \cos(2x + \Delta\gamma)]} - \sin(2x + \Delta\gamma) \frac{(-b)2 \sin(2x + \Delta\gamma)}{2\sqrt{1 - [a - b \cos(2x + \Delta\gamma)]}}}{1 - [a - b \cos(2x + \Delta\gamma)]} \quad (3.71a)$$

bzw. vereinfacht

$$\frac{dv_{xrel}}{dx} = \pm |v|b\sqrt{2} \frac{2 \cos(2x + \Delta\gamma) \{1 - [a - b \cos(2x + \Delta\gamma)]\} + b \sin^2(2x + \Delta\gamma)}{\{1 - [a - b \cos(2x + \Delta\gamma)]\}^{1.5}} \quad (3.71b)$$

Zur Ermittlung der Extremwerte muß der Zähler Null werden, d.h.

$$2 \cos(2x + \Delta\gamma) \{1 - [a - b \cos(2x + \Delta\gamma)]\} + b \sin^2(2x + \Delta\gamma) = 0 \quad (3.72)$$

bzw. nach Einsetzen von

$$\sin^2(2x + \Delta\gamma) = 1 - \cos^2(2x + \Delta\gamma) \quad (3.73)$$

und Vereinfachung ergibt sich

$$\cos^2(2x + \Delta\gamma) + \left(\frac{2-2a}{b}\right) \cos(2x + \Delta\gamma) + 1 = 0 \quad (3.74)$$

Durch Ersetzen von

$$\cos(2x + \Delta\gamma) := y \quad (3.75)$$

erhält man die quadratische Gleichung

$$y^2 + \left(\frac{2-2a}{b}\right)y + 1 = 0 \quad (3.76)$$

mit der Lösung

$$y_0 = \frac{a-1}{b} \pm \sqrt{\left(\frac{1-a}{b}\right)^2 - 1} \quad (3.77)$$

und für x_0 (nur reelle Lösungen)

$$x_0 = \pm \frac{1}{2} \arccos\left(\frac{a-1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1-a}{b}\right)^2 - 1}\right) - \frac{\Delta\gamma}{2} + k\pi \quad (3.78)$$

für alle ganzzahligen k .

Es zeigt sich, daß die Maxima (Minima) jeweils einen Abstand von $x = \pi$ zueinander haben.

Bei einem positiven Vorzeichen vor dem ersten Glied erhält man ein Maximum, bei einem negativen Vorzeichen ein Minimum.

3.6 Zusammenfassung

Dieser Abschnitt gibt nochmals eine kurze Zusammenfassung der berechneten Parameter.

3.6.1 Intersatellitenabstand

Intersatellitenabstand d_{ij} = Direkter Abstand zweier Satelliten

$$d_{ij} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left[\left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma - \cos(\Delta\gamma + 2x) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \right\} \quad (3.79)$$

3.6.2 Elevationswinkel

Elevationswinkel ϕ_{ji} = Winkel für vertikale Ausrichtung der Antenne der Satelliten

$$\phi_{ij} = \frac{1}{2} \arccos \left[\left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - \right. \\ \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \Delta\gamma - \cos(\Delta\gamma + 2x) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \quad (3.80)$$

3.6.3 Azimuthwinkel

Azimuthwinkel Ψ_{ij} = Winkel für die horizontale Ausrichtung der Antenne der Satelliten

$$\tan \Psi_{ij} = \frac{\sin i \sin \Delta_{ij} \cos(\Delta\gamma + x) - \sin 2i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(\Delta\gamma + x)}{\sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(\Delta\gamma + 2x) + 2 \cos i \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma + \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \sin \Delta\gamma} \quad (3.81)$$

3.6.4 Relative Geschwindigkeit

Relative Geschwindigkeit in x-Richtung = Annäherungsgeschwindigkeit der Satelliten
(wichtig zur Berechnung des Doppler-Effektes)

$$v_{xrel} = |v| \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \frac{\sin(2x + \Delta\gamma)}{\sin \phi} \quad (3.82)$$

Kapitel 4: Die polare kreisförmige Orbitkonstellation

4.1 Einführung

Die polare kreisförmige Orbitkonstellation (kurz: PKO) ist dadurch gekennzeichnet, daß alle Satellitenorbits einen Inklinationwinkel (=Neigungswinkel gegenüber der Äquatorebene) von exakt 90 Grad (exakt polare Orbitkonstellation) oder nahe 90 Grad (fast polare Orbitkonstellation, Inklinationwinkel $i = 80^\circ \dots 100^\circ$, aber $i \neq 90^\circ$) besitzen (bisher gibt es aber nur Systeme mit einem Inklinationwinkel nahe 90 Grad, aber kein System mit genau 90° : Bei einem System mit einem Inklinationwinkel von exakt 90° würden sich alle Umlaufbahnen exakt in einem Punkt über den Polen schneiden, wobei Kollisionen zwischen Satelliten auftreten könnten). Aufgrund dieses Inklinationswinkels verlaufen alle Orbitbahnen über die Pole (exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation) bzw. nahe an den Polen vorbei (fast polare kreisförmige Orbitkonstellation), woraus auch der Name polare Orbitkonstellation entstanden ist. Die Orbitbahnen haben ihre Schnittpunkte über den Polen und ihren größten Abstand über dem Äquator. Die PKO wird meistens für Satellitensystemen auf LEO-Bahnen eingesetzt, kann aber auch für Satelliten auf höherfliegenden Bahnen eingesetzt werden. In jedem Satellitenorbit der PKO befindet sich im Normalfall die gleiche Anzahl an Satelliten. Die PKO kann eine vollständige Bedeckung der gesamten Erde mit einen oder mehreren gleichzeitig sichtbaren Satelliten oberhalb bestimmter Breitengrade, sowohl für nördliche als auch für südliche Breitengrade, gewährleisten. Bei der PKO fliegen die Satelliten auf der einen Seite der Erde in nördlicher Richtung und auf der anderen Seite der Erde in südlicher Richtung. Aufgrund dieser Bewegung gibt es bei der PKO immer zwei Nahtstellen, an denen die Bewegung der Satelliten in entgegengesetzter Richtung verläuft, in [ARi87a] auch als „Counter-rotating Interface“ oder gegenlaufende Berührungspunkte bzw. Orbits bezeichnet, wohingegen die Bewegung der in gleicher Richtung fliegenden Satelliten als „Co-rotating Interface“ oder gleichlaufende Orbits bezeichnet wird. Diese Nahtstellen sind vor allem hinsichtlich einer optimalen und gleichmäßigen Bedeckung der Erde und beim Aufbau von Intersatellitenverbindungen (engl. „Intersatellite Links = ISLs“) von Nachteil und erfordern deshalb spezielle Untersuchungen. Die Rektaszensionen der aufsteigenden Knoten (siehe Anhang) der p Orbits $\Omega_1 \dots \Omega_p$ der PKO in Bezug auf die Referenz, der Frühjahrs-Tag- und -Nachtgleiche, werden so gewählt, daß der Abstand zwischen allen gleichlaufenden Orbits gleich groß ist.

Im folgenden Abschnitt 4.2 wird zuerst die exakt polare Konstellation ($i = 90^\circ$) als Funktion des Breitengrades ϕ_n berechnet, über welchem n oder mehr Satelliten gleichzeitig und ständig sichtbar sind. Aufgrund der polaren Umlaufbahnen steigt die Anzahl der sichtbaren Satelliten ständig mit zunehmendem Breitengrad ϕ , bis schließlich bei einem Breitengrad von $90^\circ - c_j$, wobei c_j die halbe Straßenbreite der Straße der Bedeckung (siehe Kapitel 2) ist, die größte Anzahl an gleichzeitig sichtbaren Satelliten erreicht wird (nahe oder direkt über den Polen). Die Angabe der Formeln der exakt polaren Konstellation sind für die spätere Herleitung der fast polaren Konstellation notwendig.

In Bild 4.1a sind die Bedeckungsflächen (engl. „footprints“) der sichtbaren Satelliten eines polaren Beispielsystems (Beispielsystem: $p = 5$, $s = 7$, $i = 90^\circ$, $h = 1586$ km, $E_{\min} = 10^\circ$) über dem Nordpol dargestellt.

Anhand der Abbildung ist ersichtlich, daß sich die Umlaufbahnen, wie bereits erwähnt, über dem Pol schneiden und eine größere Anzahl an Satelliten gleichzeitig sichtbar ist. In der Abbildung 4.1b sind die Bedeckungskreise des gleichen Systems über dem Äquator dargestellt.

Man erkennt, daß über dem Äquator gerade nur 1 Satellit sichtbar ist und sich keine weiteren Überschneidungen ergeben.

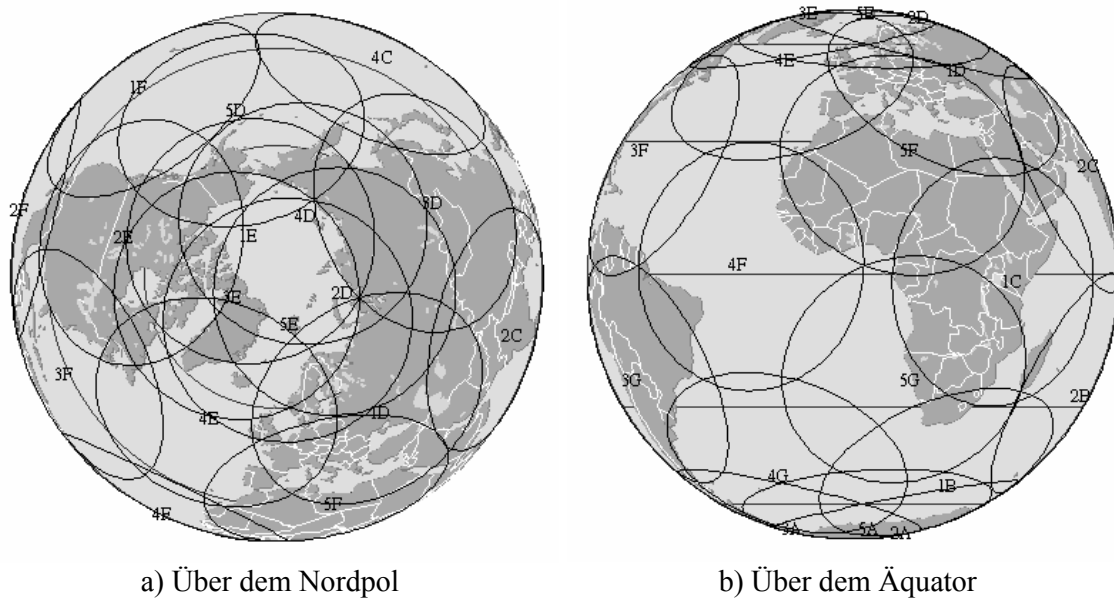


Abbildung 4.1: Darstellung der Bedeckungsflächen eines polaren Systems [Alt94a]

In Bild 4.2 ist diese Sicht auf das exakt polare System nochmals vereinfacht gezeichnet. In diesem Bild ist die Sicht auf einen Pol der Erde dargestellt. Die durchgezogenen Linien sind die Orbits und die Pfeile geben die Flugrichtung der Satelliten an. Man erkennt, daß sich die Orbits direkt über dem Pol schneiden. Weiterhin erkennt man auch den sog. Saum zwischen den gegenlaufenden Orbits. Die PKO wird in manchen Veröffentlichungen, z.B. in [Wal70a], auch als sternförmige Konstellation (engl. „star pattern“) beschrieben, was aus den sternförmigen Verlauf der Orbits über dem Pol zu erklären ist.

Im nächsten Abschnitt 4.2 werden jetzt aber, wie bereits erwähnt, die grundlegenden Vorgehensweisen und die benötigten Formeln zur Berechnung von exakten PKOs mit globaler und gleichmäßiger bzw. vollständiger Bedeckung der Erde angegeben bzw. hergeleitet, wobei diese PKO noch keine phasengenaue Verteilung der Satelliten auf benachbarten Orbits voraussetzt.

Die Berechnung der phasengenaue exakten polaren Konstellation erfolgt dann anschließend in Abschnitt 4.3. In diesem Abschnitt wird auch das Problem der mit- und gegenlaufenden Orbits ausführlich erläutert.

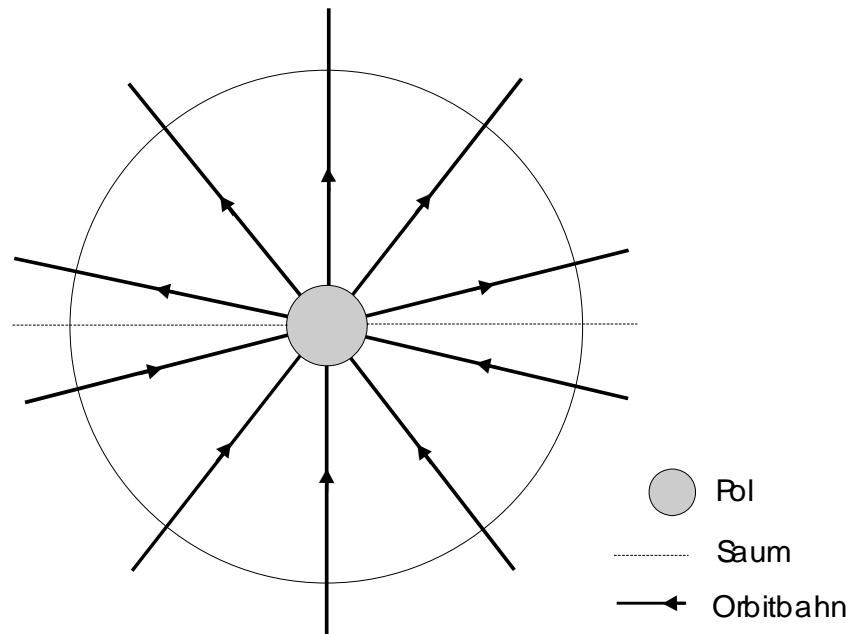


Abbildung 4.2: Vereinfachte polare Sicht auf die PKO

In Abschnitt 4.4 wird mit Hilfe der Optimierungsmethode nach Lagrange eine phasengenaue exakt polare Konstellation mit minimaler Satellitenzahl bestimmt.

Im anschließenden Abschnitt 4.5 wird die Abhängigkeit der exakten polaren kreisförmigen Konstellation von der Phasenwinkeldifferenz gezeigt und die Auswirkung der Veränderung dieser Phasenwinkeldifferenz erläutert.

Im Abschnitt 4.6 werden die in den Abschnitten 4.3 und 4.5 erhaltenen Ergebnisse auf die fast polare Konstellation, welche in der Literatur nicht beschrieben ist, erweitert.

Die Beschreibung zweier Konstellationsbeispiele erfolgt im Abschnitt 4.7, wobei die Iridium- und die Teledesic-Konstellation vorgestellt werden.

In Abschnitt 4.8 werden die wichtigsten Merkmale der polaren kreisförmigen Orbitkonstellation nochmals zusammengefasst.

4.2 Herleitung der polaren kreisförmigen Orbitkonstellation

Zur Herleitung der polaren kreisförmigen Konstellation werden die Grundlagen zur Straße der Bedeckung, benötigt. Hierbei ist vor allem die Beziehung zwischen der halben Straßenbreite c_j (wobei mindestens j Satelliten sichtbar sind), der Anzahl der Satelliten s und dem Bedeckungswinkel bzw. Ausleuchtungswinkel θ wichtig. Die Beziehung zwischen c_j , s und θ [Lüd61a] ergibt sich zu

$$c_j = \arccos\left(\frac{\cos\theta}{\cos j\pi / s}\right) \quad (4.1)$$

Die Herleitung dieser Beziehung wurde bereits ausführlich in Kapitel 2 erläutert.

Der normale Weg, eine Konstellation so zu bestimmen, daß wenigstens j Satelliten an jedem Punkt der Erde sichtbar sind, besteht darin, den Winkel zwischen den aufsteigenden Knoten über dem Äquator zu $c_j + c_j = 2c_j$ [Lüd61a] zu wählen. Dies führt jedoch zu teilweise nicht gewollter Mehrfachbedeckung und erfordert außerdem eine größere Anzahl an Satelliten. Nach [Rid85a] ist es deshalb effizienter und es wird auch das gleiche Ergebnis erzielt, wenn man den Winkel zwischen den aufsteigenden Knoten am Äquator zu $c_1 + c_j$ wählt, wobei c_1 die halbe Straßenbreite ist, bei welcher mindestens ein Satellit sichtbar ist. Das dadurch abgedeckte Gebiet ist immer noch so groß, daß j sichtbare Satelliten im kritischen Gebiet in der Mitte zwischen zwei Orbits zu sehen sind. Der Wert $c_1 + c_j$ ist immer größer als $2c_j$, was zu einem größeren Abstand der aufsteigenden Knoten über dem Äquator führt. Man erhält damit folgende Beziehung [Rid85a]

$$2c = (c_1 + c_j) \quad (4.2)$$

bzw. Einsetzen von Gleichung 4.1 für c_1 und c_j ergibt den folgenden Ausdruck

$$2c = \arccos\left(\frac{\cos\theta}{\cos\pi / s}\right) - \arccos\left(\frac{\cos\theta}{\cos j\pi / s}\right) \quad (4.3)$$

Durch Vorgabe des minimalen Elevationswinkels E_{\min} (siehe Kapitel 2) kann dann der Wert des Ausleuchtungswinkels θ für eine gewünschte Satellitenhöhe h berechnet werden.

In Bild 4.3 ist diese Straße der Bedeckung für vier verschiedene Konstellationen aus polarer Sicht dargestellt. In der Abbildung sind die Fälle $p = 2$ (Bild a), $p = 3$ (Bild b), $p = 4$ (Bild c) und $p = 5$ (Bild d) gezeigt. In jeder Abbildung stellt der äußere Kreis den Erdäquator dar und der Nord- oder Südpol ist in der Mitte des Kreises eingezeichnet. In dieser Art der Abbildung ist der Winkel zwischen den Meridianen (gerade Linie durch die Pole) gleich dem Zentralwinkel der gleichen Meridiane am Äquator (siehe Abbildung 4.3, z.B. $\pi/2p$ für $p = 2$). Es sei darauf hingewiesen, daß der korrespondierende Breitengrad eines Punktes innerhalb des Kreises nicht linear zum Abstand vom Pol (sphärische Geometrie) ist.

In jedem der Diagramme in Bild 4.3 sind die durchgezogenen geraden Linien die Begrenzungen der Straßen der Bedeckung. Die Größe der Straße der Bedeckung wurde in jedem Diagramm so gewählt, daß sich die Straßen am Äquator schneiden und dadurch eine vollständige Bedeckung der gesamten Erde gewährleistet wird. Die Größe der Straßenbreite ist deshalb in jedem Diagramm unterschiedlich gewählt und zwar zu π/p , wobei p die Anzahl der polaren Orbits in der Konstellation ist. Der Schnittpunkt zwischen den Linien ist die Grenze der vollständigen Bedeckung jeder Orbitfläche in der Sphäre. Die minimale Anzahl der sichtbaren Satelliten in jeder Fläche ist jeweils als Zahl eingezeichnet.

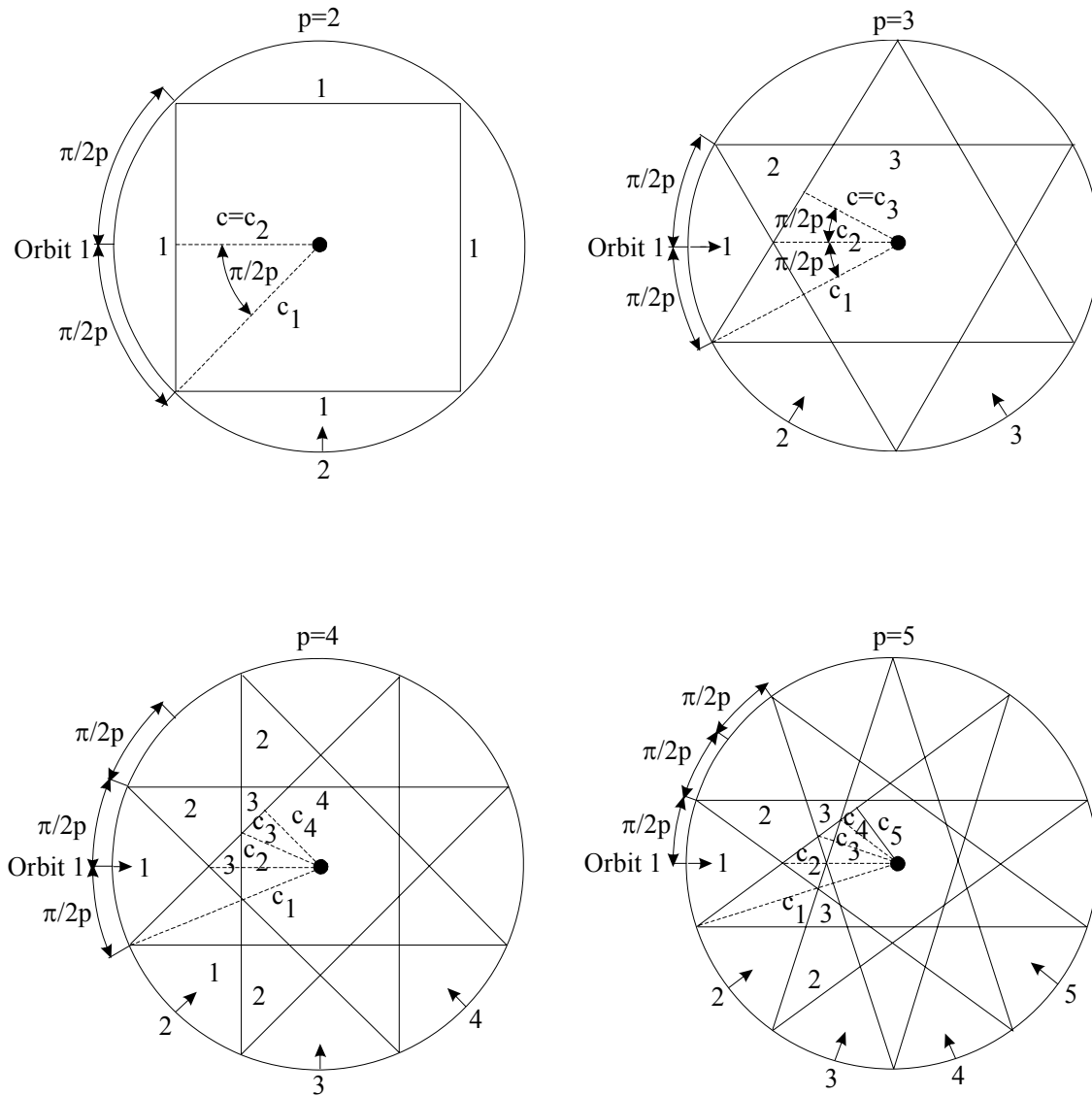


Abbildung 4.3: Polare Darstellung der Straße der Bedeckung für $p = 2, 3, 4$ und 5

Es soll nun als weiteres die Größe c_k eingeführt werden, welche den jeweils korrespondierenden Breitengrad angibt, für den minimale k -fache Bedeckung erreicht wird. Als Beispiel: c_2 ist der nördlichste Breitengrad des Gebietes auf der Erdoberfläche im $p = 3$ Diagramm für den nur ein Satellit sichtbar ist. Für Punkte auf diesem Breitengrad und auch auf höheren Breitengraden sind wenigstens zwei oder mehr Satelliten sichtbar. In jedem Diagramm ist c_k als gerade gestrichelte Linie vom Pol zum Breitengrad c_k dargestellt und c ist gezeichnet als gestrichelte Linie, die senkrecht auf dem kleinsten Bedeckungskreis steht. Der Winkel zwischen c und c_k , bei [Rid85a] auch durch (c, c_k) geschrieben, ist für alle p und k mit $p \geq k$ gegeben durch

$$(c, c_k) = \frac{p-k}{2p} \pi \tag{4.4}$$

Man kann eine einfache Beziehung zwischen den Größen c , c_k , k und p herstellen, in dem man die Beziehungen des sphärischen Dreieckes mit den Seiten c , c_k und dem eingeschlossenen Winkel $(p - k)\pi / 2p$ aufstellt. Hierbei gilt auch, daß der korrespondierende Breitengrad c_k das Komplement des Breitengrades ϕ_k ist.

Es ergibt sich dann mit Hilfe der Beziehungen im sphärischen Dreieck [BSe87a] bzw., siehe Anhang

$$\sin c = \cos \phi_k - \cos(c, c_k) \quad (4.5)$$

bzw.

$$\sin c = \cos \phi_k \cos \left[\left(\frac{p-k}{2p} \right) \pi \right] \quad (4.6)$$

In Bild 4.4 ist der Zusammenhang zwischen dem Breitengrad und der Bedeckung grafisch [Rid85a] dargestellt.

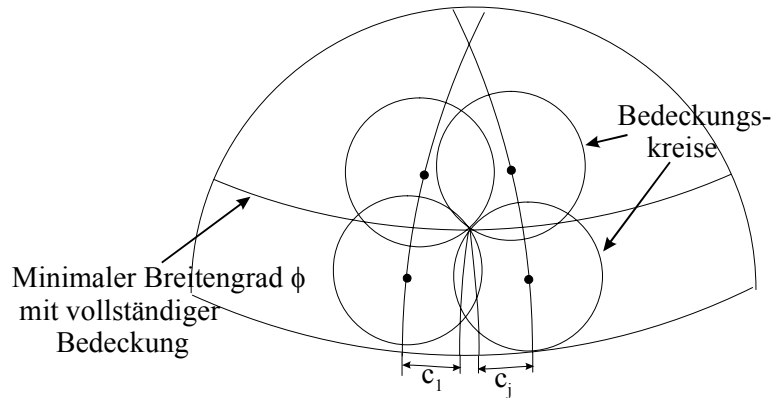


Abbildung 4.4: Bedeckung der Satelliten bei willkürlichen Phasenwinkel

Zur Vereinfachung der Beschreibung von Bild 4.4 wurde vorausgesetzt, daß die Straßenbreite der Bedeckung eines einzelnen polaren Orbits der jeweiligen Konstellation mit $p \geq 2$ eine ständige Sicht auf einen Satelliten von jedem Punkt auf der Erdoberfläche aus ermöglicht, d.h. daß durch die jeweilige Konstellation vollständige Bedeckung gewährleistet wird. Jedoch die Erklärung aus Bild 4.4 ergibt, daß eine Bedeckung mit j -Satelliten eines einzigen Orbits möglich ist, in dem man den Abstand zwischen den Orbits über dem Äquator zu $2c = c_1 + c_j$ wählt. Deshalb ist in der Realität der aktuelle Wert der Anzahl der minimal sichtbaren Satelliten n durch

$$n = jk \quad (4.7)$$

gegeben, wobei j und k ganzzahlige Werte sind.

Es ergeben sich somit zwei Gleichungen [Rid85a], die eine Beziehung zwischen den Eingangsparametern n , ϕ_n bzw. p , s , c und der Ausgangsvariablen θ in der Form

$$2c = \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos \pi / s}\right) - \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos j\pi / s}\right) \quad (4.8)$$

und

$$\sin c = \cos \phi_n \cos \left[\left(\frac{p-k}{2p} \right) \pi \right] \quad (4.9)$$

liefert, wobei die Anzahl der sichtbaren Satelliten aus $n = jk$ berechnet werden kann und beide Werte ganzzahlig sind.

Für den Fall, daß globale Bedeckung der gesamten Erdoberfläche angestrebt wird, ergibt sich Gleichung 4.9 mit $\phi_n = 0^\circ$ (globale redundante Bedeckung ohne Phasenversatz („Interorbit-Phasing“) der Satelliten zwischen benachbarten Orbits zu

$$\sin c = \cos \left[\left(\frac{p-k}{2p} \right) \pi \right] \quad (4.10)$$

mit der Lösung

$$c = \frac{\pi}{2} - \left[\left(\frac{p-k}{2p} \right) \pi \right] = \frac{k\pi}{2p} \quad (4.11)$$

Daraus ergibt sich dann

$$\frac{k\pi}{p} = \arccos \left(\frac{\cos \theta}{\cos \pi/s} \right) - \arccos \left(\frac{\cos \theta}{\cos j\pi/s} \right) \quad (4.12)$$

oder einfacher ausgedrückt

$$p(c_1 + c_j) = k\pi, \quad (4.13a)$$

d.h. die Orbits werden symmetrisch mit gleichen Abstandswinkeln $(c_1+c_j) / k$ über dem Äquator verteilt. Diese Vorgehensweise ermöglicht durch passende Wahl der Anzahl der Satelliten eine gleichmäßige j -fache Bedeckung durch jeden Orbit und eine k -fache Bedeckung durch k -faches kopieren der Konstellation [Rid85a].

Für einfache Sichtbarkeit ($j = k = 1$) ergibt sich dann

$$p(c_1 + c_1) = \pi \quad (4.13b)$$

Diese Konstellation ist aber nicht optimal hinsichtlich der Bedeckung, da sowohl für die gleichlaufenden als auch für die gegenlaufenden Orbits die gleichen Abstandswinkel angenommen werden, in Bild 4.5 ist diese Satellitenverteilung von benachbarten Orbits für einfache Sichtbarkeit dargestellt und in Bild 4.6 sind die Bedeckungsflächen eines Beispielsystems über der Erdkarte gezeichnet.

In dem Bild erkennt man die Bedeckungsflächen („footprints“) jedes einzelnen Satelliten, wobei sich jeweils vier Bedeckungskreise in genau einem Punkt schneiden. Die Satelliten eines Orbits haben jeweils einen Abstand von $2\pi/s$ und die gleichlaufenden Orbits haben den Abstand $2c_1$ (siehe Gleichung 4.13b).

Im nächsten Abschnitt 4.3 wird jetzt aber eine spezielle polare Konstellation vorgestellt, mit der eine bessere Bedeckung der Erde mit weniger Satelliten erreicht wird.

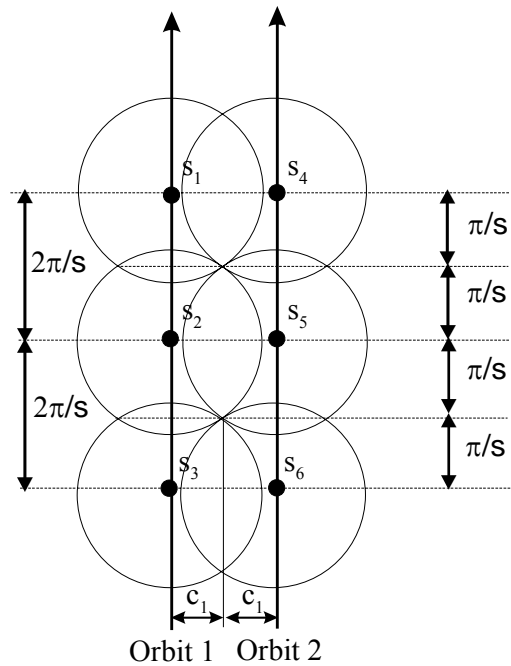


Abbildung 4.5: Verteilung der Satelliten in benachbarten Orbits (einfache Sichtbarkeit) bei gleichem Abstandswinkel für gleichlaufende als auch gegenlaufende Orbits

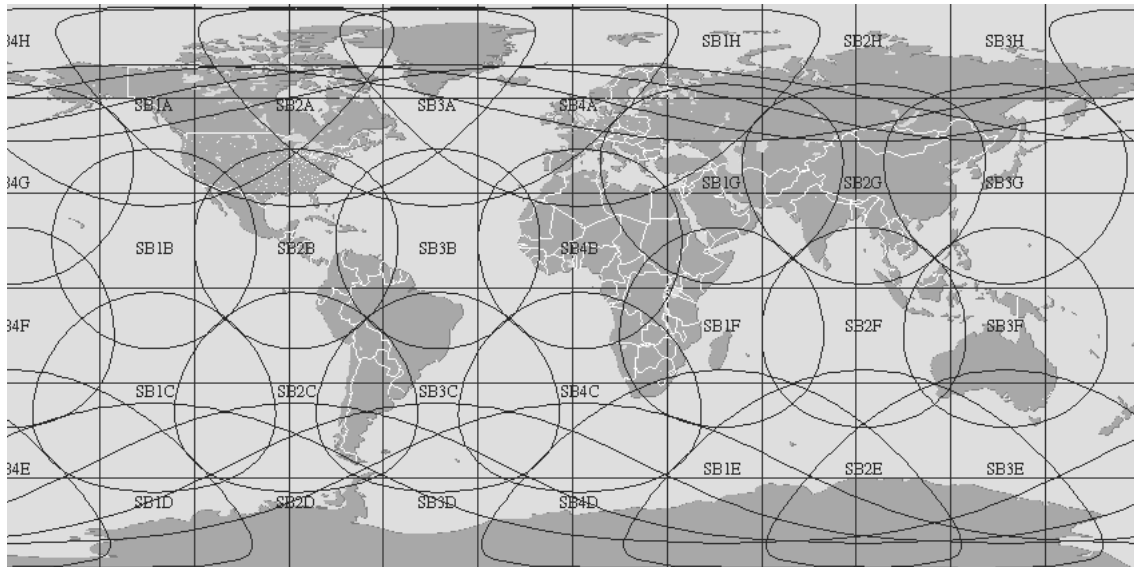


Abbildung 4.6: Ausleuchtflächen eines Beispielsystems bei gleichem Abstandswinkel für gleichlaufende als auch gegenlaufende Orbits [Alt94a]

4.3 Phasengenaue polare Konstellation

Verteilt man die Satelliten innerhalb eines Orbits mit dem Abstand zwischen den Satelliten von $2\pi/s$ und die Satelliten des Nachbarorbits ebenfalls mit einem Abstand zwischen den Satelliten von $2\pi/s$ aber genau um π/s zu den jeweiligen Satelliten des Nachbarorbits versetzt, so kann eine optimale Verteilung der Satelliten für die gleichlaufenden Orbits erreicht werden, welche auch als phasengenaue polare Konstellation bezeichnet wird. Aus Bild 4.7 ist diese Vorgehensweise der Satellitenverteilung für einfache Sichtbarkeit zu ersehen. In dem Bild sind drei gleichlaufende Orbits und die Bedeckungskreise von je drei Satelliten jeden Orbits eingezeichnet. Der Abstand zwischen den Satelliten ist wieder $2\pi/s$.

Diese Vorgehensweise erfordert also gleichen Abstand zwischen benachbarten Orbits und die Satelliten müssen sich in der gleichen Richtung bewegen („gleichlaufende Orbits“).

Ein Problem der polaren Konstellation ist aber, daß sich die Satelliten auf der einen Seite der Erde in nördliche Richtung bewegen und auf der anderen Seite in südlicher Richtung. In Abbildung 4.8 ist diese Bewegung für ein polares System über der Erdkarte grafisch aufgezeichnet. Die Richtung der Pfeile an den Satelliten gibt die Bewegungsrichtung der Satelliten an. Aufgrund der Konstellation ergeben sich, wie bereits in der Einleitung erwähnt, zwei Stellen, an denen sich die Satelliten auf benachbarten Bahnen in unterschiedlichen Richtungen bewegen, auch Saum (engl. „seam“) genannt. Um eine ständige Bedeckung der gesamten Erde zu gewährleisten muß aber der Winkel am Äquator zwischen den Orbits am Saum kleiner sein als der Winkel zwischen den synchronisierten oder gleichlaufenden Orbits. Diese Tatsache ist auch im Bild 4.8 zwischen den Satelliten des Orbits 1 und des Orbits 5 zu erkennen. In Bild 4.9 ist dieser Zusammenhang nochmals aus polarer Sicht grafisch dargestellt und die jeweiligen Winkel zwischen den Orbits eingezeichnet. Dabei ist Δ_1 der Winkel zwischen den synchronisierten Orbits und Δ_2 der Winkel zwischen den Orbits am Saum [Rid85a].

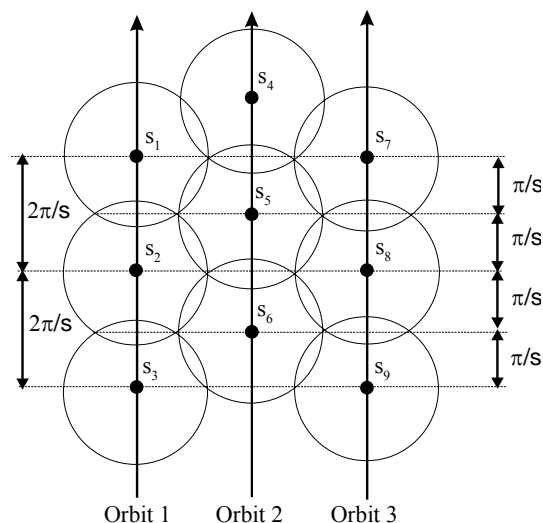


Abbildung 4.7: Verteilung der Satelliten in benachbarten gleichlaufenden Orbits

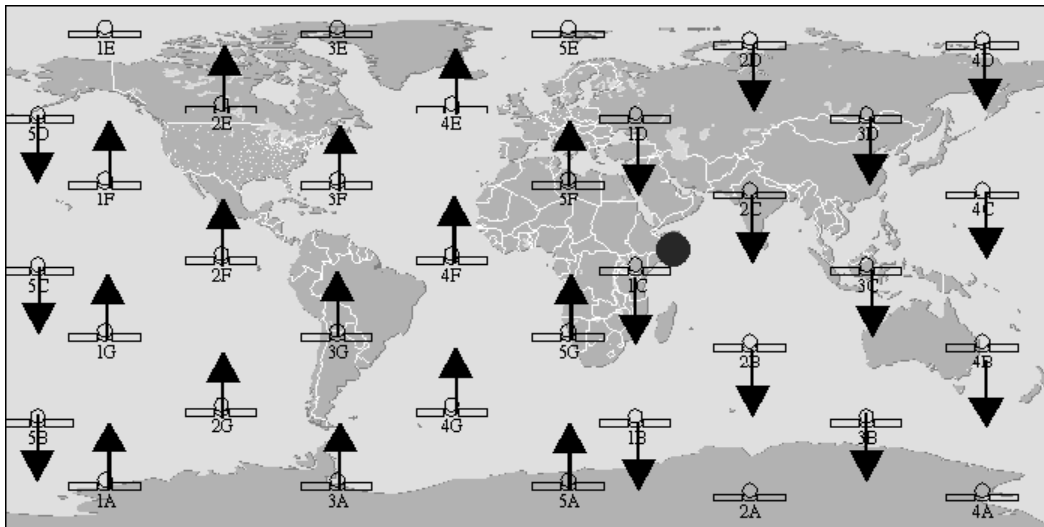


Abbildung 4.8: Darstellung der Bewegung der Satelliten über der Erdkarte

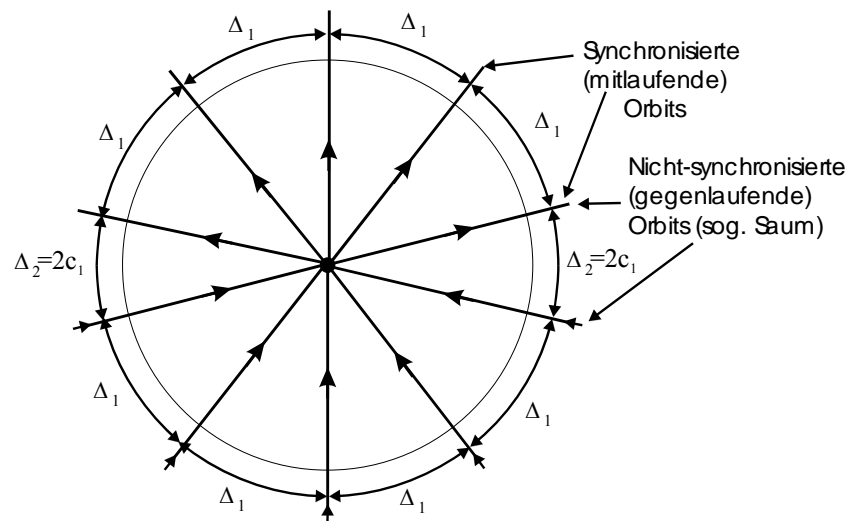


Abbildung 4.9: Sicht vom Pol aus: Polare Umlaufbahn, Winkel zwischen den mitlaufenden und gegenlaufenden Orbits (bei einfacher Bedeckung)

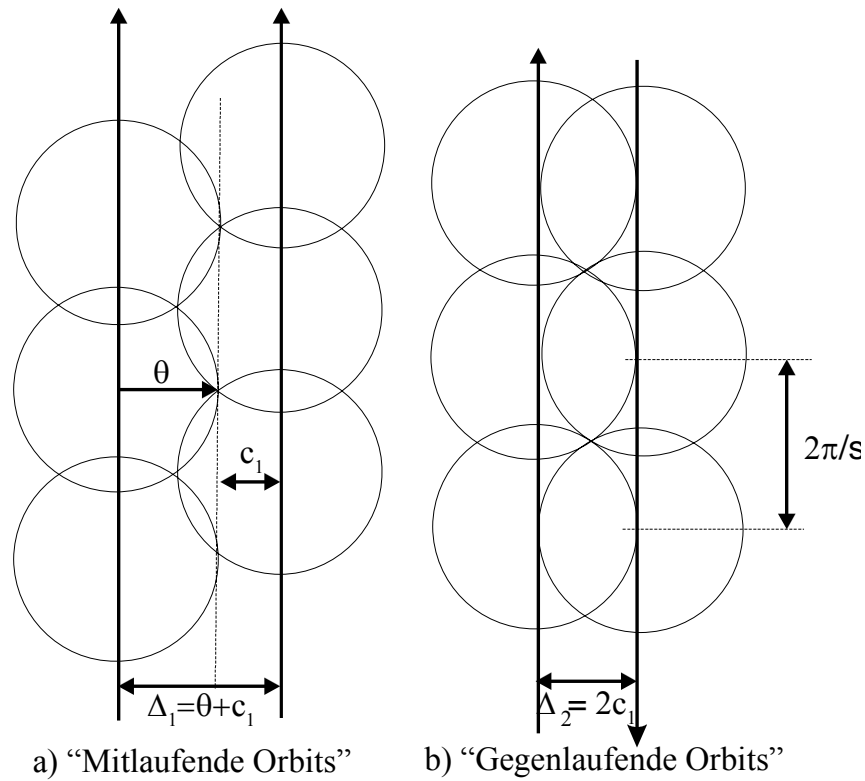


Abbildung 4.10: Geometrie der Bedeckung der synchronisierten Orbits und der Orbits am Saum (bei einfacher Bedeckung)

Diese Unterteilung zwischen den mitlaufenden und den gegenlaufenden Orbits ist in Bild 4.10 noch detaillierter dargestellt.

Man erhält folgenden Zusammenhang [Rid85a] für die synchronisierten (mitlaufenden) Orbits

$$\Delta_1 = \frac{\theta + c_j}{k} \quad (4.14)$$

und für die Orbits am Saum (gegenlaufende Orbits)

$$\Delta_2 = \frac{c_1 + c_j}{k} \quad (4.15)$$

für n -fache Bedeckung.

Es ergeben sich bei der polaren Konstellation $2(p-1)$ synchronisierte oder gleichlaufende Orbits und zwei nichtsynchronisierte oder gegenlaufende Orbits was zur Aufstellung folgender Beziehung führt

$$(p-1)\Delta_1 + \Delta_2 = \pi \quad (4.16)$$

Einsetzen der Gleichungen 4.14 und 4.15 bzw. von Gleichung 4.1 für c_j bzw. c_1 in Gleichung 4.16, Berücksichtigung des Breitengrades und Vereinfachung ergibt dann die Gleichung 4.17. Es ergibt sich

$$(p-1)\theta + p \arcsin \left[\frac{\sin \left(\arccos \left(\frac{\cos \theta}{\cos(j\pi/s)} \right) \right)}{\cos \phi_n} \right] + \arcsin \left[\frac{\sin \left(\arccos \left(\frac{\cos \theta}{\cos(\pi/s)} \right) \right)}{\cos \phi_n} \right] = k\pi \quad (4.17)$$

Diese Gleichung beschreibt den allgemeinen Zusammenhang zwischen der Anzahl der Satelliten pro Orbit s , der Anzahl der Orbits p , dem Breitengrad ϕ_n , den Bedeckungszahlen j und k und dem Bedeckungswinkel θ für die phasengenaue exakt polare Konstellation mit einem Inklinationwinkel von $i = 90^\circ$ [Rid85a].

Für $j = k = 1$ (einfache Sichtbarkeit) ergibt sich dann aus Gleichung 4.16 folgender Zusammenhang

$$(p-1)(\theta + c_1) + 2c_1 = \pi \quad (4.18)$$

bzw. nach Einsetzen und unter Berücksichtigung des Breitengrades

$$(p-1)\theta + (p+1) \arcsin \left[\frac{\sin \left(\arccos \left(\frac{\cos \theta}{\cos(\pi/s)} \right) \right)}{\cos \phi_n} \right] = \pi \quad (4.19)$$

Die Gleichung 4.19 bzw. 4.17 kann bei gegebenen Werten für ϕ_n , p und s bzw. j und k numerisch nach dem Ausleuchtwinkel θ gelöst werden, woraus anschließend c_1 bzw. die Satellitenhöhe h bei vorgegebenen Elevationswinkel E berechnet werden kann. In den nächsten Abschnitten wird dieser Zusammenhang auch noch für die fast polare kreisförmige Orbitkonstellation mit und ohne Phasenwinkeldifferenz berechnet.

In Tabelle 4.1 sind die Werte des Ausleuchtwinkels θ , der Straßenbreite c_1 und der Umlaufbahnhöhe h für verschiedene Werte von p , s und E angegeben, wobei die phasengenaue exakt polare kreisförmige Konstellation angenommen wurde. Weiterhin wurde vorausgesetzt, daß eine einfache vollständige Bedeckung ermöglicht werden soll, d.h. $j = 1$, $k = 1$ und $\phi_n = 0^\circ$ gilt. Weitere Tabellen für einfache, zweifache, dreifache und vierfache Bedeckung für Breitengrade größer 0° , 30° , 45° und 60° finden sich in [ARi87a]. In Abschnitt 4.5 werden die Formeln für die nicht-phasengenaue polare Konstellation berechnet und die Ergebnisse für θ , c_1 und h als Vergleich angegeben. Im Abschnitt 4.4 wird aber zuerst eine Optimierungsrechnung zur Bestimmung der minimalen Satellitenzahl vorgestellt.

p	s	n	θ [°]	Δ_1 [°]	c_1 [°]	h [km], $E = 10^\circ$	h [km], $E = 20^\circ$
2	3	6	64,72	104,48	37,76	20958,62	98257,18
3	5	15	42,28	64,14	23,86	3888,49	6506,64
4	8	32	28,91	47,57	18,65	1694,40	2741,56
5	9	45	24,18	38,06	13,88	1214,62	1979,33
6	11	66	19,91	31,40	11,50	868,03	1435,17

Tabelle 4.1: Werte für verschiedene polare Orbitkonstellationen bei einfacher Bedeckung

4.4 Minimierung der Satellitenzahl

Bei allgemeiner j -facher Bedeckung ergibt sich für die Optimierung hinsichtlich der verwendeten Satellitenzahl die folgende Vorgehensweise [Ari87a]:
Es soll die Gesamtanzahl der Satelliten n minimiert werden, d.h.

$$n = ps \quad (4.20)$$

soll minimal werden, wozu die beiden Gleichungen 4.8 und 4.9 verwendet werden, d.h. es sind zwei Gleichungen gegeben, die von p , s und c abhängig sind. Es ergibt sich aus den beiden genannten Gleichungen

$$\Psi_1 = 2c - \arccos\left(\frac{\cos\theta}{\cos\pi/s}\right) - \arccos\left(\frac{\cos\theta}{\cos j\pi/s}\right) = 0 \quad (4.21)$$

und

$$\Psi_2 = \sin c - \cos\phi_n \cos\left[\left(\frac{p-k}{2p}\right)\pi\right] = 0 \quad (4.22)$$

Weiterhin sind ebenfalls zwei Nebenbedingungen bestimmt, so daß sich die Multiplikatormethode nach Lagrange zur Optimierung anbietet [BSe87a]. Die Multiplikatormethode nach Lagrange ist auch im Anhang kurz beschrieben. Bei der Optimierung mittels der Multiplikatormethode erhält man dann das folgende Gleichungssystem bestehend aus den Gleichungen 4.23a - 4.23c [ARi87a]

$$\frac{\partial n}{\partial p} + \lambda_1 \frac{\partial \Psi_1}{\partial p} + \lambda_s \frac{\partial \Psi_2}{\partial p} = 0 \quad (4.23a)$$

$$\frac{\partial n}{\partial s} + \lambda_1 \frac{\partial \Psi_1}{\partial s} + \lambda_s \frac{\partial \Psi_2}{\partial s} = 0 \quad (4.23b)$$

$$\frac{\partial n}{\partial c} + \lambda_1 \frac{\partial \Psi_1}{\partial c} + \lambda_s \frac{\partial \Psi_2}{\partial c} = 0 \quad (4.23c)$$

mit den Nebenbedingungen

$$\Psi_1 = 0 \quad (4.24a)$$

$$\Psi_2 = 0 \quad (4.24b)$$

und mit den fünf Variablen p , s , c , λ_1 und λ_2 , wobei λ_1 und λ_2 die Lagrange-Multiplizierer sind. Mit den partiellen Ableitungen

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial p} &= s, \\ \frac{\partial \Psi_1}{\partial p} &= 0 \end{aligned}$$

ergibt sich aus Gleichung 4.23a und Vereinfachung der Ausdruck

$$s + \lambda_2 \left(\frac{k\pi}{2p^2} \right) \cos \phi_n \sin \left[\left(\frac{p-k}{2p} \right) \pi \right] = 0. \quad (4.25)$$

Mit den partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial n}{\partial s} = p$$

$$\frac{\partial \Psi_2}{\partial s} = 0$$

ergibt sich aus Gleichung 4.23b und Vereinfachung der Ausdruck

$$p - \lambda_1 \left(\frac{\pi}{s^2} \right) \left[\frac{\cos \theta \tan \pi / s}{\sqrt{(\cos^2 \pi / s - \cos^2 \theta)}} + \frac{j \cos \theta \tan j\pi / s}{\sqrt{\cos^2 j\pi / s - \cos^2 \theta}} \right] = 0 \quad (4.26)$$

bzw. aus Gleichung 4.23c

$$2\lambda_1 + \lambda_2 \cos c = 0 \quad (4.27a)$$

und aufgelöst nach λ_1

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2} \lambda_2 \cos c. \quad (4.27b)$$

Einsetzen von Gleichung 4.27b in Gleichung 4.25 bzw. 4.26 und Division von Gleichung 4.25 durch Gleichung 4.26 ergibt schließlich die Gleichung 4.28 mit

$$k \left(\frac{s}{p} \right) \frac{\cos \phi_n \sin \left[\left(\frac{p-k}{2p} \right) \pi \right]}{\cos c} = \frac{\tan \pi / s}{\sqrt{\left(\frac{\cos \pi / s}{\cos \theta} \right)^2 - 1}} + \frac{j \tan j\pi / s}{\sqrt{\left(\frac{\cos j\pi / s}{\cos \theta} \right)^2 - 1}} \quad (4.28)$$

Durch die Nebenbedingung $\Psi_1=0$ kann auch der Ausleuchtwinkel θ in Abhängigkeit der anderen Variablen berechnet werden zu

$$\cos^2 \theta = \frac{\sin^2 2c \cos^2(\pi / s) \cos^2(j\pi / s)}{\cos^2(\pi / s) + \cos^2(j\pi / s) - 2 \cos 2c \cos(\pi / s) \cos(j\pi / s)} = 0 \quad (4.29)$$

Einsetzen von Gleichung 4.29 in Gleichung 4.28 ergibt schließlich

$$k \cos \phi_n \sin \left[\left(\frac{p-k}{2p} \right) \pi \right] = p \frac{\sin 2c \cos c}{s} \left[\frac{\tan\left(\frac{\pi}{s}\right) \cos\left(j\frac{\pi}{s}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{s}\right) - \cos 2c \cos\left(j\frac{\pi}{s}\right)} + \frac{j \tan\left(\frac{\pi}{s}\right) \cos\left(\frac{\pi}{s}\right)}{\cos\left(j\frac{\pi}{s}\right) - \cos 2c \cos\left(\frac{\pi}{s}\right)} \right] \quad (4.30)$$

Durch gegebenes c , j und k kann man nun mit Hilfe von Gleichung 4.30 eine optimale Beziehung zwischen p und s herstellen, welche die Gesamtanzahl der Satelliten minimiert. Weiterhin wird ein Minimum von $n = jk$ gleichzeitig sichtbarer Satelliten für alle Punkte der Erde mit einem Breitengrad größer ϕ_n gewährleistet.

Es ergibt sich dabei nach [ARi87a] die folgende schrittweise Vorgehensweise bei der Berechnung:

Schritt 1: Festlegung des Breitengrades ϕ_n , oberhalb welchem vollständige Bedeckung gewährleistet werden soll und Festlegung der Bedeckungszahl n

Schritt 2: Aus der Nebenbedingung $\Psi_2 = 0$ und aus $n = jk$ Berechnung von $c(j, p)$ mit

$$c = \arcsin \left[\cos \phi_n \cos \left[\frac{(p - n / j)}{2p} \right] \pi \right] \quad (4.31)$$

durch Festlegung eines Wertebereiches für p und einem Wert für j

Schritt 3: Berechnung der optimalen Satellitenzahl pro Orbit s für jede Anzahl der Orbits p durch Anwendung von Gleichung 4.29.

Schritt 4: Berechnung des Bedeckungswinkels θ aus Gleichung 4.28.

Schritt 5: Neues j auswählen und Wiederholung der Vorgehensweise ab Schritt 2

Schritt 6: Bestimmung des optimalen j , d.h. Berechnung des minimalen s als Funktion des Bedeckungswinkels θ

Schritt 7: Festlegung eines neuen Breitengrades ϕ_n und einer neuen Bedeckungszahl n und Wiederholung der Schritte

In den Tabelle 4.2a-d sind für verschiedene Werte von n ($n=2, 3, 4$) die optimalen Werte für verschiedene Konfigurationen angegeben, welche mit der genannten schrittweisen Vorgehensweise bestimmt wurden. Dabei wurde eine vollständige Bedeckung der gesamten Erde mit einfacher Sichtbarkeit vorausgesetzt, d.h. $\phi_n = 0$ gesetzt.

In den Tabellen wurde neben der Anzahl der Orbits p (hier: $p = 2 \dots 9$) die jeweils optimale Satellitenanzahl angegeben. Zusätzlich sind in der Tabelle der entstehende Ausleuchtwinkel θ und der Abstand zwischen den gleichlaufenden Orbits Δ_1 bzw. die halbe Straßenbreite der Straße der Bedeckung c_1 (einfache Sichtbarkeit) angegeben. Weiterhin wurden auch die entstehenden Höhen für die Elevationswinkel $E = 10^\circ$ und $E = 20^\circ$ berechnet.

p	s_{opt}	n	θ [°]	Δ_1 [°]	c_1 [°]	h [km], $E = 10^\circ$	h [km], $E = 20^\circ$
2	4	8	57,63	98,42	40,79	10127,10	21603,12
3	6	18	38,68	64,34	25,66	3135,51	5152,60
4	8	32	28,91	47,57	18,65	1694,40	2741,56
5	10	50	23,05	37,68	14,64	1115,25	1823,00
6	12	72	19,15	31,18	12,04	813,76	1350,07
7	14	98	16,37	26,59	10,22	632,70	1065,45
8	16	128	14,30	23,18	8,88	513,54	876,79
9	18	162	12,69	20,54	7,85	429,92	743,21

a) $j = 1, k = 1$

p	s_{opt}	n	θ [°]	Δ_1 [°]	c_1 [°]	h [km], $E = 10^\circ$	h [km], $E = 20^\circ$
2	8	16	55,30	107,25	51,96	8651,13	17234,16
3	11	33	38,84	74,57	35,73	3165,34	5204,88
4	15	60	28,94	55,46	26,53	1696,92	2745,60
5	18	90	23,61	45,11	21,50	1163,94	1899,55
6	22	132	19,51	37,29	17,78	839,61	1390,62
7	25	175	16,93	32,30	15,37	667,28	1119,94
8	28	224	14,96	28,50	13,54	550,28	935,13
9	32	288	13,20	25,15	11,96	455,51	784,23

b) $j = 2, k = 1$

p	s_{opt}	n	θ [°]	Δ_1 [°]	c_1 [°]	h [km], $E = 10^\circ$	h [km], $E = 20^\circ$
2	11	22	57,02	112,46	55,44	9710,39	20304,80
3	16	48	39,21	77,01	37,81	3235,80	5328,83
4	22	88	29,11	57,14	28,03	1716,84	2777,59
5	27	135	23,53	46,14	22,62	1156,80	1888,31
6	32	192	19,74	38,69	18,95	855,86	1416,09
7	37	259	16,70	33,31	16,31	671,45	1126,50
8	42	336	14,93	29,24	14,31	548,37	932,10
9	47	423	13,31	26,06	12,75	461,14	793,23

c) $j = 3, k = 1$

p	s_{opt}	n	θ [°]	Δ_1 [°]	c_1 [°]	h [km], $E = 10^\circ$	h [km], $E = 20^\circ$
2	15	30	56,35	111,83	55,49	9276,92	19010,04
3	22	66	38,58	76,41	37,83	3115,46	5117,51
4	29	116	29,22	57,84	28,61	1729,94	2798,64
5	35	175	23,82	47,11	23,29	1182,64	1928,98
6	42	252	19,87	39,29	19,42	865,43	1431,10
7	49	343	17,04	33,69	16,65	674,08	1130,64
8	56	448	14,92	29,49	14,57	547,73	931,09
9	63	567	13,26	26,22	12,96	458,87	789,60

d) $j = 4, k = 1$

Tabelle 4.2: Optimale Konstellationen für a) $n = 1$, b) $n = 2$, c) $n = 3$, d) $n = 4$ bei $\phi_n = 04.5$

4.5 Abhängigkeit der polaren kreisförmigen Konstellation von der Phasenwinkeldifferenz

Bei der exakt polaren phasengenauen Konstellation ($i = 90^\circ$) befindet sich ein Satellit des Nachbarorbits genau in der Höhe des halben Abstandswinkels zwischen zwei Satelliten des betrachteten Orbits, in Bild 4.10 ist dieser geometrische Zusammenhang nochmals dargestellt. Die Satelliten eines Orbits haben bei gleichmäßiger Verteilung einen Abstandswinkel von $j2\pi/s$ (siehe Satellit s_{31} und s_{32}). Der Satellit s_{21} des benachbarten Orbits befindet sich genau auf halben Abstandswinkel $j\pi/s$.

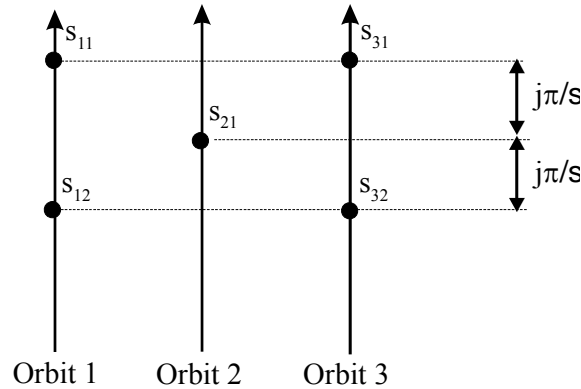


Abbildung 4.11: Phasengenau Konstellation

Im folgenden soll untersucht werden, welcher Effekt hinsichtlich der Höhe h und des Bedeckungswinkels bzw. Ausleuchtwinkels θ durch die Veränderung des Winkels β (hier auch Phasenwinkeldifferenz genannt) zwischen zwei Satelliten auf benachbarten Orbits entsteht. In Bild 4.12 ist die Bedeckung der Satelliten zweier benachbarter Orbits bei nicht-phasengenauer Verteilung der Satelliten gezeichnet.

Es gilt hier wieder die allgemeine Formel der Straße der Bedeckung

$$c_j = \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos j\pi / s}\right) \tag{4.32}$$

Weiterhin gilt die sphärische Formel (mit $k = 1$)

$$\cos \theta = \cos\left(j\frac{\pi}{s} - \beta\right) \cos(\Delta_1(\beta) - c_j) \tag{4.33a}$$

bzw.

$$\Delta_1(\beta) - c_j = \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos(j\pi / s - \beta)}\right) \tag{4.33b}$$

Einsetzen von Gleichung 4.32 in Gleichung 4.33b ergibt schließlich

$$\Delta_1(\beta) = \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos j\pi / s}\right) + \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos(j\pi / s - \beta)}\right) \tag{4.34}$$

wobei in dieser Gleichung $k = 1$ gilt.

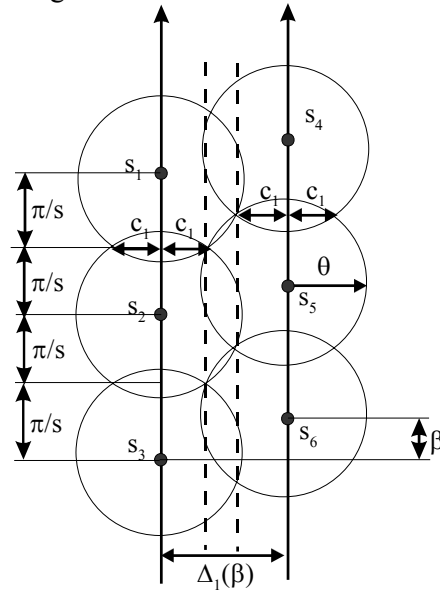


Abbildung 4.12: Bedeckung der Satelliten zweier benachbarter Orbits bei nicht-phasengenaue Verteilung

Für die phasengenaue Konstellation gilt $\beta = j\pi/s$ und Gleichung 4.34 ergibt sich damit zu

$$\Delta_1(\beta = j\pi / s) = \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos j\pi / s}\right) + \theta = c_j + \theta \quad (4.35)$$

der bekannten Gleichung der phasengenaue Konstellation für $k = 1$ (siehe Gleichung 4.14).

Für den Sonderfall $\beta = 0^\circ$, d.h ohne Phasenwinkeldifferenz zwischen Satelliten auf benachbarten Orbits (siehe Bild 4.5 für $j = 1$) ergibt sich mit $k = 1$

$$\Delta_1(\beta = 0) = 2 \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos \pi / s}\right) = 2c_1 \quad (4.36)$$

(vgl. Gleichung 4.13b mit $\Delta_1(\beta = 0) = \pi/p$).

Es sei darauf hingewiesen, daß die Phasenwinkeldifferenz β nur im Intervall $[0, \pi/s]$ zu untersuchen ist, da eine Verwendung von größeren bzw. kleineren Werte von β keinen Sinn macht (es ergäbe sich eine Verschiebung der Bedeckung zum übernächsten oder zum vorhergehenden Nachbarsatelliten).

Einsetzen von Gleichung 4.34 in Gleichung 4.16 ergibt dann den allgemeinen Zusammenhang zwischen der Anzahl der Satelliten pro Orbit s , der Anzahl der Orbits p , den Bedeckungszahlen j und k und dem Bedeckungswinkel θ für die polare Konstellation mit einem Inklinationwinkel von $i = 90^\circ$ und der Phasenwinkeldifferenz β .

Es ergibt sich also

$$(p-1) \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos(j\pi/s - \beta)}\right) + p \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos(j\pi/s)}\right) + \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos(\pi/s)}\right) = k\pi \quad (4.37)$$

Für $j = k = 1$ (einfache Sichtbarkeit) ergibt sich dann aus Gleichung 4.37 folgender vereinfachter Zusammenhang für exakt polare kreisförmige Konstellationen mit der Phasenwinkeldifferenz β

$$(p-1) \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos(\pi/s - \beta)}\right) + (p+1) \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos(\pi/s)}\right) = \pi \quad (4.38)$$

In Tabelle 4.3 sind verschiedene exakt polare Konstellationen mit einfacher Bedeckung für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen β aufgelistet. Zum Vergleich wurden in der Tabelle 4.3 auch die Werte der phasengenauen (optimalen) exakt polaren Konstellation (mit $\beta = \pi/s$) angegeben (jeweils letzte Zeile für jede Konstellation, z.B. für $p = 2, s = 3$ ergibt sich $\beta = 60^\circ$ für die phasengenaue exakt polare Konstellation, die optimale exakte Konstellation ist jeweils mit einem Stern in der Tabelle gekennzeichnet).

Anhand der Tabelle erkennt man, daß bei einer nicht phasengenauen exakt polaren Konstellation die Höhe der Umlaufbahnen, die für eine vollständige Bedeckung der gesamten Erde bei einem angenommenen minimalen Elevationswinkel von $E = 10^\circ$ nötig ist, ansteigt, d.h. möchte man eine Konstellation mit einer Phasenwinkeldifferenz β verwenden, die ungleich des optimalen Phasenwinkels ist, so muß man auch die Höhe der Orbits vergrößern, um eine vollständige Bedeckung der Erde zu erreichen. Dies ist dadurch zu erklären, daß durch die nicht phasengenaue Verteilung der Satelliten auf benachbarten Orbits der Abstand zwischen den gleichlaufenden Orbits Δ_1 kleiner gewählt werden muß. Durch diese Verkleinerung des Abstandes der gleichlaufenden Orbits wird aber der Abstand der Satelliten auf den gegenlaufenden Orbits Δ_2 größer. Eine vollständige Bedeckung der Erde von Satelliten dieser Orbits ist aber dann nur durch eine Vergrößerung der Umlaufbahnhöhe möglich. Der schlechteste Fall besteht darin, die Phasenwinkeldifferenz $\beta = 0^\circ$ zu wählen (siehe Tabelle 4.3).

In Abschnitt 4.6 wird zusätzlich noch der Einfluß der Änderung des Inklinationswinkels i (fast polare kreisförmige Orbitkonstellation) auf die vollständige Bedeckung einbezogen.

$p = 2$	$s = 3$	$\beta [^\circ]$	$\theta [^\circ]$	$\Delta_1 [^\circ]$	$\Delta_2 [^\circ]$	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
		0	68,30	90,00	90,00	27437,65	480875,55
		10	68,12	96,38	83,62	24132,71	176278,38
		20	67,48	100,00	80,00	22594,72	129882,33
		30	67,10	102,20	77,80	21797,69	112094,27
		40	66,87	103,53	76,47	21293,15	103563,62
		50	66,75	104,25	75,75	21035,73	99482,32
		60*	66,72	104,47	75,52	20958,62	98257,17
$p = 3$	$s = 5$	$\beta [^\circ]$	$\theta [^\circ]$	$\Delta_1 [^\circ]$	$\Delta_2 [^\circ]$	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
		0	45,52	60,00	60,00	4717,84	8087,16
		10	43,74	63,25	53,50	4242,61	7169,44
		20	42,79	65,11	49,78	4007,57	6727,60
		30	42,35	66,00	48,00	3904,29	6535,86
		36*	42,28	66,14	47,72	3888,49	6506,64
$p = 4$	$s = 8$	$\beta [^\circ]$	$\theta [^\circ]$	$\Delta_1 [^\circ]$	$\Delta_2 [^\circ]$	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
		0	31,40	45,00	45,00	1995,58	3228,62
		5	30,33	46,07	41,79	1861,52	3010,88
		10	29,61	46,82	39,53	1774,55	2870,44
		15	29,16	47,30	38,09	1722,12	2786,07
		20	28,94	47,54	37,39	1697,42	2746,40
		22,5*	28,91	47,57	37,30	1694,40	2741,56
$p = 5$	$s = 9$	$\beta [^\circ]$	$\theta [^\circ]$	$\Delta_1 [^\circ]$	$\Delta_2 [^\circ]$	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
		0	26,66	36,00	36,00	1451,75	2354,26
		5	25,47	36,94	32,22	1334,78	2168,93
		10	24,73	37,58	29,69	1264,30	2057,64
		15	24,31	37,94	28,24	1226,53	1998,08
		20*	24,18	38,06	27,76	1214,62	1979,33
$p = 6$	$s = 11$	$\beta [^\circ]$	$\theta [^\circ]$	$\Delta_1 [^\circ]$	$\Delta_2 [^\circ]$	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
		0	22,06	30,00	30,00	1033,32	1694,36
		5	20,87	30,75	26,26	939,59	1547,36
		10	20,19	31,20	23,99	888,99	1468,03
		15	19,92	31,40	23,04	868,97	1436,64
		16,36*	19,91	31,40	22,99	868,03	1435,17

Tabelle 4.3: Verschiedene polare kreisförmige Orbitkonstellationen in Abhängigkeit der Phasenwinkeldifferenz

4.6 Die fast polare kreisförmige Orbitkonstellation

4.6.1 Die fast polare phasengenaue kreisförmige Orbitkonstellation

Die fast polare kreisförmige Orbitkonstellation erhält man aus der exakt polaren Orbitkonstellation durch Einführung eines Inklinationwinkels i von ungleich 90 Grad (aber $i \in [80^\circ, 100^\circ]$). Die fast polare kreisförmige Orbitkonstellation kann, ebenso wie die exakt polare Orbitkonstellation, eine vollständige Bedeckung der gesamten Erde ermöglichen.

Die fast polare kreisförmige Orbitkonstellation kann aus der polaren Orbitkonstellation durch Einführung eines Inklinationwinkels von $i \in [80^\circ, 100^\circ]$ aber $i \neq 90^\circ$ hergeleitet werden. Die Formeln der polaren Orbitkonstellation müssen nur durch den Inklinationwinkel i erweitert werden. Die Methode der Straße der Bedeckung bleibt weiterhin gültig. Es ergeben sich hier wieder $2(p-1)$ synchronisierte Orbits und zwei nicht-synchronisierte Orbits. Über dem Äquator muß dann wieder gelten

$$(p-1)\Delta_1(i) + \Delta_2(i) = \pi \quad (4.39)$$

wobei $\Delta_2(i)$ der Winkel zwischen den nicht-synchronisierten Orbits über dem Saum und $\Delta_1(i)$ der Winkel zwischen den synchronisierten Orbits in Abhängigkeit des Inklinationwinkels i ist. Der Winkel $\Delta_1(i)$ kann aus Δ_1 unter Verwendung der sphärischen Geometrie hergeleitet werden, in Bild 4.13 ist dieser Zusammenhang verdeutlicht.

Es ergibt sich durch Anwendung der Formeln der sphärischen Geometrie (rechtwinkliges Kugeldreieck) [BSe87a] bzw. siehe Anhang

$$\sin \Delta_1 = \sin \Delta_1(i) \sin i \quad (4.40)$$

Weiterhin ergibt sich auch eine veränderte Beziehung für den Abstand zwischen den Orbits.

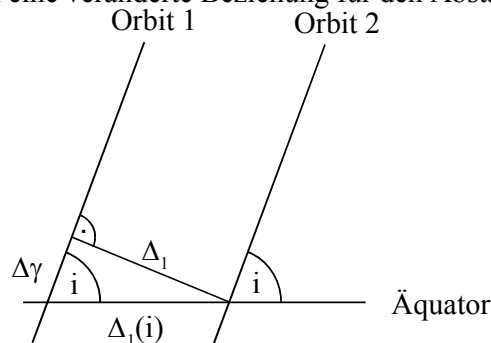


Abbildung 4.13: Veranschaulichung der Berechnung des Winkels zwischen den synchronisierten Orbits

Es ergibt sich für den Abstand zwischen den Orbits

$$\Delta_1(i) = \arcsin\left(\frac{\sin \Delta_1}{\sin i}\right) \quad (4.41)$$

und für die phasengenaue fast polare Konstellation ergibt sich der Winkel der zusätzlichen Phasenverschiebung aus

$$\tan \Delta\gamma_z(i) = \tan \Delta_1(i) \cos i \quad (4.42)$$

Die Herleitung von $\Delta_2(i)$ gestaltet sich etwas umfangreicher. Durch Einführung des Inklinationwinkels i verschiebt sich der Schnittpunkt der nicht-synchronisierten Orbits (siehe Bild 4.14). Der Schnittwinkel θ_{ij} der Orbits ergibt sich dann zu

$$\cos \theta_{ij} = \cos \Delta_2(i) \sin i \sin i - \cos i \cos i = \cos \Delta_2(i) \sin^2 i - \cos^2 i \quad (4.43)$$

Der Breitengrad ϕ_1 des Orbitschnittpunktes kann aus

$$\sin \frac{\Delta_2(i)}{2} = \tan \phi_1 \cot i \quad (4.44)$$

bestimmt werden.

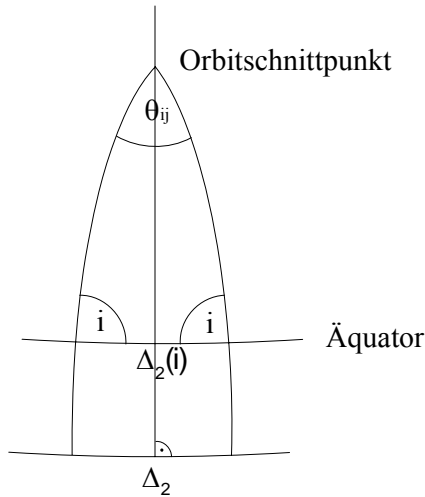


Abbildung 4.14: Veranschaulichung der Berechnung des Winkels zwischen den nicht-synchronisierten Orbits

Es ergibt sich

$$\tan \phi_1 = \sin \frac{\Delta_2(i)}{2} \tan i \quad (4.45)$$

Es ergeben sich aber auch zwei Problemzonen der Bedeckung, in Bild 4.15 sind diese Zonen veranschaulicht. Diese Zonen sind nahe der Pole und ergeben sich durch den dort größeren Abstand zwischen den nicht-synchronisierten Orbits

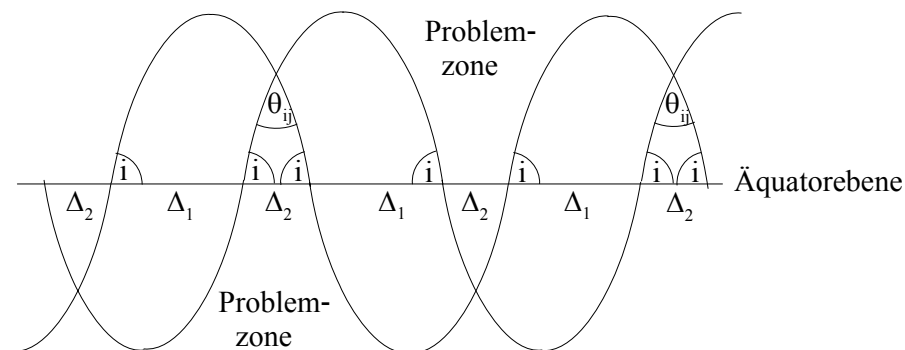


Abbildung 4.15: Satellitenbahnen eines fast pol. Systems (Darstellung über der flachen Erde)

Der größte Abstand zwischen den nicht-synchronisierten Orbits ergibt sich für einen Breitengrad im Winkelabstand $\pi/2$ vom Schnittpunkt der Orbits, in Bild 4.16 ist dies grafisch gezeigt.

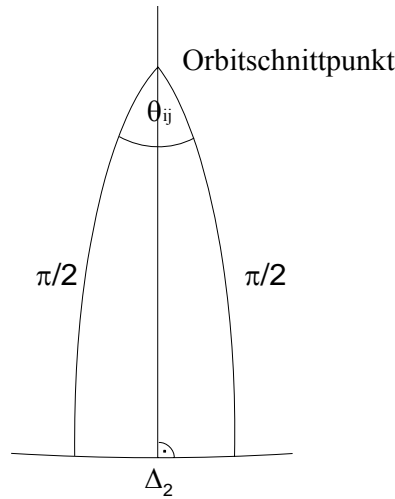


Abbildung 4.16: Größter Abstand der Orbits

Es gilt dann aber auch

$$\Delta_2 = \theta_{ij} \quad (4.46)$$

bzw. durch Einsetzen in Gleichung 4.43

$$\cos \Delta_2 = \cos \Delta_2(i) \sin^2 i - \cos^2 i \quad (4.47)$$

Nach Auflösung erhält man schließlich

$$\Delta_2(i) = \arccos\left(\frac{\cos \Delta_2 + \cos^2 i}{\sin^2 i}\right) \quad (4.48)$$

oder durch andere Rechnung (über halbe Winkel, siehe Bild 4.16)

$$\cos \frac{\theta_{ij}}{2} = \cos \frac{\Delta_2}{2} = \sin i \cos \frac{\Delta_2(i)}{2} \quad (4.49)$$

mit der Lösung

$$\Delta_2(i) = 2 \arccos\left(\frac{\cos \Delta_2 / 2}{\sin i}\right) \quad (4.50)$$

Durch Einsetzen der beiden Beziehungen für $\Delta_1(i)$ und $\Delta_2(i)$ erhält man dann schließlich

$$(p-1) \arcsin\left(\frac{\sin \Delta_1}{\sin i}\right) + \arccos\left[\frac{\cos \Delta_2 + \cos^2 i}{\sin^2 i}\right] = \pi \quad (4.51)$$

Für $i = 90^\circ$ geht diese Gleichung in Gleichung 4.16 (phasengenaue exakt polare Konstellation) über.

Einsetzen von Δ_1, Δ_2 in Gleichung 4.51 und Vereinfachung ergibt den allgemeinen Zusammenhang zwischen p, s, j, k, i und θ mit

$$(p-1) \arcsin \left(\frac{\sin \left(\frac{\theta + \arccos \frac{\cos \theta}{\cos(\frac{j\pi}{s})}}{k} \right)}{\sin i} \right) + \arccos \left(\frac{\cos \left(\frac{\arccos \frac{\cos \theta}{\cos(\frac{\pi}{s})} + \arccos \frac{\cos \theta}{\cos(\frac{j\pi}{s})} \right) + \cos^2 i}{\sin^2 i} \right) = \pi \quad (4.52)$$

und für einfache Sichtbarkeit ($j = 1, k = 1$) ergibt sich die vereinfachte Gleichung

$$(p-1) \arcsin \left(\frac{\sin \left(\theta + \arccos \frac{\cos \theta}{\cos(\pi/s)} \right)}{\sin i} \right) + \arccos \left(\frac{\cos \left(2 \arccos \frac{\cos \theta}{\cos(\pi/s)} \right) + \cos^2 i}{\sin^2 i} \right) = \pi \quad (4.53)$$

In Tabelle 4.4 sind für ausgewählte Konfigurationen die Werte des Ausleuchtwinkels θ , des Abstandes zwischen den synchronisierten Orbits Δ_1 und der entstehende Winkel der Phasenverschiebung $\Delta\gamma$ für Inklinationen zwischen 80° und 100° berechnet.

Es ergibt sich für einen um 90° symmetrischen Inklinationenwinkel identische Werte (z.B. für $i = 88^\circ$ und $i = 92^\circ$). Die Orbitbahnen werden bei einem Inklinationenwinkel größer 92° ebenso gekippt wie bei einem Inklinationenwinkel von 88° nur in die andere Richtung, die Bedeckungswerte ändern sich dadurch aber nicht. Die zusätzliche Phasenverschiebung $\Delta\gamma_z$ muß bei Verwendung eines Inklinationenwinkels $>90^\circ$ positiv, ansonsten negativ werden; in der Tabelle ist nur der Betrag angegeben. Anhand der Werte in der Tabelle erkennt man, daß der Ausleuchtwinkel eines Satelliten mit einem Inklinationenwinkel von ungleich 90° größer gewählt werden muß als für einen Inklinationenwinkel von 90° . Durch die Veränderung des Inklinationenwinkel von 90° weg, wird der Abstand zwischen den nicht synchronisierten Orbits kleiner (siehe Bild 4.13 bzw. 4.14), es ändert sich aber auch aufgrund Gleichung 4.42 der Winkel der Phasenverschiebung. Wegen der Verkleinerung der nicht synchronisierten Orbits muß der Abstand zwischen den synchronisierten Orbits größer gewählt werden, was aber nur durch eine Erhöhung des Ausleuchtwinkels bzw. der Satellitenhöhe bei festgelegten Elevationswinkel möglich ist (siehe Werte für Δ_1 bzw. h in der Tabelle 4.4).

$p = 2$	$s = 3$	$i [^\circ]$	$\theta [^\circ]$	$\Delta_1 [^\circ]$	$ \Delta\gamma_z [^\circ]$	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
		90	66,72	104,48	0,00	20958,62	98257,17
		88/92	66,74	104,57	7,65	21004,20	98978,81
		86/94	66,81	104,84	14,75	21141,45	101197,74
		84/96	66,92	105,28	20,94	21371,79	105084,08
		82/98	67,07	105,90	26,05	21697,94	110965,07
		80/100	67,27	106,66	30,12	22123,70	119394,78
$p = 3$	$s = 5$	$i [^\circ]$	$\theta [^\circ]$	$\Delta_1 [^\circ]$	$ \Delta\gamma_z [^\circ]$	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
		90	42,28	66,14	0,00	3888,49	6506,64
		88/92	42,28	66,14	4,51	3888,49	6506,64
		86/94	42,28	66,14	8,96	3888,49	6506,64
		84/96	42,28	66,14	13,30	3888,49	6506,64
		82/98	42,28	66,14	17,47	3888,49	6506,64
		80/100	42,282	66,14	21,43	3888,49	6506,64
$p = 4$	$s = 8$	$i [^\circ]$	$\theta [^\circ]$	$\Delta_1 [^\circ]$	$ \Delta\gamma_z [^\circ]$	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
		90	28,91	47,57	0,00	1694,40	2741,56
		88/92	28,92	47,59	2,19	1695,33	2743,05
		86/94	28,95	47,65	4,38	1698,20	2747,66
		84/96	28,99	47,77	6,57	1703,14	2755,59
		82/98	29,05	47,93	8,77	1710,38	2767,21
		80/100	29,14	48,16	10,98	1720,32	2783,18
$p = 5$	$s = 9$	$i [^\circ]$	$\theta [^\circ]$	$\Delta_1 [^\circ]$	$ \Delta\gamma_z [^\circ]$	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
		90	24,18	38,06	0,00	1214,62	1979,33
		88/92	24,19	38,09	1,57	1215,68	1981,00
		86/94	24,23	38,19	3,14	1218,90	1986,07
		84/96	24,29	38,37	4,73	1224,57	1995,01
		82/98	24,39	38,63	6,35	1233,15	2008,52
		80/100	24,52	39,01	8,01	1245,53	2028,04
$p = 6$	$s = 11$	$i [^\circ]$	$\theta [^\circ]$	$\Delta_1 [^\circ]$	$ \Delta\gamma_z [^\circ]$	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
		90	19,91	31,40	0,00	868,03	1435,17
		88/92	19,92	31,44	1,22	869,02	1436,72
		86/94	19,96	31,56	2,45	872,10	1441,56
		84/96	20,04	31,77	3,70	877,64	1450,23
		82/98	20,16	32,09	4,99	886,34	1463,88
		80/100	20,34	32,59	6,33	899,86	1485,07

Tabelle 4.4: Verschiedene fast polare kreisförmige Orbitkonstellationen in Abhängigkeit des Inklinationwinkels i

4.6.2 Die fast polare kreisförmige Konstellation mit Phasenwinkeldifferenz

Die fast polare kreisförmige Orbitkonstellation mit Phasenwinkeldifferenz kann aus der fast polaren Orbitkonstellation durch Einführung einer Phasenwinkeldifferenz hergeleitet werden. Die Formeln der fast polaren Orbitkonstellation müssen nur durch die Phasenwinkeldifferenz β erweitert werden. Die Methode der Straße der Bedeckung bleibt auch hier weiterhin gültig. Es ergeben sich auch hier wieder $2(p-1)$ synchronisierte Orbits und zwei nicht-synchronisierte Orbits.

Über dem Äquator muß dann wieder gelten

$$(p-1)\Delta_1(i,\beta) + \Delta_2(i,\beta) = \pi \quad (4.54)$$

wobei $\Delta_2(i,\beta)$ der Winkel zwischen den nicht-synchronisierten Orbits über dem Saum und $\Delta_1(i,\beta)$ der Winkel zwischen den synchronisierten Orbits in Abhängigkeit des Inklinationwinkels i und der Phasenwinkeldifferenz β ist.

Der Winkel $\Delta_1(i,\beta)$ kann aus $\Delta_1(\beta)$ wieder unter Verwendung der sphärischen Geometrie hergeleitet werden. Für $\Delta_1(i,\beta)$ ergibt sich dann

$$\Delta_1(i,\beta) = \arcsin\left(\frac{\sin \Delta_1(\beta)}{\sin i}\right) \quad (4.55)$$

mit (für $k = 1$)

$$\Delta_1(\beta) = \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos j\pi / s}\right) + \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos(j\pi / s - \beta)}\right) \quad (4.56)$$

und für den Abstand zwischen den gegenlaufenden Orbits

$$\Delta_2(i,\beta) = \arccos\left(\frac{\cos \Delta_2 + \cos^2 i}{\sin^2 i}\right) \quad (4.57a)$$

oder durch andere Rechnung (über halbe Winkel, vgl. Bild 4.16) ergibt sich

$$\Delta_2(i) = 2 \arccos\left(\frac{\cos \Delta_2 / 2}{\sin i}\right) \quad (4.57b)$$

Für die fast polare kreisförmige Konstellation mit Phasenwinkeldifferenz ergibt sich dann wieder ein allgemeiner Zusammenhang zwischen der Anzahl der Satelliten pro Orbit s , der Anzahl der Orbits p , den Bedeckungszahlen j und k und dem Bedeckungswinkel θ , dem Inklinationwinkel i und der Phasenwinkeldifferenz β . Dieser Zusammenhang ist durch Gleichung 4.58 ausgedrückt.

Es gilt:

$$\begin{aligned}
 & \left((p-1) \arcsin \left[\frac{\sin \left(\frac{\arccos \frac{\cos \theta}{\cos(\pi/s - \beta)} + \arccos \frac{\cos \theta}{\cos(j\pi/s)}}{k} \right)}{\sin i} \right] + \right. \\
 & \left. + \arccos \left[\frac{\cos \left(\frac{\arccos \frac{\cos \theta}{\cos(\pi/s)} + \arccos \frac{\cos \theta}{\cos(j\pi/s)}}{k} \right) + \cos^2 i}{\sin^2 i} \right] \right) = \pi \quad (4.58)
 \end{aligned}$$

Im Grenzfall $i = 90^\circ$ geht diese Gleichung in Gleichung 4.38 über. In Tabelle 4.5 sind verschiedene fast polare kreisförmige Orbitkonstellationen in Abhängigkeit des Inklinationwinkels i und der Phasenwinkeldifferenz β für eine Satellitenkonstellation mit je 11 Satelliten in 6 Orbits berechnet ($p = 6, s = 11$). Auch in dieser Tabelle wurde wieder der Bedeckungswinkel θ und der Abstand zwischen den synchronisierten Orbits Δ_1 bzw. die benötigte Umlaufbahnhöhe für die Elevationswinkel $E = 10^\circ$ und $E = 20^\circ$ angegeben.

Anhand der Tabelle erkennt man wieder, daß durch die Veränderung des Inklinationwinkels von 90° weg der Abstand zwischen den nichtsynchrisierten Orbits kleiner wird. Wegen der Verkleinerung der nichtsynchrisierten Orbits muß der Abstand zwischen den synchronisierten Orbits wieder größer gewählt werden, was aber nur durch eine Erhöhung des Ausleuchtungswinkels bzw. der Satellitenhöhe bei festgelegten Elevationswinkel möglich ist (vgl. Abschnitt 2.2). Man erkennt aber auch, daß der Ausleuchtungswinkel θ mit fallender Phasenwinkeldifferenz größer wird, um vollständige Bedeckung zu gewährleisten. Bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\beta = 0^\circ$ ist der Abstand zwischen den synchronisierten Orbits und zwischen den nichtsynchrisierten Orbits identisch. Durch eine Phasenwinkeldifferenz von $\beta = 180^\circ/s$ erhält man die phasengenaue polare Konstellation (siehe Abschnitt 4.3). Im Beispiel von Tabelle 4.5 mit je 11 Satelliten in 6 Orbits errechnet sich ein Phasenwinkel von $\beta \approx 16,36^\circ$ für eine phasengenaue Verteilung der Satelliten. Um vollständige Bedeckung zu erhalten, muß bei nicht-phasengenaue Verteilung dann der Ausleuchtungswinkel größer werden, da der Abstand zwischen den synchronisierten Orbits kleiner wird, bzw. muß die Höhe größer gewählt werden, wenn der Elevationswinkel festgelegt ist.

In Kapitel 6 werden verschiedene polare Konstellationen (exakt polare Orbitkonstellation ohne bzw. mit Phasenwinkeldifferenz, fast polare Orbitkonstellation mit/ohne Phasenwinkeldifferenz) hinsichtlich des Aufbaus von Intersatellitenverbindungen untersucht. Hierzu werden die in diesem Kapitel berechneten Konstellationen verwendet. Bei der Berechnung der Intersatellitenverbindungen wird immer einfache vollständige Bedeckung der gesamten Erde vorausgesetzt.

$p = 6$	$s = 11$	$i = 90^\circ$	β [°]	θ [°]	Δ_1 [°]	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
			0	22,06	30,00	1033,32	1694,36
			5	20,87	30,75	939,59	1547,36
			10	20,19	31,20	888,99	1468,03
			15	19,92	31,39	868,97	1436,64
			16,36	19,91	31,40	868,03	1435,17
$p = 6$	$s = 11$	$i = 88^\circ$	β [°]	θ [°]	Δ_1 [°]	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
			0	22,07	30,03	1034,03	1695,48
			5	20,88	30,78	940,45	1548,70
			10	20,21	31,24	889,95	1469,53
			15	19,93	31,43	869,96	1438,20
			16,36	19,92	31,44	869,02	1436,72
$p = 6$	$s = 11$	$i = 86^\circ$	β [°]	θ [°]	Δ_1 [°]	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
			0	22,09	30,11	1036,25	1698,96
			5	20,91	30,88	943,10	1552,86
			10	20,25	31,35	892,90	1474,16
			15	19,98	31,55	873,03	1443,02
			16,36	19,96	31,56	872,10	1441,56
$p = 6$	$s = 11$	$i = 84^\circ$	β [°]	θ [°]	Δ_1 [°]	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
			0	22,14	30,25	1040,10	1704,99
			5	20,97	31,05	947,79	1560,22
			10	20,32	31,54	898,15	1482,40
			15	20,05	31,76	878,54	1451,66
			16,36	20,04	31,77	877,64	1450,23
$p = 6$	$s = 11$	$i = 82^\circ$	β [°]	θ [°]	Δ_1 [°]	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
			0	22,21	30,47	1045,91	1714,11
			5	21,07	31,32	955,01	1571,53
			10	20,43	31,85	906,35	1495,25
			15	20,17	32,08	887,23	1465,27
			16,36	20,16	32,09	886,34	1463,88
$p = 6$	$s = 11$	$i = 80^\circ$	β [°]	θ [°]	Δ_1 [°]	h [km] für $E = 10^\circ$	h [km] für $E = 20^\circ$
			0	22,32	30,77	1054,26	1727,23
			5	21,21	31,70	965,69	1588,28
			10	20,59	32,31	918,89	1514,90
			15	20,35	32,58	900,69	1486,38
			16,36	20,34	32,59	899,86	1485,07

Tabelle 4.5: Verschiedene fast polare kreisförmige Orbitkonstellationen in Abhängigkeit des Inklinationwinkels und der Phasenwinkeldifferenz für eine Satellitenkonstellation mit $p = 6$ und $s = 11$

4.7 Beispiele polarer Orbitkonstellationen

Die wichtigsten polaren LEO-Systeme mit Intersatellitenverbindungen sind Iridium und Teledesic. In Tabelle 4.6 sind die wichtigsten Merkmale dieser beiden Systeme angegeben und in den nächsten beiden Abschnitten werden diese Systeme kurz beschrieben.

System	Iridium	Teledesic
Zahl der Satelliten	66	288
Zahl der Umlaufbahnen	6	12
Satelliten pro Umlaufbahn	11	24
Höhe der Umlaufbahn	780 km	1365-1387 km
Umlaufdauer	6030 sec	6781-6810 sec
Orbittyp	LEO	LEO
Orbitfamilie	polar	polar
Inklinationswinkel	86,4°	84,67° - 84,72°
Argument des Perigäums	0°	0°
Exzentrizität	0,00	0,00
Abstand der Orbits am Äquator	gleichl.: 31,12° gegenl.: 24,40°	gleichl.: 15,36° gegenl.: 11,04°
Phasenwinkeldifferenz	16,36°	7,5°
Lebensdauer der Satelliten	5-7 Jahre	8 Jahre
Stabilisierung	dreiachsenstab.	dreiachsenstab., GPS

Tabelle 4.6: Die wichtigsten Merkmale der geplanten polaren Systeme mit Intersatellitenverbindungen

4.7.1 Iridium

Das System Iridium, das von der Firma Motorola geplant wurde [Leo92a, SKe95a, Kel95b, Ksa97a, Ske98a], besteht aus 66 Satelliten, die die Erde in einer Höhe von 780 km (LEO) auf sechs polaren Bahnen (hier: 86,4 Grad Inklinationswinkel) umlaufen. Hierzu kommt je Umlaufbahn noch ein Reservesatellit. Bild 4.17 zeigt die Umlaufbahnen um die Erde. Das System wurde nach dem chemischen Element Iridium benannt, um dessen Atomkern 77 Elektronen kreisen. Ursprünglich war dieses System mit 77 Satelliten geplant, es ergab sich aber im Laufe der Planungen, daß auch 66 Satelliten genügen - der Name wurde daraufhin aber nicht mehr geändert.

Das System erreicht eine globale Bedeckung bei 8,2 Grad minimaler Elevationswinkel (Erhebungswinkel des Satelliten über der Horizontalebene). In Bild 4.18 sind die Umlaufbahnen der Satelliten um die Erde zu sehen. Bild 4.18 zeigt die Bedeckung der Erde durch die Ausleuchtzonen („footprints“) der 66 Satelliten bei einem minimalen Elevationswinkel von 8,2 Grad im rechtwinkligen Koordinatensystem von Längen- und Breitengraden. Anhand des Bildes erkennt man die vollständige Ausleuchtung der gesamten Erdoberfläche durch mindestens einen Satelliten.

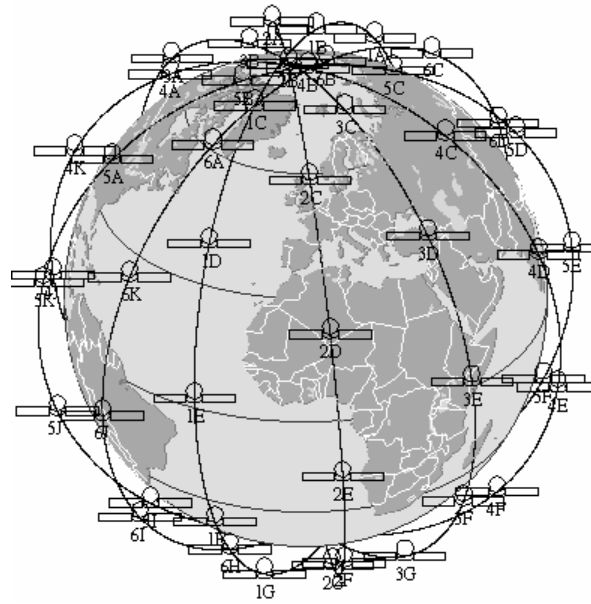


Abbildung 4.17: Umlaufbahnen des Systems Iridium [Alt94a]

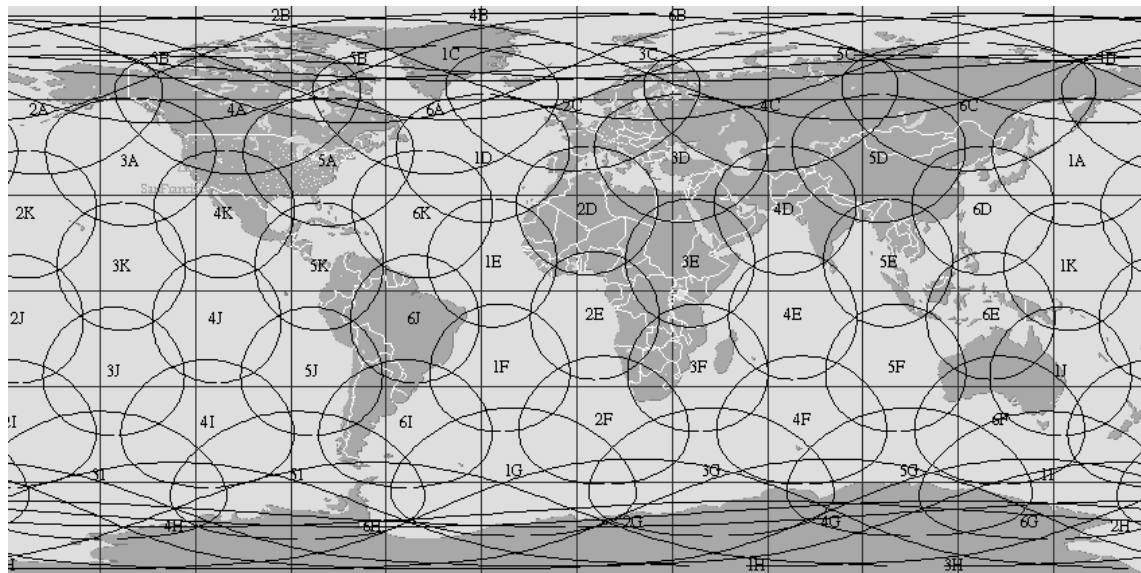


Abbildung 4.18: Ausleuchtzonen des Systems Iridium für einen minimalen Elevationswinkel von 8,2 Grad [Alt94a]

4.7.2 Teledesic

Das System Teledesic Der Firma Teledesic L.L.C, ein Gemeinschaftsunternehmen von Microsoft und McCaw, wurde ursprünglich mit 840 Satelliten (+84 Reservesatelliten) in 21 Umlaufbahnen mit je 40 Satelliten je Umlaufbahn geplant [FCC94a]. Aufgrund von Finanzierungsproblemen und anderen Schwierigkeiten wurde das System im Jahre 1996 auf 288 Satelliten mit 24 Satelliten in 12 Umlaufbahnen reduziert. Das Teledesic System bleibt trotzdem das momentan größte geplante System. Die Satelliten werden die Erde in 1365-1387 Kilometer hohen Umlaufbahnen umfliegen wobei die Umlaufbahnen des Systems einen Inklinationwinkel von $84,67 - 84,72^\circ$ haben werden; das System hat somit eine polare Orbitkonstellation. Teledesic hat eine globale Bedeckung bei ca. 40° minimaler Elevation.

Als Dienste wird Teledesic ortsfeste und mobile Breitbanddatenübertragung und Sprachübertragung (z.B. Breitbandkanäle für Videokonferenzen, Interaktive Multimediaanwendungen, real-time digitale Zweizege-Übertragung, „Internet in the sky“) anbieten, wobei im downlink eine Datenübertragung mit bis zu 64 Mbps und im uplink eine Datenübertragung mit bis zu 2 Mbps möglich sein wird.

In Bild 4.19 sind die Umlaufbahnen des Teledesic-Systems um die Erde aufgezeichnet und in Bild 4.20 sind die Ausleuchtzonen des Systems für einen minimalen Elevationswinkel von 40° zu sehen. Anhand der beiden Bilder ist die vollständige Bedeckung der gesamten Erde zu erkennen.

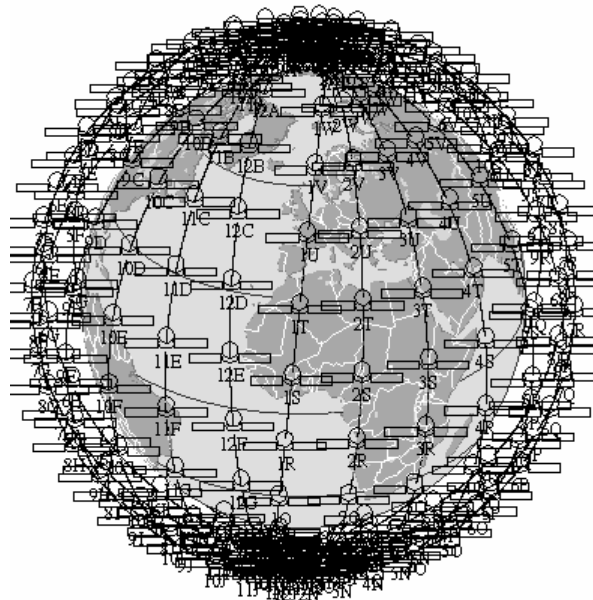


Abbildung 4.19: Umlaufbahnen des Systems Teledesic [Alt94a]

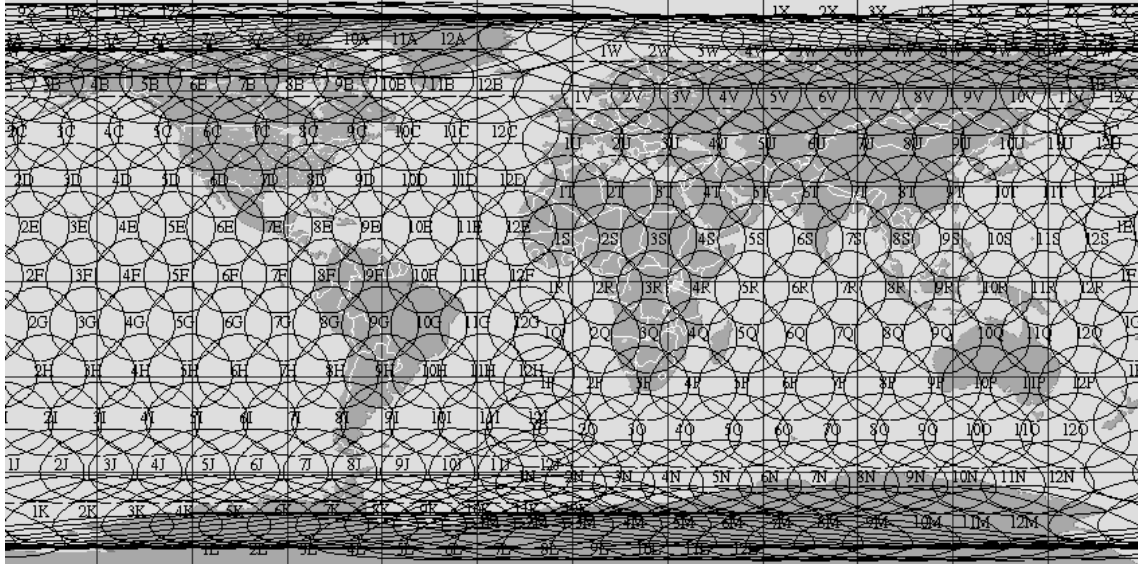


Abbildung 4.20: Ausleuchtzonen des Systems Teledesic für einen minimalen Elevationswinkel von 40 Grad [Alt94a]

4.8 Die wichtigsten Merkmale der polaren kreisförmigen Orbitkonstellation

Im folgenden werden nochmals die wichtigsten Merkmale der polaren kreisförmigen

Orbitkonstellation zusammengefaßt:

- Die polare kreisförmige Orbitkonstellation gewährleistet gleichmäßige globale Bedeckung der gesamten Erde
- Jeder Satellit/ Orbit hat die gleiche (oder nahezu gleiche) Umlaufbahnhöhe
- Jeder Orbit besitzt die gleiche Anzahl an Satelliten
- Die Satelliten sind innerhalb eines Orbits gleichmäßig verteilt
- Die Orbits verlaufen parallel über dem Äquator
- Alle Satellitenorbits haben den gleichen (oder nahezu gleichen) Inklinationwinkel
- Zur Herleitung der polaren kreisförmigen Orbitkonstellation wird das Verfahren der Straße der Bedeckung angewendet
- Alle Umlaufbahnen schneiden sich über den Polen
- Die Bedeckung nimmt in Richtung der Pole zu

- Mehrfache Bedeckung über den Polen bzw. oberhalb bestimmter Breitengrade
- Schlechte Bedeckung über dem Äquator (meist nur einfache Bedeckung)
- Die Satelliten fliegen auf der einen Seite der Erde in nördlicher Richtung und auf der anderen Seite der Erde in südlicher Richtung
- Es gibt zwei Nahtstellen, an welche sich die Satelliten in entgegengesetzter Richtung bewegen
- Die Orbits haben den größten Abstand über dem Äquator
- Der Abstand zwischen allen gleichlaufenden Orbits am Äquator ist gleich
- Der Abstand zwischen gegenlaufenden Orbits am Äquator ist kleiner als der Abstand der gleichlaufenden Orbits am Äquator
- Die polare Orbitkonstellation eignet sich besonders für Systeme, welche eine gleichmäßige ein- oder mehrfache Bedeckung der gesamten Erde benötigen.

Kapitel 5: Die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation

In diesem Kapitel werden die beiden verschiedenen Berechnungsmethoden zur Berechnung der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation vorgestellt.

Die Beschreibung der Berechnungsmethode nach Walker und der Erweiterung nach Ballard erfolgt in Abschnitt 5.1. In diesem Abschnitt werden auch einige grundlegende Begriffe zur Beschreibung der Konfiguration eingeführt. Walker benennt die Konfiguration als sog. Deltakonfiguration, da die aufsteigenden rechten Knoten der Orbits mit gleichem Abstand („Delta“) um die Referenzebene verteilt sind. Weiterhin wird in Abschnitt 5.1 auch die Vorgehensweise zur Bestimmung der sog. Wiederholungsrate der Deltakonfiguration angegeben und es erfolgt in diesem Abschnitt auch die Erläuterung der Computermethode nach Walker zur Berechnung einer Deltakonfiguration mit vollständiger Bedeckung und optimalen Inklinationwinkel

In Abschnitt 5.2 werden die wichtigsten Zusammenhänge zur Berechnung der Deltakonfiguration mit Hilfe der Straße der Bedeckung, d.h. der Ridermethode vorgestellt. Dabei werden die allgemeinen Formeln zur Berechnung der Deltakonfiguration bei ein- und zweifacher Bedeckung angegeben, wobei diese Formeln auch die Angabe eines minimalen und eines maximalen Breitengrades der Bedeckung ermöglichen.

In Abschnitt 5.3 werden zwei Beispiele inklinierter kreisförmiger Orbitkonstellationen beschrieben und Abschnitt 5.4 schließt dieses Kapitel mit einer Zusammenfassung der wichtigsten Merkmale dieser Orbitkonstellation.

5.1 Die Walker-Methode zur Berechnung der inklinierten kreisförmigen Satellitenkonstellation

5.1.1 Allgemeine Grundlagen der Deltakonfiguration

Die Walker/Deltakonfiguration wurde im Jahre 1970 von Walker [Wal70a] beschrieben. In verschiedenen weiteren Veröffentlichungen, ebenfalls von Walker, wurde die Deltakonfiguration weiter verallgemeinert [Wal71a, Wal73a, Wal73b, Wal77a]. Zur Beschreibung der Deltakonfiguration werden die folgenden Vereinbarungen getroffen:

- (1) Die Gesamtkonstellation besteht aus n Satelliten. Die Konstellation ist aufgeteilt in p Orbits mit s Satelliten, so daß $n = ps$ gilt und n, p und s ganzzahlige Werte sind.
- (2) Alle Orbits haben den gleichen Inklinationwinkel i in Bezug auf die Referenzebene. Die Referenzebene ist gleich mit der Äquatorebene
- (3) Alle Orbits bzw. Satelliten haben die gleiche Umlaufhöhe und damit haben auch alle Satelliten die gleiche Umlaufzeit. Die Umlaufbahnen sind Kreisbahnen.
- (4) die Differenz zwischen der Rektaszension des aufsteigenden Knoten zweier Orbits haben alle den gleichen Wert. Die aufsteigenden rechten Knoten der Orbits sind gleichmäßig im Abstand $360^\circ/p$ um die Referenzebene verteilt (gleiches „Delta“)
- (5) Die Satelliten innerhalb eines Orbits sind gleichmäßig verteilt mit einem gleichen Abstand untereinander von $360^\circ/s$.

Diese Vereinbarungen gelten auch bei der Berechnung der inklinierten Orbitkonstellation mit der Methode der Straße der Bedeckung (siehe Abschnitt 5.3).

Um die Satellitenabstände innerhalb der Konfiguration definieren zu können, wird bei Walker eine sog. Konfigurationseinheit (engl. „pattern unit“), kurz PU, eingeführt. Eine „pattern unit“ hat einen Wert von $360^\circ/n$. Mit dieser Definition hat z.B. eine Konfiguration mit $n = 9$ Satelliten eine PU von 40° . Zusätzlich werden bei Walker die relativen Positionen von Satelliten in verschiedenen Umlaufbahnen so gewählt, daß es immer gleiche Intervalle zwischen dem Durchfliegen der aufsteigenden Knoten von zwei Satelliten auf benachbarten Umlaufbahnen gibt. Wenn ein Satellit eines Orbits gerade in Richtung seines aufsteigenden Knotens fliegt, dann muß ein Satellit des benachbarten Orbits, dessen aufsteigender Knoten weiter östlich liegt, m PUs seit dem Durchfliegen des aufsteigenden Knotens zurückgelegt haben.

Den Winkel, den ein Satellit seit dem Durchfliegen des aufsteigenden Knotens seines Orbits zurückgelegt hat, wird auch als Phasenwinkel (engl. „phase angle“) des Satelliten bezeichnet. Als Phasenwinkel der gesamten Konstellation wird der Winkel gewählt, den ein bestimmter Satellit, der auch Referenzsatellit genannt wird, zurückgelegt hat. Bei Walker [Wal77a] wird der Wert m auf ganzzahlige Werte beschränkt, wobei m einen ganzzahligen Wert zwischen 0 und $(p - 1)$ annehmen kann. Die Begrenzung des Wertes von m für die Deltakonfiguration kann durch ein einfaches Beispiel erklärt werden, wozu eine Konfiguration mit zwei Umlaufbahnen ($p = 2$) betrachtet wird: Im ersten Fall haben die Satelliten des einen Orbits und die korrespondierenden Satelliten des benachbarten Orbits den gleichen Phasenwinkel, woraus $m = 0$ folgt. Im zweiten Fall haben die Satelliten wieder eine gleichmäßige Verteilung, aber die Satelliten des benachbarten Orbits befinden sich genau in der Mitte zweier Satelliten des ersten Orbits, woraus $m = 1$ folgt.

In einer Erweiterung der Deltakonfiguration von Ballard [Bal80a] werden auch nicht ganzzahlige Werte für m zugelassen, wobei m Werte zwischen 0 und $(n - 1) / s$ annehmen kann.

Die entstehenden Konstellationen werden von Ballard als Rosettenkonstellationen bezeichnet, da das entstehende Bild der Umlaufbahnen einer solchen Konstellation wie eine Rosette aussieht. Die Rosettenkonstellationen zählen aber auch zur Familie der Deltakonfigurationen. Jede einzelne Deltakonfiguration nach Walker bzw. Ballard kann somit durch einen Code aus drei Zahlen ($n/p/m$) unterschieden werden. Diese drei Werte reichen aus, um die Form einer Konstellation zu bestimmen. Um die genaue Position der Umlaufbahnen festzulegen, ist es aber auch notwendig, den gemeinsamen Inklinationswinkel für alle Umlaufbahnen festzulegen. Dabei ist aber der Inklinationswinkel ein Parameter der Deltakonfiguration, für den, je nach den Anforderungen an die Konstellation, ein optimaler Wert gefunden werden muß. Als Beispiel wurde in Bild 5.1 [Wal77a] die Deltakonfiguration (9/3/2) mit einem Inklinationswinkel von 60° dargestellt.

Für das Bild 5.1 ist die Ebene der Druckseite als Referenzebene anzusehen. Die durchgezogenen Linien sind die Bahnen der Satelliten oberhalb der Referenzebene und die gestrichelten Linien sind die Bahnen der Satelliten unterhalb der Referenzebene. Die Symbole x geben die Positionen der Satelliten oberhalb der Referenzebene an und die Symbole o geben die Positionen der Satelliten unterhalb der Referenzebene an. In dem Bild 5.1 wurden auch die Bezeichnungen der Satelliten, wie sie bei Walker [Wal77a] zur Unterscheidung der Satelliten eingeführt wurden, eingezeichnet. Die einzelnen Satelliten einer Konstellation werden als erstes durch einen Buchstaben des Alphabets bezeichnet, wobei immer mit A für den Referenzsatelliten begonnen wird. Hat eine Konfiguration mehr Satelliten als es Buchstaben des Alphabets gibt, so wird dem Buchstaben einfach eine Zahl vorangestellt (z.B. 0A, 0B, usw.).

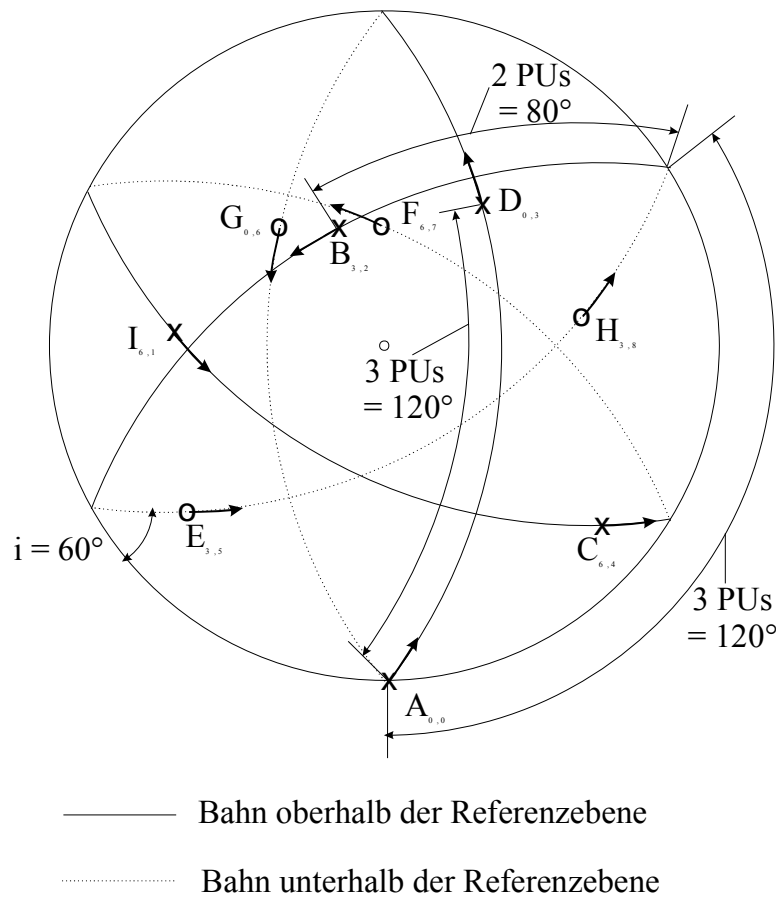


Abbildung 5.1: Darstellung der Deltakonfiguration (9/3/2) für den Phasenwinkel 0° [Wal77a]

Als zweites Unterscheidungsmerkmal werden jedem Satelliten zwei ganzzahlige Werte zugeordnet. Beide Werte sind Winkel und werden in „pattern units“ PUs angegeben und liegen im Wertebereich zwischen 0 und $(n-1)$. Der erste Wert ist die östliche Länge des Satelliten, gemessen in der Referenzebene des aufsteigenden Knotens des Satelliten. Der zweite Wert gibt den Phasenwinkel des Satelliten in Bezug auf die Referenzebene an. Der Referenzsatellit wird in allen Fällen mit der Buchstaben-Zahlen-Bezeichnung $A_{0,0}$ angegeben. Mit dieser angegebenen Bezeichnung der Satelliten ist der nächste Satellit B der Satellit, der in der nächsten weiter östlich gelegenen Umlaufbahn ist und der den gleichen oder einen größeren Phasenwinkel wie der vorher betrachtete Satellit hat. Der nächste Satellit ist deshalb der Satellit $B_{s,m}$ oder falls man nur eine einzige Umlaufbahn betrachtet, der Satellit $B_{0,1}$. Falls die Konstellation aus zwei oder mehreren Umlaufbahnen besteht, hat der dritte Satellit die Bezeichnung $C_{2s,2m}$ (oder $C_{2s,(2m-n)}$, falls $2m \geq n$ ist). Diese Vorgehensweise wird solange fortgeführt, bis die Umlaufbahn des Referenzsatelliten wieder erreicht wird. Von diesem Punkt an hat dann jeder weitere Satellit einen Phasenwinkel, der den Phasenwinkel des letzten Satelliten des gleichen Orbits um den Wert p übersteigt. Falls nötig wird diese Vorgehensweise bis zum Erreichen des Referenzsatelliten fortgesetzt. Manchmal ist es auch nur notwendig, die Satelliten einer Umlaufbahn Bezeichnungen zuzuweisen, aber diese eingeführte Nomenklatur hilft, die Satelliten einer Konstellation zu unterscheiden. In Bild 5.1 ist diese Nomenklatur für alle 9 Satelliten dieser Konstellation (9/3/2) angegeben [Wal77a].

5.1.2 Wiederholungsrate einer Deltakonfiguration

In Bild 5.1 und Bild 5.2 sind die Positionen der Satelliten der Deltakonfiguration 9/3/2 für die Phasenwinkel 0° (Bild 5.1) und für den Phasenwinkel 10° (Bild 5.2) eingezeichnet. Im Fall Bild 5.2 ist die Konstellation symmetrisch zu der Ebene, die senkrecht zur Referenzebene steht, durch den Mittelpunkt der Erde geht und die Linie zwischen den Satelliten A und C halbiert. Bei weiteren 10° Phasenwinkel, der Satellit C bewegt sich dann durch den absteigenden Knoten, erscheint die Konstellation als Spiegelbild der entsprechenden Konstellation während der ersten 10° Phasenwinkel, wobei der Satellit A durch den Satelliten C, der Satellit E durch den Satelliten H, der Satellit D durch den Satelliten J und der Satellit F durch den Satelliten G ersetzt werden. Für die nächsten 20° hat der Satellit C den absteigenden Knoten durchflogen und bewegt sich jetzt vom absteigenden Knoten weg, es wiederholt sich die Konstellation der ersten 20° Phasenwinkel, jetzt aber auf der gegenüberliegenden Hemisphäre. Der Satellit A bewegt sich jetzt vom aufsteigenden Knoten weg. Schließlich am Ende der Phasenwinkelverschiebung bei 40° , erreicht der Satellit H den aufsteigenden Knoten und die Konstellation wiederholt den beschriebenen Vorgang, jetzt aber bei einer Verschiebung des Längengrades um 120° . Wie bereits erwähnt, wiederholt sich die Konstellation nach einem Phasenwinkel von 40° , dieser Winkel wird deshalb auch Konstellationswiederholungsintervall (engl. "pattern repetition interval"), kurz PRI, genannt. Im allgemeinen ist PRI die halbe (Phasen-)Winkeldifferenz zwischen der Durchquerung der Knoten (auf- und absteigender) von verschiedenen Satelliten der Konstellation. Falls immer nur ein Satellit gleichzeitig einen auf- und absteigenden Knoten durchfliegt, ergibt sich die PRI zu $\frac{1}{4}$ PU. Falls m Satelliten gleichzeitig auf- oder absteigende Knoten durchqueren, wächst die PRI auf $\frac{1}{4} n$ PU, die Konstellation besteht dann aus n identischen Bereichen.

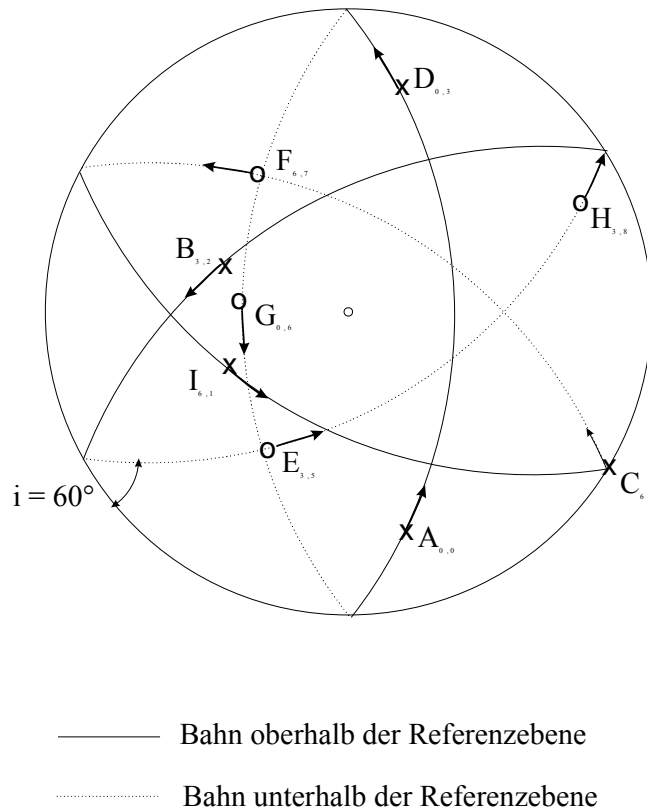


Abbildung 5.2: Darstellung der Deltakonfigur.(9/3/2) für den Phasenwinkel 10° [Wal77a]

Falls n Satelliten gleichzeitig ihre Knoten erreichen, besteht die Konstellation aus n identischen Segmenten. Falls die Satelliten gleichzeitig auf- und absteigende Knoten erreichen, besteht die Konstellation aus identischen Teilen auf beiden Seite der Referenzebene.

Durch Einführung von $y = \text{GGF}[m, p]$, wobei y der größte gemeinsame Faktor (GGF) von m und p ist (falls $m = 0$ gilt $y = p$), und mit $z = \text{GGF}[2, n / y]$ wird die PRI gleich $\frac{1}{4}yz$ PU. Dabei ist es auch möglich, eine Wiederholungseinheit (engl. „pattern repetition unit“), kurz PRU, zu wählen, so daß $1 \text{ PRU} = 90^\circ yz/n$ wird und die PRI eine Länge von 1 PRU hat. Von einer zufällig ausgewählten Satellitenkonstellation, welche aus kreisförmigen Orbits der gleichen Periode besteht, kann nur erwartet werden, daß sie sich nach einem Phasenwinkel von 180° wiederholt. Die Tatsache, daß die Deltakonfiguration eine PRI kleiner $90^\circ/n$ haben kann, ist ein Hinweis auf die hohe Gleichmäßigkeit der Bedeckung, welche eine Deltakonfiguration bereitstellen kann [Wal77a].

Die Wiederholungsrate der Deltakonfiguration ist wichtig bei der späteren Bestimmung der optimalen Inklination bei der Computeranalyse. Die Wiederholungsrate gibt dabei die Simulationszeit bei der Auswertung der minimalen Abstände zwischen den Satelliten an.

5.1.3 Spuren der Subsatellitenpunkte auf der Erdoberfläche

Die in Bildern 5.1 und 5.2 dargestellte Satellitenkonfiguration ist unabhängig von der Orbitperiode und nur abhängig von der verwendeten Deltakonfiguration und dem Inklinationswinkel. Falls sich die Erde nicht relativ unter den Umlaufbahnen der Satelliten wegrehen würde, so könnte das Bild auch als ständige Darstellung der Spuren der Subsatellitenpunkte angesehen werden. Jedoch sind die Spuren der Subsatellitenpunkte auf der Erde im Normalfall abhängig von der Orbitperiode der Satelliten und ebenso von der Wahl des Inklinationswinkels in Bezug auf die Äquatorebene bzw. auch von der Erddrehung. Für jeden einzelnen Satelliten einer inklinierten Orbitkonfiguration macht die Spur des Subsatellitenpunktes auf der Erde ähnliche Bewegungen, sowohl in Richtung der nördlichen Hemisphäre als auch in Richtung der südlichen Hemisphäre, wobei der maximal erreichte nördliche Breitengrad identisch mit dem Inklinationswinkel des betrachteten Orbits ist, bzw. der Betrag des maximalen erreichten Breitengrades auf der nördlichen und auf der südlichen Hemisphäre gleich ist (Begründung: siehe Abschnitt 5.2)

Das aufeinanderfolgende Durchstoßen der Äquatorebene einer Umlaufbahn sowohl in nördliche Richtung (am aufsteigenden Knoten) als auch in südlicher Richtung (am absteigenden Knoten) wiederholt sich jeweils nach einem geographischen Längengrad von $\frac{1}{2}(360^\circ - \Omega_R)$, wobei Ω_R der Rotationswinkel der Erde relativ zur Umlaufbahn während einer Orbitperiode ist, d.h. bei einer Orbitperiode von $T = 8\text{h}$ ergibt sich $\Omega_R = (8/24) \cdot 360^\circ = 120^\circ$. Bei der Berechnung von Ω_R sollte man nicht nur die Erddrotation um die Sonne betrachten, sondern auch die Abweichung der Umlaufbahnen aufgrund der Abgeflachtheit der Erde, welche einen Wert von ungefähr $0,0134^\circ$ [Wal84a] für geostationäre Umlaufbahnen, bzw. einen höheren Wert für niedrigfliegende Umlaufbahnen hat. Die Abweichung ist direkt proportional zu $\cos i$ und umgekehrt proportional zum Radius der Umlaufbahnen, d.h. je höher die Umlaufbahn ist, desto niedriger ist die Abweichung und je kleiner die Höhe der Umlaufbahnen ist, desto größer ist die Abweichung (siehe Kapitel 2). Eine ausführliche Diskussion dieser Orbitstörungen findet sich in [All65a]. Falls der Wert $\Omega_R / 360^\circ$ gleich dem Wert M / L ist, wobei L und M ganzzahlige Werte sind, dann wiederholt sich die Spur des Subsatellitenpunktes auf der Erde nach Beendigung von L Orbits in M Tagen, wobei der

Subsatellitenpunkt $360^\circ(L - M)$ an geographischer Länge überflogen hat. Diese Bedingung wird bei Walker [Wal84a] auch als L:M-Resonanz bezeichnet.

Eine Auswahl solcher wiederholender Spuren auf der Erde ist in Bild 5.3 für eine Konfiguration mit einem Inklinationswinkel von 50° dargestellt. In jedem Falle wird angenommen, daß sich der erste aufsteigende Knoten bei einem relativen Breitengrad von 0° befindet und die fortlaufend nummerierten Pfeile in Bild 5.3 geben die L aufeinanderfolgenden aufsteigenden Knoten an, welche solange nach oben gezählt werden, bis die Spur des Subsatellitenpunktes wieder den aufsteigenden Knoten mit relativem Breitengrad von 0° erreicht hat. Zwischen jedem aufsteigenden Knoten überstreicht die Subsatellitenspur entweder die nördliche oder die südliche Hemisphäre. Bild 5.3a zeigt die sich wiederholende Subsatellitenspur für einen 8-Stunden-Orbit ($L = 3, M = 1$). Da in diesem Fall $L - M = 2$ ist, wiederholt sich die Subsatellitenspur nach einem Tag und nach Überfliegen von 720° Länge. Der zweite Teil der Spur, welcher die zweiten 360° Länge überfliegt, überfliegt jeweils die entgegengesetzte Hemisphäre des ersten Teils der Spur, wobei jeweils aufsteigender und absteigender Knoten aufeinanderfallen. Die Bilder 5.3b, c und d zeigen die sich wiederholenden Subsatellitenspuren für einen 12 Stunden Orbit (Bild 5.3b: $L = 2, M = 1$), einen 16 Stunden Orbit (Bild 5.3c: $L = 3, M = 2$) und einen 20 Stunden Orbit (Bild 5.3d: $L = 6, M = 5$). In jedem der drei Fälle ist $L - M = 1$, so daß sich die Subsatellitenspur, nach Überfliegen von 360° in der Länge, wiederholt (jeweils nach 1, 2 und 5 Tagen), wobei es aber keine Kreuzungspunkte gibt, d.h. die absteigenden und die aufsteigenden Knoten fallen nicht aufeinander. Diese nicht-selbstkreuzende Charakteristik dieser Orbits für $L - M = 1$ wird jedoch für steigendes L nicht beibehalten. Die Schleifen, die beim Durchfliegen der nördlichen und südlichen Hemisphäre entstehen, nähern sich mit steigendem L immer weiter an und für $L \geq 8$ überlappen sich benachbarte Schleifen, so daß sich die Spuren der Subsatellitenpunkte dann auch überschneiden. Bild 5.3e zeigt die Subsatellitenspur eines Systems auf der Erdoberfläche, welche das Aussehen der Zahl 8 besitzt. Diese Konstellation mit $L = 1$ und $M = 1$ hat eine Orbitperiode von 24 Stunden für das $L - M = 0$ ist, so daß das Durchfliegen der Äquatorebene immer beim gleichen Längengrad passiert. Es gibt wahrscheinlich wenig praktisches Interesse an Konfigurationen mit einer Orbitperiode größer als 24 Stunden.

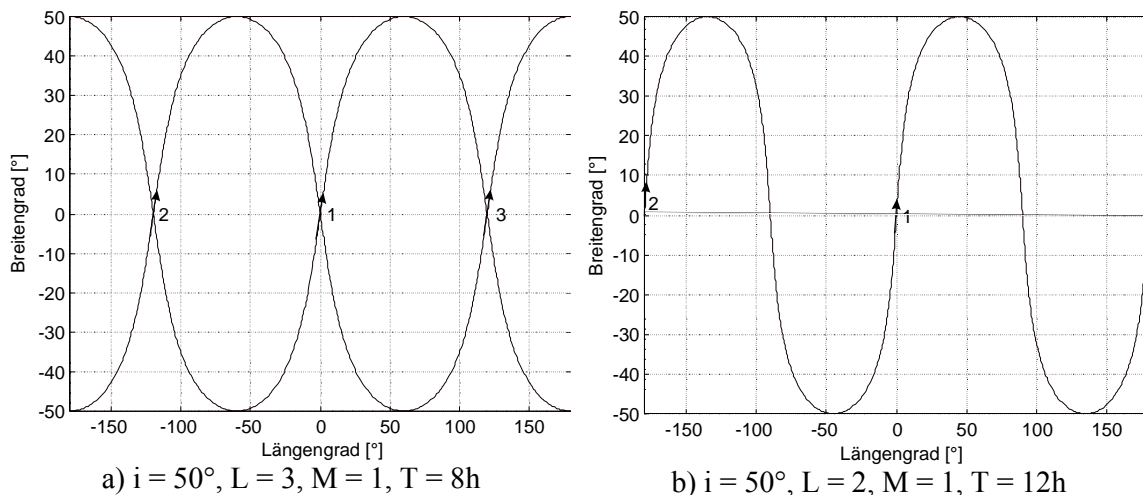


Abbildung 5.3: a) und b) Spuren auf der Erde für verschiedene Konfigurationen

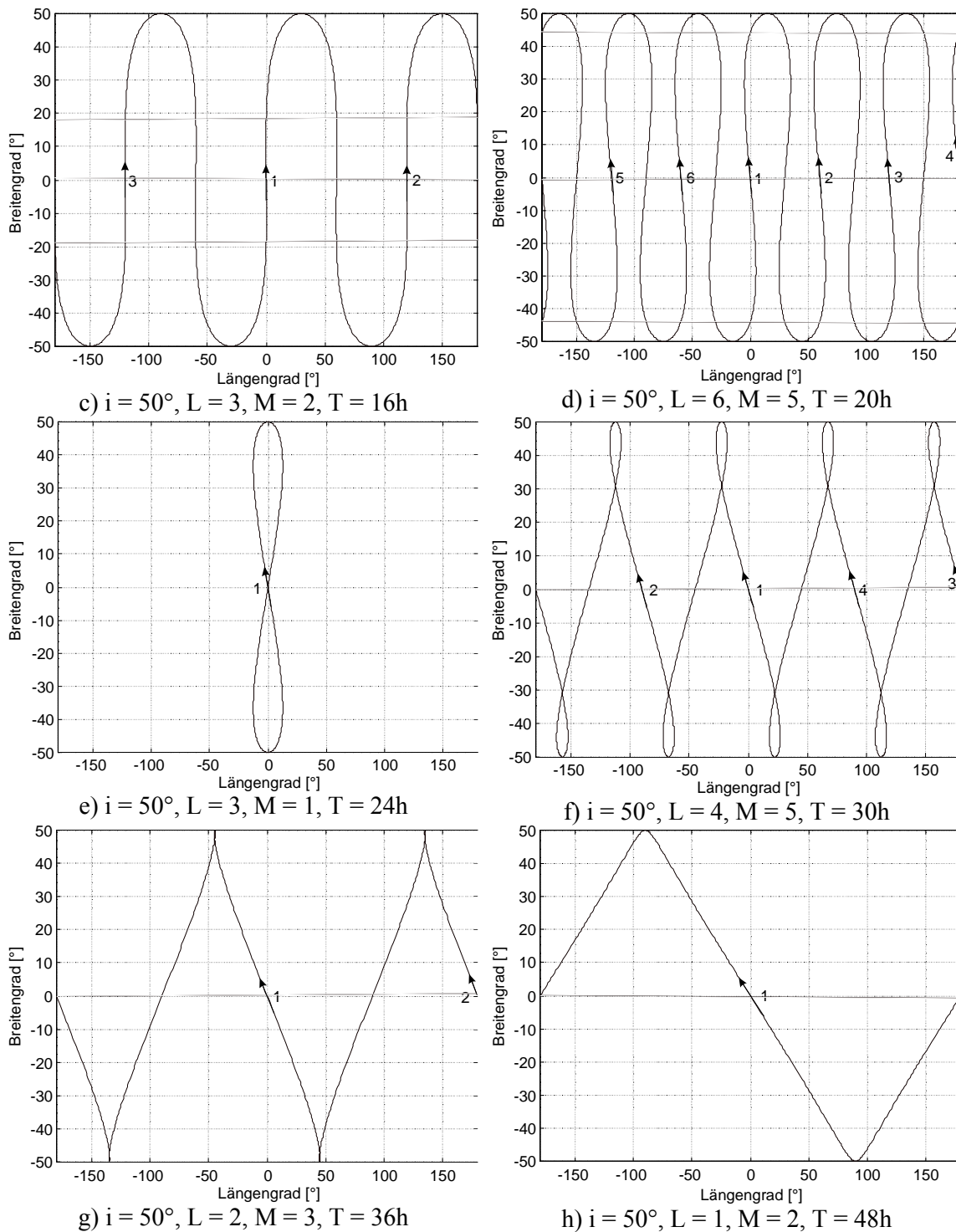


Abbildung 5.3: Spuren auf der Erde für verschiedene Konfigurationen

Aus Gründen der Vollständigkeit wurden in den Abbildungen 5.3f, g und h zusätzlich die Spuren der Subsatellitenpunkte für Konstellationen mit einer Orbitperiode von 30 Stunden (Bild 5.3f: $L = 4, M = 5$), 36 Stunden (Bild 5.3g: $L = 2, M = 3$) und 48 Stunden (Bild 5.3h: $L = 1, M = 2$) dargestellt. In jedem dieser letzten drei Fälle gilt $L - M = -1$, so daß die Spuren nach Überfliegen von 360° Länge in westlicher Richtung statt in östlicher Richtung

wiederholen. Die Spur in Bild 5.3h ($L = 1$) überschneidet sich in keinem einzigen Punkt, die Spur in Bild 5.3g ($L = 2$) besteht aus vier kleinen Schleifen und somit auch vier Überschneidungspunkten. Die Spur in Bild 5.3f besitzt sogar acht Schleifen und hat deshalb auch acht Überschneidungspunkte.

5.1.4 Methode der Bedeckungsberechnung

Die Aufgabe besteht darin, die Orbitkonfiguration auszuwählen, die am wirtschaftlichsten einen bestimmten Grad von vollständiger, ständiger Bedeckung der Erde gewährleistet. Hierbei ist die Mehrfachheit der Bedeckung (einfach, zweifach, ..., mehrfach) und der minimale Elevationswinkel zu untersuchen. Das Problem besteht darin, die Konfiguration zu finden, welche die kleinste mögliche Anzahl an Satelliten besitzt und welche die maximale akzeptierbare Distanz nicht überschreitet. Als weiteres wird u.a. oft gefordert, daß der minimale Abstand zwischen irgendwelchen zwei Satelliten der Konfiguration so groß wie möglich ist. Die Wichtigkeit dieses Aspekts zeigt sich in je einen Anwendungsbeispiel aus der Satellitennavigation und aus der Satellitenkommunikation: In einem Satellitennavigationssystem steigt die Genauigkeit der Positionsbestimmung auf der Erde, wenn der minimale Abstand zwischen den Satelliten zunimmt. Für Satellitenkommunikationssysteme ist es nur notwendig, daß der minimale Abstand zwischen den Satelliten bestimmte Werte nicht unter- oder überschreitet, um abzusichern, daß Interferenzen zwischen Aussendungen im selben Frequenzband gering sind bzw. damit die Empfangsleistung noch ausreicht, um die Signale zu dekodieren.

Es gibt aber auch noch eine weitere Beziehung: Je größer die minimale Distanz zwischen den Satelliten ist, desto einheitlicher ist die Verteilung der Satelliten über der Erdoberfläche und desto wahrscheinlicher ist es, daß eine solche Konfiguration eine gleichmäßige Bedeckung besitzt.

In dem vorausgegangenen Abschnitt wurde ein Schwerpunkt auf die Spuren einer Konstellation bei einer bestimmten Orbihöhe über der Erde gelegt. Wenn man die vollständige Bedeckung der Erde fordert, muß man die Einheitlichkeit der Verteilung der Satelliten einer Konfiguration relativ zur sphärischen Oberfläche untersuchen. Dies kann aber besser durch die Orbitpfade der Satelliten als durch die Spuren auf der Erde dargestellt werden.

In vielen Fällen wird ein minimaler Elevationswinkel E vorgegeben, der nicht unterschritten werden soll. Anhand dieses minimalen Elevationswinkels E und dem Winkelabstand eines Beobachters zum Subsattellitenpunkt θ kann eine Gleichung für die Berechnung der nötigen Umlaufhöhe angegeben werden. Für einen kreisförmigen Orbit ergibt sich der Zusammenhang zwischen E , θ und h aus Gleichung 2.3 zu

$$\frac{\cos E}{\cos(\theta + E)} = \frac{h + R_E}{R_E} \quad (5.1)$$

wobei R_E der Erdradius ist.

In Bild 2.2 wurde bereits der Zusammenhang zwischen dem Ausleuchtwinkel und dem Elevationswinkel E für verschiedene Höhen h grafisch dargestellt.

5.1.4.1 Einfache Bedeckung

Die Analyse der Bedeckung basiert darauf, die Punkte zu finden, an denen der Elevationswinkel zum nächsten Satelliten ein lokales Minimum hat. Diese Punkte sind die Mittelpunkte der Umgebungskreise der sphärischen Dreiecke, welche durch die

Subsatellitenpunkte benachbarter Satelliten gebildet werden. In Bild 5.4 ist ein Ausschnitt der Erdoberfläche dargestellt. Die Buchstaben A bis G bezeichnen die momentanen Punkte von 7 Subsatellitenpunkten einer Konstellation bestehend aus insgesamt 10 Satelliten (A-K). Der Punkt O_1 ist der Mittelpunkt des Umgebungskreises des sphärischen Dreieckes ABC. Dieser Kreis hat den Radius R_1 und der Punkt O_1 ist der Punkt auf der Erdoberfläche, der von jedem der Subsatellitenpunkte den größten Abstand hat. Vom Punkt O_1 ist der Abstand zu jedem der Subsatellitenpunkte A, B und C gleich R_1 . Ein Beobachter, der einen kleinen Abstand von O_1 in irgendeine Richtung hat, würde aber einen Abstand kleiner als R_1 zu wenigstens einen dieser drei Subsatellitenpunkte haben, so daß bei Wahl des Bedeckungsradius der Satelliten zu R_1 dieser Beobachter mindestens einen Satelliten sieht. Betrachtet man alle anderen sphärischen Dreiecke, wie z.B. BCF oder CDF, deren Umgebungskreise keine anderen Subsatellitenpunkte umschließen, dann ist der Mittelpunkt des größten dieser Umgebungskreise der Punkt, der auf der gesamten Erdoberfläche am weitesten von irgendeinem Subsatellitenpunkt entfernt ist. Man nennt den Radius dieses bestimmten Umgebungskreises $R_{\max,1}$, wobei die Bezeichnung „max“ angibt, daß es der maximale Wert alle Radien über der gesamten Erdoberfläche ist und die Ziffer 1 in der Bezeichnung für einfache Bedeckung steht [Wal84a].

- | | |
|----------------------------|--|
| Einfache Bedeckung: R_1 | Dreieck ABC: O_1 wird eingeschlossen |
| Zweifache Bedeckung: R_2 | Dreieck ABD: O_1 und C wird eingeschlossen |
| Dreifache Bedeckung: R_3 | Dreieck ABE: O_1 , C und D wird eingeschlossen
oder Dreieck ABF: O_1 , C und D wird eingeschlossen |
| Vierfache Bedeckung: R_4 | Dreieck ABD: O_1 , C, D und F eingeschlossen
oder Dreieck ABF: O_1 , C, D und E wird eingeschlossen |
| Fünffache Bedeckung: R_5 | Dreieck ABG: O_1 , C, D, E und F eingeschlossen |

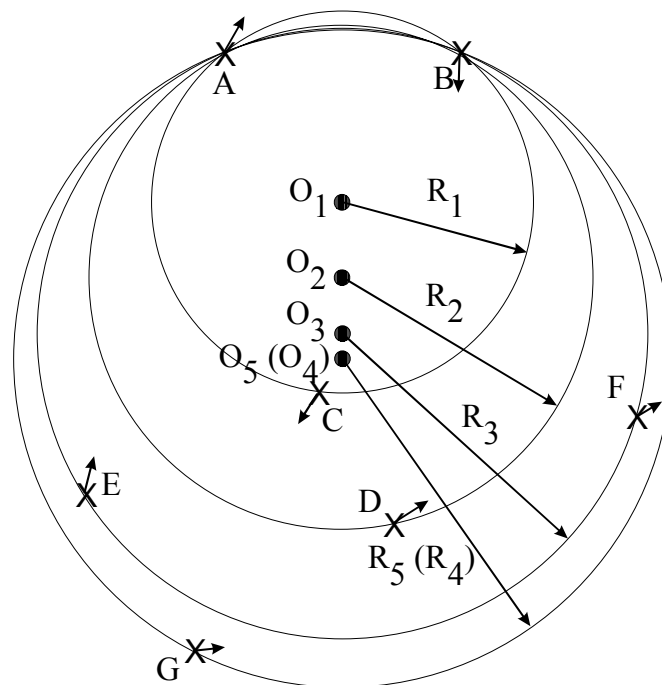


Abbildung 5.4: Beispiel für die Berechnung von R_n , einfache bis fünffache Bedeckung

5.1.4.2 Zweifache Bedeckung

Falls zweifache Bedeckung erforderlich ist (z.B. sollen nicht weniger als zwei Satelliten für einen bestimmten minimalen Elevationswinkel sichtbar sein), dann kann das Problem in ähnlicher Weise wie in Abschnitt 5.1.4.1 für die einfache Bedeckung gelöst werden. Es müssen dann nur die Umgebungskreise betrachtet werden, welche einen anderen Subsatellitenpunkt einschließen, z.B. das sphärische Dreieck ABD in Bild 5.4, welches C einschließt. Der Punkt O_2 hat eine Distanz R_2 von den Subsatellitenpunkten A, B und D und eine geringere Distanz als R_2 zum Punkt C. Ein Beobachter, der einen kleinen Abstand zu O_2 hat, würde einen kleineren Abstand als R_2 zu wenigstens einen der Subsatellitenpunkte A, B und D und auch zu C haben. Dieser Wert von R_2 muß dann mit den Werten von R_2 verglichen werden, welche sich durch die anderen Umgebungskreise ergeben, die andere Subsatellitenpunkte umgeben, um den Wert von $R_{2,max}$ zu ermitteln.

5.1.4.3 Mehrfache Bedeckung

Ähnliche Betrachtungen wie für die ein- und zweifache Bedeckung sind auch zur Bestimmung mehrfacher Sichtbarkeit anwendbar. In Bild 5.4 umschließt der Umgebungskreis um das sphärische Dreieck ABE auch die Subsatellitenpunkte C und D, so daß der Mittelpunkt O_3 ein potentieller Punkt ist, um dreifache Bedeckung zu gewährleisten, da er eine Distanz R_3 zu den Punkten A, B und E besitzt, aber eine kleinere Distanz als R_3 zu den Punkten C und D.

Bild 5.4 zeigt, daß O_3 auch einen Abstand R_3 zu einem vierten Subsatellitenpunkt F hat. In diesem Fall ist O_3 gleichzeitig der Mittelpunkt der Umgebungskreise von den vier sphärischen Dreiecken ABE, ABF, AEF und BEF. Der nächste größere Umgebungskreis, gezeichnet durch die Subsatellitenpunkte A und B, ist der Kreis, welcher auch den Subsatellitenpunkt G durchkreuzt. Dieser Kreis schließt die Subsatellitenpunkte C, D, E und F ein, so daß dessen Zentrum O_5 ein Punkt für fünffache Bedeckung ist. Dies zeigt aber auch, daß der Mittelpunkt und der Radius um ABEF nicht nur als O_3 und R_3 (bezogen auf dreifache Bedeckung), sondern auch als O_4 und R_4 (bezogen auf vierfache Bedeckung) angesehen werden kann.

Wie in Bild 5.4 gezeigt, bewegt sich der Subsatellitenpunkt F gerade aus dem Umgebungskreis des sphärischen Dreieckes ABE hinaus, während der Subsatellitenpunkt E sich in den Umgebungskreis der sphärischen Dreieckes ABF hineinbewegt, d.h. zuerst hat das sphärische Dreieck ABF dreifache Bedeckung und das sphärische Dreieck ABE vierfache Bedeckung und später genau umgekehrt. Der Umgebungskreis des sphärischen Dreieckes ABG hat einen Radius R_5 und den Mittelpunkt O_5 und schließt die Subsatellitenpunkte C, D, E und F ein. Es hat aber auch einen Radius $180^\circ - R_5$ und den Mittelpunkt O_5 auf der anderen Seite der Erde und schließt die drei übrigen Subsatellitenpunkte H, J und K dieses Systems aus 10 Satelliten ein und hat dort vierfache Bedeckung.

In gleicher Weise hat der Umgebungskreis des sphärischen Dreieckes ABD einen zweiten Radius $180^\circ - R_2$ mit Mittelpunkt auf der entgegengesetzten Seite von O_2 und schließt die 6 Subsatellitenpunkte E - K ein und garantiert siebenfache Bedeckung. Weiterhin hat auch der Umgebungskreis des sphärischen Dreieckes ABC einen zweiten Radius $180^\circ - R_1$ mit dem Mittelpunkt auf der anderen Seite von O_2 und schließt die sieben Subsatellitenpunkte D - K ein und hat achtfache Bedeckung. Um zu versichern, daß jeder geeignete Punkt als möglicher Kandidat für $R_{max,n}$ untersucht wurde, ist es notwendig, die beiden größten und kleinsten Radien der Umgebungskreise aller möglichen sphärischen Dreiecke aus drei Subsatellitenpunkten zu untersuchen und die Anzahl der Subsatellitenpunkte zu finden, die in jedem Fall eingeschlossen sind. Trotzdem sind für viele Konfigurationen, wie z.B. 6/6/4 nur die kleinsten Radien von praktischem Interesse. Es gibt aber auch andere Konfigurationen, wie z.B. für die Konfiguration 6/6/5, wo auch die großen Radien wichtig sind.

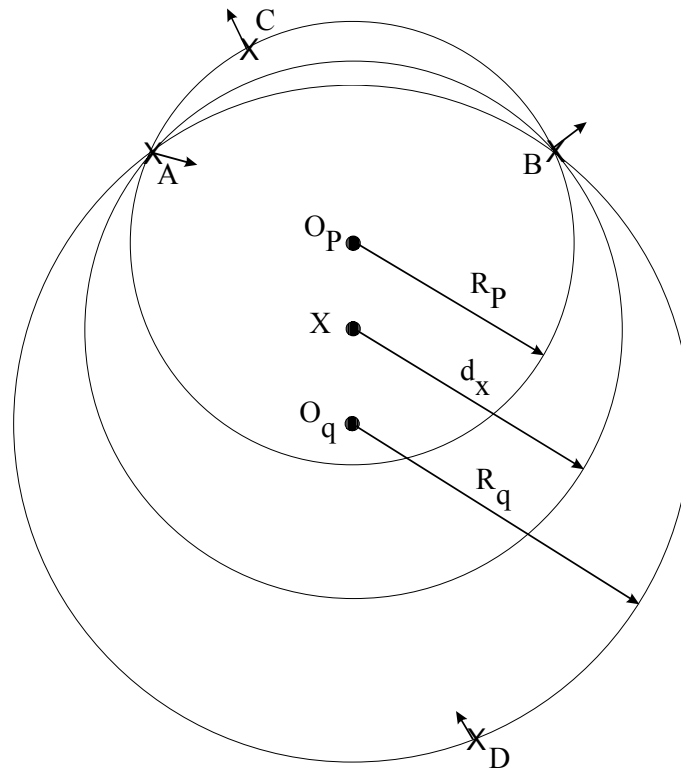


Abbildung 5.5: Beispiel für die Berechnung von R_n : Zentrum des Umgebungs-kreises außerhalb des Dreiecks

Es wurde bereits angedeutet, daß O_3 in Bild 5.4 als Mittelpunkt des Umgebungs-kreises des sphärischen Dreieckes ABE ein wenig geeigneter Punkt für dreifache Bedeckung ist. Der Grund für diese Einstufung erklärt sich anhand des Bedeckungsbeispiels in Bild 5.5. In diesem Bild sind die Punkte A, B und C drei Subsatellitenpunkte, deren Umgebungs-kreis seinen Mittelpunkt O_P außerhalb des sphärischen Dreieckes ABC hat. Betrachtet man drei Beobachter bei den Subsatellitenpunkten O_P , X und O_Q , welche alle senkrecht zur Verbindung zwischen den Subsatellitenpunkten A und B liegen und zunehmenden Abstand zum Subsatellitenpunkt C haben, so ist ersichtlich, daß der Beobachter beim Punkt X von allen drei Punkten A, B und C weiter entfernt ist als der Beobachter beim Punkt O_P , und der Beobachter bei O_Q ist noch weiter von den drei Punkten entfernt, so daß O_Q in der Tat kein lokal geeigneter Punkt ist. Die Distanz zu den Subsatellitenpunkten A und B nimmt von R_P beim Punkt O_P zu d_X beim Punkt X und zu R_Q beim Punkt O_Q zu, während die Zunahme zum Subsatellitenpunkt C noch größer ist. Jedoch ist O_Q der Mittelpunkt des Umgebungs-kreises um ABC, wobei D ein benachbarter Subsatellitenpunkt ist, so daß O_Q innerhalb des sphärischen Dreieckes ABD liegt. Deshalb ist O_Q ein wenig geeigneter Punkt und R_Q ist ein möglicher Kandidat für den Wert $R_{\max,n}$. Daraus folgt also, daß nicht alle sphärischen Dreiecke, die durch Kombination von drei Subsatellitenpunkten gebildet werden können, Kandidaten für den Wert von $R_{\max,n}$ sind. Der Wert $R_{\max,n}$ wird unter den Radien der Umgebungs-kreise derjenigen sphärischen Dreiecke gefunden, deren Mittelpunkte innerhalb der jeweiligen sphärischen Dreiecke liegen. Jedoch löschen sich bei der Untersuchung die nicht-gültigen Radien selbst aus, da jeder Radius einen größeren, gültigen Radius in seiner Nachbarschaft hat. Aus Bild 5.4 wird klar, daß ABEF ein Grenzfall ist. Der Wert R_3 ist kein gültiger Kandidat für den Wert $R_{\max,3}$. Der Wert ist zwar der Radius der Umgebungs-kreise der

sphärischen Dreiecke ABE und ABF, da O_3 außerhalb dieser Dreiecke liegt, es ist aber kein Kandidat in Bezug auf die beiden sphärischen Dreiecke AEF und BEF, da O_3 innerhalb dieser Dreiecke liegt. Der Radius R_3 muß deshalb als möglicher Kandidat für den Wert $R_{\max,4}$ betrachtet werden [Wal84a].

Bisher wurde nur die Bestimmung des Wertes $R_{\max,n}$ für eine augenblickliche (feste) Konfiguration einer Satellitenkonstellation betrachtet, die Bewegung der Satelliten und damit die Veränderung ihrer Positionen im Raum wurde nicht berücksichtigt. Von Interesse ist aber der maximale Wert von R über ein ganzes Wiederholungsintervall, dieser maximale Wert wird mit $R_{\text{Max},n}$ (Mit großem M am Anfang von Max) bezeichnet. Die Liste der sphärischen Dreiecke, deren Umgebungskreise $n - 1$ andere Subsatellitenpunkte einschließen und deren Radien deshalb potentielle Kandidaten für den Wert von $R_{\text{Max},n}$ sind, ändert sich, wenn die Phasenwinkel der Satelliten sich während eines Umlaufes ändert, so daß sich Subsatellitenpunkte aus den Umgebungskreisen hinein- oder herausbewegen. In Bild 5.4 bewegt sich der Satellit B von außen in den Umgebungskreis AEF hinein, welcher dann drei statt zwei Subsatellitenpunkte beinhaltet und deshalb ein Beispiel für vierfache statt für dreifache Bedeckung wäre.

Im Allgemeinen wird der aktuelle Wert von $R_{\text{Max},n}$ von einem oder mehreren sphärischen Dreiecken bei einem bestimmten Wert des Phasenwinkels gebildet. Es tritt aber manchmal auch der Fall auf, daß der Wert von $R_{\text{Max},n}$, gegeben durch ein einziges sphärisches Dreieck, Maxima bei verschiedenen Werten des Phasenwinkels hat. Gewöhnlich ist es aber so, daß $R_{\text{Max},n}$ dann auftritt, wenn das relevante sphärische Dreieck an einem bestimmten Punkt von n -facher zu $(n+1)$ -facher Bedeckung oder umgekehrt wechselt. Deshalb verschwindet z.B. AEF genau dann aus der Liste für dreifache Bedeckung und $R_{\text{Max},3}$ für diese Konfiguration ist gleich dem Wert von R_3 .

5.1.4.4 Vorgehensweise zur Analyse der Deltakonfiguration mittels Computer

Die Analyse von Deltakonfigurationen mittels Computer wurde erst seit der Zeit möglich, in der die ersten leistungsfähigen Computer verfügbar waren. In früheren Phasen, wie in [Wal70a] beschrieben, wurde die Vorgehensweise zur Berechnung von Deltakonfigurationen folgendermaßen umgesetzt:

- (1) Aufzeichnung der Konfiguration auf der Erde für Satelliten, die am Anfang und am Ende des Wiederholungsintervalls der Konfiguration befinden, und für kleine und große Inklinationwinkel i
- (2) Identifizierung des sphärischen Dreieckes, welches den größten Umgebungskreis besitzt und Auffindung des ungefähren Radius durch sphärische Geometrie
- (3) Lösung der Dreiecksgleichungen durch Formeln der sphärischen Geometrie und Bestimmung von i_{opt} und $R_{\text{Max},1}$

Diese Vorgehensweise ist anwendbar auf Konfigurationen, welche nur eine kleine Anzahl an Satelliten besitzt. Das Risiko, einen Fehler bei der Identifizierung des Dreieckes zu machen, welches den größten Umgebungskreis besitzt, nimmt mit steigender Satellitenzahl n zu und man erkennt bald, daß ein Computeransatz für größere Satellitenzahlen und größeren Bedeckungszahlen notwendig ist. Einige andere Bedeckungsstudien [Mor73a, Bog74a] verwenden auch Computerprogramme, welche die Anzahl der sichtbaren Satelliten oberhalb

eines minimalen Elevationswinkels berechnet, wobei bei jedem ein Gitternetz von vielen Punkten über die Erdoberfläche gelegt wird.

Dieser Ansatz ist aber nur eine grobe Abschätzung, da die Genauigkeit nur dann gut wird, wenn eine sehr große Anzahl an Punkten über die Erdoberfläche verteilt wird.

Die hier beschriebene Computeranalyse berechnet exakt die Radien der Umgebungskreise. In der vorgestellten Computeranalyse ist es nur notwendig, die Gesamtanzahl der Satelliten n und die Anzahl der Orbits p anzugeben. Das Programm untersucht dann die möglichen Konstellationen für alle möglichen m und gibt für die optimale Konstellation den optimalen Inklinationwinkel i_{opt} und das beste m aus. Der Ablauf des Programmes ist folgendermaßen: Anhand der gegebenen Satellitenanzahl n und der Anzahl der Orbits p wird die Anzahl der Satelliten s berechnet. Das Programm startet dann mit dem ersten m -Wert, wobei für m gilt

$$m = \frac{(0..n-1)}{s},$$

und dem ersten Inklinationwinkel i und berechnet daraus die Längen- und Breitengrade bzw. die ECI-Koordinaten jedes Satelliten. Weiterhin wird das Untersuchungsintervall anhand der Anzahl der Satelliten berechnet, die gleichzeitig durch die Knoten fliegen.

Als nächstes werden die Satelliten in Paaren angeordnet, wobei es $\frac{1}{2}n(n-1)$ Paare gibt (z.B. ergeben sich für $n = 24$ Satelliten genau 276 Paare an Satelliten).

Für jedes Satellitenpaar wird der Winkelabstand zwischen den jeweiligen zwei Satelliten berechnet und in einem Feld gespeichert. Als nächstes werden jeweils drei Satelliten zu einem sphärischen Dreieck zusammengefaßt, wobei $\frac{1}{3}n(n-1)(n-2)$ Satellitentrios bzw. sphärische Dreiecke entstehen. Jedes sphärische Dreieck wird anschließend mit Hilfe der Formeln der sphärischen Geometrie gelöst: Die Seiten sind bekannt und auch die Winkelabstände zwischen den Satelliten wurden bereits berechnet, so daß die restlichen Winkel des Dreieckes gefunden werden können. Wenn die drei Satelliten vollständig identifiziert worden sind, daß sie auf einem Kreis liegen, dann wird der Radius des Umgebungskreises auf 90° gesetzt, andernfalls wird der kleinere Wert von R durch die Formel zur Berechnung des Mittelpunktes des Umgebungskreises (siehe Abschnitt 2.5) verwendet.

Für diese Formel gilt

$$\sin R_{ijk} = \frac{4 \sin^2\left(\frac{r_{ij}}{2}\right) \sin^2\left(\frac{r_{jk}}{2}\right) \sin^2\left(\frac{r_{ki}}{2}\right)}{\left(\sin^2\left(\frac{r_{ij}}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{r_{jk}}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{r_{ki}}{2}\right)\right)^2 - 2\left(\sin^4\left(\frac{r_{ij}}{2}\right) + \sin^4\left(\frac{r_{jk}}{2}\right) + \sin^4\left(\frac{r_{ki}}{2}\right)\right)} \quad (5.2)$$

Mit Hilfe dieser Formel kann aus den drei Winkeln der Seiten der sphärischen Dreiecke der Satelliten i , j und k der Wert für R_{ijk} bestimmt werden. Mit Hilfe des Wertes von R_{ijk} können dann die ECI-Koordinaten des Mittelpunktes M des Umgebungskreises berechnet werden und die Winkeldistanz vom Mittelpunkt zu jedem Satelliten der Konfiguration kann dann gefunden werden. Diese Distanzen werden dann mit dem Radius des Umgebungskreises verglichen, wobei die Anzahl der Satelliten innerhalb des Umgebungskreises gefunden werden können. Anhand dieser eingeschlossenen Satellitenanzahl kann anschließend die Bedeckungszahl des jeweiligen sphärischen Dreieckes gefunden werden. Bei gewünschter einfacher Bedeckung sind dann nur die sphärischen Dreiecke zu berücksichtigen, welche keine weiteren Satelliten als die drei Satelliten einschließen, aus denen die jeweiligen Dreiecke selbst gebildet werden. Bei vollständiger zweifacher Bedeckung muß mindestens ein

Satellit in jedem zu untersuchenden sphärischen Dreieck eingeschlossen sein (siehe Abschnitt 5.1.4.2 für zweifache Bedeckung bzw. Abschnitt 5.1.4.3 für mehrfache Bedeckung).

Diese Vorgehensweise wird dann für andere Inklinationwinkel i und Werte von m wiederholt, woraus dann für jeden Wert von m ein optimaler Inklinationwinkel i_{opt} und ein optimaler Bedeckungsradius R berechnet wird. Die optimalen Werte für den Inklinationwinkel und dem Bedeckungsradius werden in dem hier verwendeten Computerprogramm mit einer Genauigkeit von 6 Stellen hinter dem Komma berechnet.

5.1.4.5 Numerische Ergebnisse der Berechnung

Einige numerische Ergebnisse, die durch Verwendung des in Abschnitt 5.1.4.4 verwendeten Computerprogramms erstellt wurden, sind in den Tabelle 5.1 aufgelistet.

n	p	s	m	i_{opt}	R_{ijk}
5	1	5	1	43,661517	69,150949
6	6	1	4	53,125484	66,415776
6	2	3	2/3	52,229816	66,711798
7	7	1	5	55,686860	60,257010
8	8	1	6	61,865321	56,514540
8	4	2	5/2	43,883255	57,616996
8	2	4	5/4	48,231650	56,943513
9	9	1	7	70,294130	54,803806
9	3	3	2/3,5/3,8/3	56,972246	60,401302
10	10	1	7	47,981100	51,498870
10	5	2	7/2	57,109688	52,226872
10	2	5	6/5	47,736157	53,216463
11	11	1	4	53,785904	47,605630
12	12	1	2	48,481434	49,571847
12	6	2	9/2	66,657764	49,507643
12	4	3	7/3	58,581011	58,509099
12	3	4	5/4,11/4	59,928576	47,198147
12	2	6	11/6	46,454388	50,358274
13	13	1	5	54,444480	43,760789
14	14	1	8	52,502027	44,367772
14	7	2	11/2	53,982484	41,956758
14	2	7	10/7	46,416687	49,255119
15	15	1	6	65,255029	42,707473
15	5	3	1/3,11/3	53,478974	42,677576
15	3	5	1/5,4/5,7/5,13/5	53,674099	42,004580
16	16	1	2	51,547185	43,650702
16	8	2	5/2,13/2	56,532331	40,105813
16	4	4	1/4,5/4,9/4,13/4	62,762107	46,067867
16	2	8	1/8,3/8,5/8,7/8,9/8,11/8,13/8,15/8	45,821644	48,023428

Tabelle 5.1: Numerische Ergebnisse für Deltakonfigurationen

5.2 Die Rider-Methode zur Berechnung der inklinierten kreisförmigen Satellitenkonstellation

Bei der Walker-Methode ist leider durch die Methode der Bedeckungsberechnung keine Bedeckung bestimmter Zonen oder Gebiete der Erde möglich, wie z.B. Bedeckung nur bis zum Breitengrad 70° oder eine Bedeckung zwischen den Breitengraden 20° und 60° , usw.

Eine weitere Möglichkeit zur Berechnung der inklinierten kreisförmigen Satellitenkonstellation wurde im Jahre 1986 von L. Rider [Rid86a] vorgestellt. Es wird dabei die gleiche Vorgehensweise wie bei der Berechnung der polaren kreisförmigen Satellitenkonstellation verwendet, d.h. mit Hilfe der Straße der Bedeckung. Ein Problem besteht aber durch die vielen Überschneidungen der Orbitbahnen, welche die Berechnungen über die Straße der Bedeckung erschweren. Es ergeben sich deshalb für jeden Bedeckungsgrad verschiedene Formeln zur Berechnung der halben Straßenbreite c der Straße der Bedeckung. In dieser Arbeit werden nur die Vorgehensweisen zur Bestimmung der Formeln für ein- und zweifache Bedeckung angegeben, die Berechnungsformeln für höhere Bedeckungsgrade sind in [Rid86a] zu finden.

Im folgenden werden jetzt aber einige wichtige Zusammenhänge angegeben, welche für die Berechnung der inklinierten kreisförmigen Satellitenkonstellation bei Verwendung der Straße der Bedeckung benötigt werden.

5.2.1 Wichtige Zusammenhänge der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation

Es läßt sich zeigen, daß der maximale erreichbare Breitengrad der Subsatellitenpunkte einer Satellitenumlaufbahn mit dem Inklinationwinkel i gleich dem Inklinationwinkel ist, in Bild 5.6 ist dies verdeutlicht.

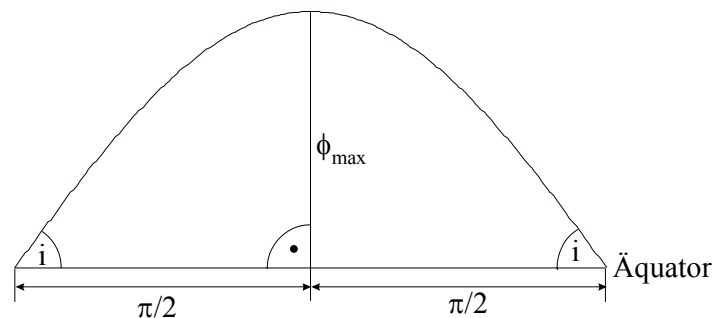


Abbildung 5.6: Maximaler Breitengrad ϕ_{\max} der Bahn der Subsatellitenpunkte auf der Erde

Durch Anwendung der Formeln der sphärischen Geometrie [BSe87a] im rechtwinkligen Kugeldreieck ergibt sich

$$\sin \frac{\pi}{2} = \cot i \tan \phi_{\max} \quad (5.3a)$$

woraus folgt

$$\tan \phi_{\max} = \tan i \quad (5.3b)$$

mit der Lösung $\phi_{\max} = i$, d.h. bei einem Inklinationwinkel von z.B. $i = 50^\circ$ erreicht die Bahn der Subsatellitenpunkte über der Erdoberfläche einen maximalen Breitengrad von $\phi_{\max} = 50^\circ$. Die maximale Ausleuchtung in nördlicher bzw. südlicher Richtung durch einen Satelliten, dessen Subsatellitenpunkt gerade auf diesen maximalen Breitengrad ist, ergibt sich dann als Summe des maximalen Breitengrades und der halben Straßenbreite c der Straße der Bedeckung. In Bild 5.7 ist eine solche Straße der Bedeckung für eine inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation dargestellt.

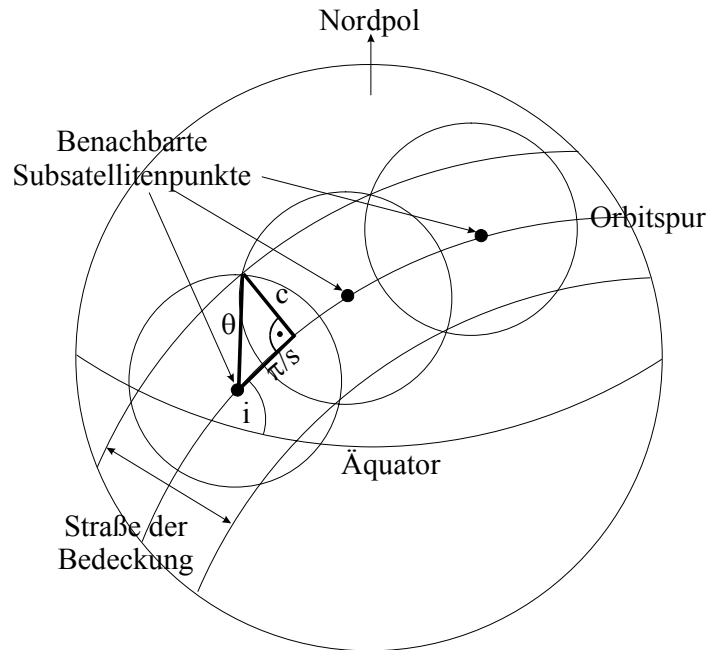


Abbildung 5.7: Straße der Bedeckung eines Orbits der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation

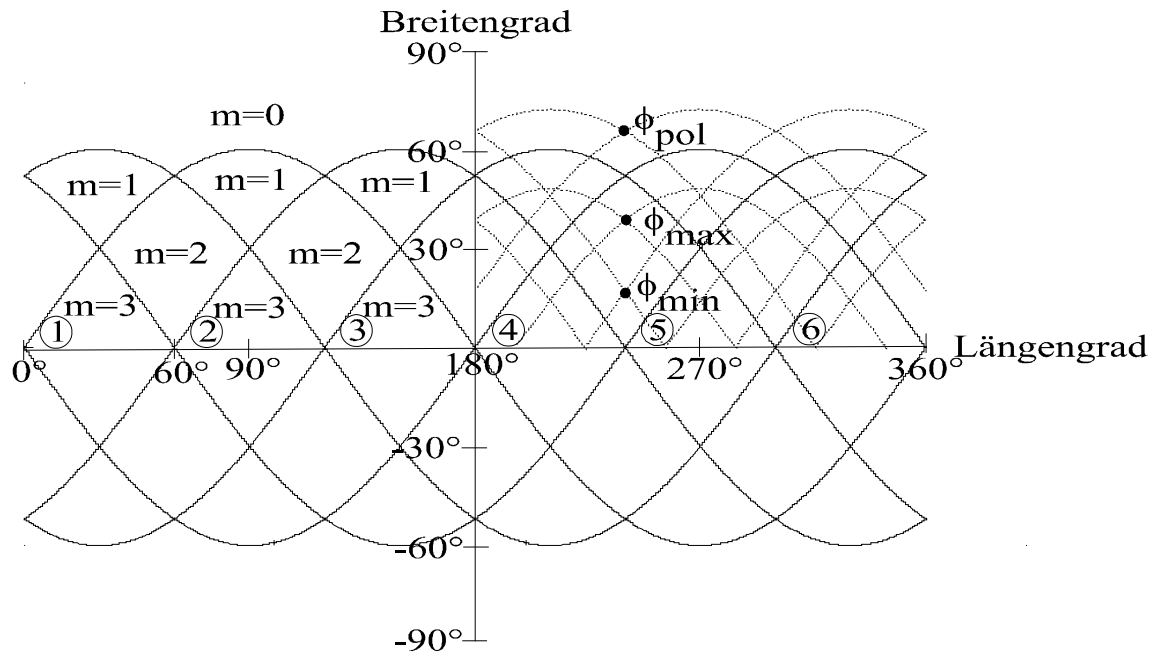
Es sei auch hier wieder die Voraussetzung (wie in Kapitel 4) gegeben, daß sich drei oder mehr gleichmäßig verteilte Satelliten in jedem der p -Orbits der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation befinden. Weiterhin haben alle Orbits den gleichen Inklinationwinkel i und alle Satelliten haben die gleiche Höhe h . Wie bei der polaren Orbitkonstellation ergibt auch hier wieder die Gleichung der Straße der Bedeckung

$$\cos c = \frac{\cos \theta}{\cos(\pi / s)} \quad (5.4)$$

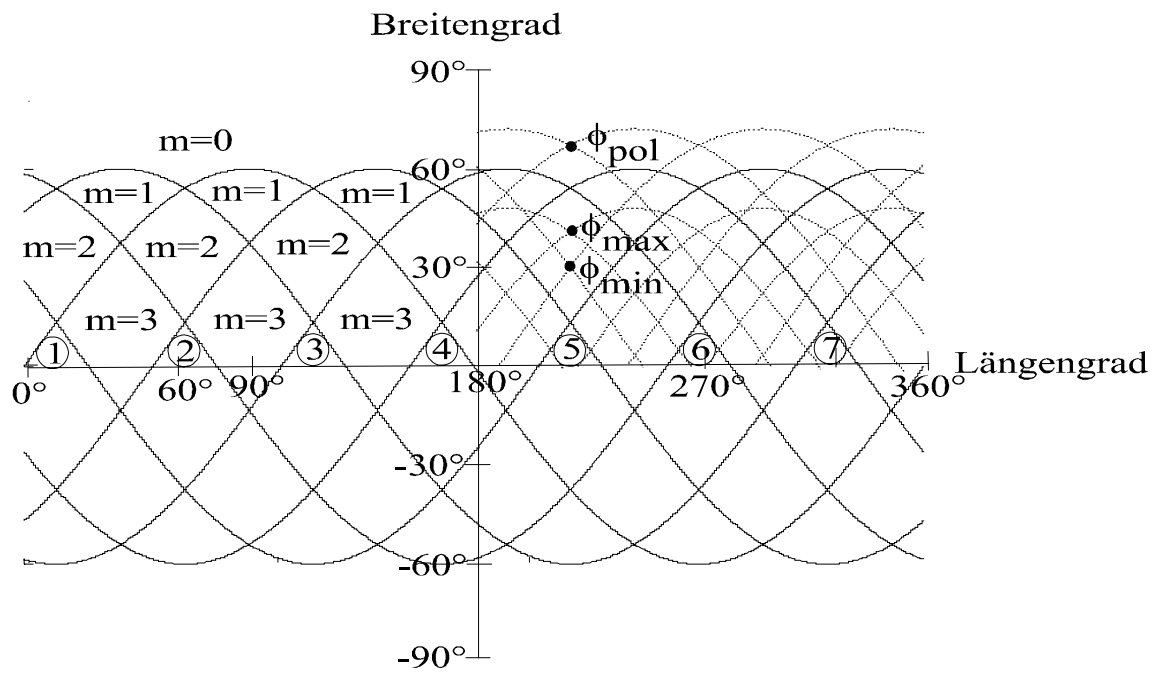
wobei c wieder die halbe Breite der Straße der Bedeckung ist. In Bild 5.7 ist dieser Zusammenhang zusätzlich veranschaulicht [Rid86a].

Anhand des Bildes erkennt man, daß die Orbitbahn unter dem Inklinationwinkel i verläuft und anders als die polare Orbitkonstellation nicht über den Pol geht, die Bedeckung aber den Pol erreichen kann (je nach Inklinationwinkel i und halber Straßenbreite c bzw. Elevationswinkel eines Beobachters auf der Erde).

Die Projektion von p gleich inklinierten und symmetrisch verteilten Orbits (der Abstand zwischen den aufsteigenden Knoten am Äquator ist wieder $2\pi/p$) auf der Erde ist in Bild 5.8 dargestellt. In diesem Bild sind die Orbitbahnen für $p = 6$ (Bild 5.8a) und für $p = 7$ (Bild 5.8b) gezeigt [Rid86a].



a) $p = 6$ (gerades p), $i = 60^\circ$



b) $p = 7$ (ungerades p), $i = 60^\circ$

Abbildung 5.8: Darstellung der Spuren der Subsatellitenpunkte als Projektion auf die flache Erde

Im weiteren soll der Begriff „Masche“ zwischen Orbits eingeführt werden: Eine Masche ist als das Gebiet auf der Sphäre definiert, welches von Orbitbahnen vollständig eingeschlossen bzw. begrenzt ist. Durch symmetrische Betrachtung zeigt sich, daß die Maschen über der nördlichen Hemisphäre in analoger Weise auch auf der südlichen Hemisphäre zu finden sind. In den Bildern 5.8a und 5.8b sind diese Maschen mit fortlaufender Nummerierung eingezeichnet, wobei die Masche $m = 0$ zur Vervollständigung eingezeichnet wurde, obwohl sie nicht der obigen Definition entspricht, da die Masche $m = 0$ über dem Pol nicht von projizierten Orbitbahnen eingeschlossen ist. Im allgemeinen existieren bei Hinzuzählen dieser Masche über dem Pol genau $p/2 + 1$ verschiedene Arten von Maschen für gerades p und $(p-1)/2 + 1$ verschiedene Maschen für ungerades p . (Beispiel: Für $p = 6$ gibt es die folgenden Maschenarten : $m = 0, m = 1, m = 2$ und $m = 3$). Die Anzahl der Maschen gleicher Art ist $2p$ für $m = 1, 2, 3$, d.h. es bestehen für $p = 6$ jeweils je 12 Maschen der Art $m = 1, 2, 3$). Für gerades p und bei gleichmäßiger bzw. symmetrischer Verteilung der aufsteigenden Knoten am Äquator fallen die aufsteigenden Knoten und die abfallenden Knoten (Schnittpunkte der Orbitbahnen mit dem Äquator in südlicher Richtung) aufeinander, wobei der Winkelabstand der Knoten gemäß Definition der inklinierten Orbitkonstellation genau $360^\circ/p$ beträgt, in Bild 5.8a ist dieser Zusammenhang ersichtlich.

Bei ungeraden p fallen die Knoten nicht mehr aufeinander und es ergibt sich ein Winkelabstand zwischen den auf- und absteigenden Knoten zu $180^\circ/p$.

Es sei nun vorausgesetzt, daß die Breite der Straße der Bedeckung in jedem Orbit identisch ist, was bei der anfangs gemachten Voraussetzung gleicher Höhe bzw. gleichmäßig verteilter Satelliten erfüllt ist.

Im folgenden wird nun eine allgemeine Beziehung zwischen dem Inklinationwinkel i , der halben Straßenbreite c und dem maximalen und minimalen Breitengrad der Straße der Bedeckung hergeleitet. In Bild 5.9 sind zwei gleich inklinierte Orbitbahnen und deren Schnittpunkt eingezeichnet. Weiterhin wurde auch die jeweilige Straße der Bedeckung beider Orbitbahnen dargestellt [Rid86a].

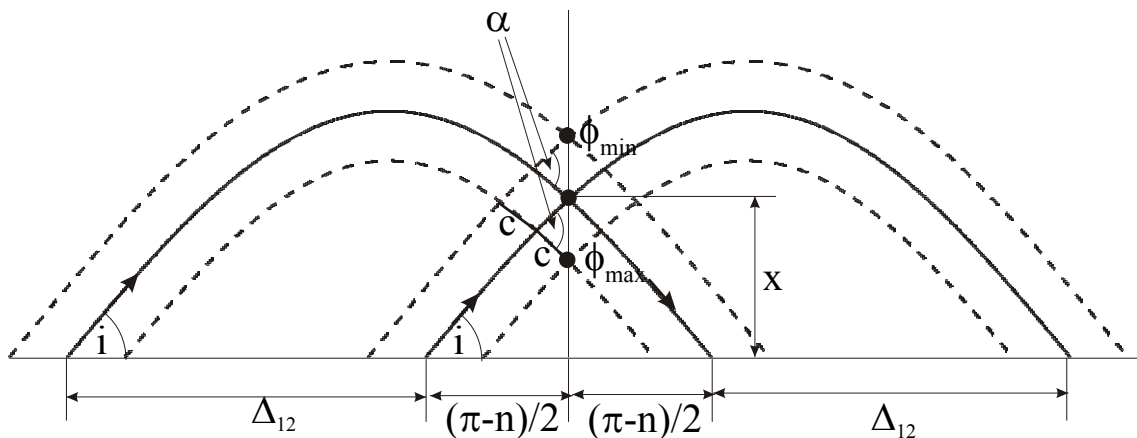


Abbildung 5.9: Schnittpunkt der Straße der Bedeckung zweier inklinierter Orbitbahnen

Mit Hilfe der sphärischen Geometrie können die folgenden Zusammenhänge aus Bild 5.9 angegeben werden, wobei ϕ_{\max} und ϕ_{\min} gemäß Bild 5.8a bzw. b gewählt wurden [Rid86a]:

$$\tan x = \tan i \sin(\pi/2 - \Delta_{12}/2) \tag{5.5}$$

und

$$\frac{\sin c}{\sin \alpha} = \sin(\phi_{\min} - x) \quad (5.6)$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin(\pi/2 - \Delta_{12}/2)} = \frac{\sin i}{\sin x} \quad (5.7)$$

Durch einige Umformungen können α und x zum Verschwinden gebracht werden. Man erhält schließlich am Schnittpunkt zweier Straßen der Bedeckung

$$\sin c = \sin \phi_{\min} \cos i - \cos \phi_{\min} \sin i \cos\left(\frac{\Delta_{12}}{2}\right) \quad (5.8a)$$

bzw. in analoger Weise

$$\sin c = \cos \phi_{\max} \sin i \cos\left(\frac{\Delta_{12}}{2}\right) - \sin \phi_{\max} \cos i \quad (5.8b)$$

wobei für $\cos(n/2)$ die folgenden Beziehungen einzusetzen sind

$$\cos(\Delta_{12}/2) = \begin{cases} \cos[(m+1)\pi/p] & \text{in Gleichung 5.8a} \\ \cos[(m-1)\pi/p] & \text{in Gleichung 5.8b} \end{cases} \quad (5.9)$$

Als allgemeine Beziehung für den maximalen Breitengrad ϕ_{\max} und den minimalen Breitengrad ϕ_{\min} für die Masche m (in Bild 5.8 ist ϕ_{\max} und ϕ_{\min} für die Masche $m = 2$ eingezeichnet) ergeben sich dann als Funktion von c und i die folgenden Beziehungen (nach Einsetzen von Δ_{12}):

$$\sin c = \sin \phi_{\min} \cos i - \cos \phi_{\min} \sin i \cos\left[\left(m+1\right)\frac{\pi}{p}\right] \quad (5.10)$$

bzw.

$$\sin c = \cos \phi_{\max} \sin i \cos\left[\left(m-1\right)\frac{\pi}{p}\right] - \sin \phi_{\max} \cos i \quad (5.11)$$

Mit Hilfe der sphärischen Geometrie kann auch eine Beziehung für den Breitengrad ϕ_{pol} (siehe Bild 5.8a und b), welcher sich aus dem Schnitt zwischen den nördlichsten/südlichsten Grenzen der Straße der Bedeckung benachbarter Orbits ergibt, angegeben werden:

$$\sin c = \sin \phi_{\text{pol}} \cos i - \cos \phi_{\text{pol}} \sin i \cos \frac{\pi}{p} \quad (5.12)$$

Die Gleichungen 5.10 - 5.12 gelten sowohl für gerade als auch ungerade Werte von p .

5.2.2 Berechnung der Gesamtkonstellation

Die allgemeine Berechnung der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation mit Hilfe der Straße der Bedeckung macht von der Bedeckung der Maschen Gebrauch, woraus sich dann eine Beziehung zwischen der halben Straßenbreite c und dem Inklinationswinkel i ergibt. Aus Bild 5.9 wird ersichtlich, daß der nicht abgedeckte Bereich innerhalb einer Masche dann kleiner wird, wenn c zunimmt. Es ergibt sich vollständige einfache Bedeckung, wenn

$$\phi_{\min} = \phi_{\max} \tag{5.13}$$

gilt [Rid86a].

Einsetzen dieser Beziehung in Gleichung 5.10 und 5.11 ergibt die folgende Beziehung für die Maschenbedeckung

$$\text{sinc} = \frac{\sin(m\pi / p) \sin(\pi / p) \sin i \cos i}{\sqrt{\cos^2 i + \cos^2(m\pi / p) \cos^2(\pi / p) \sin^2 i}} \tag{5.14}$$

Diese Beziehung für die Maschenbedeckung kann auf alle Arten von Maschen, mit Ausnahme der höchsten bzw. polaren Masche, angewendet werden. Die Bedeckung für die polare Masche ergibt sich aus Gleichung 5.12 mit $\phi_{\text{pol}} = \pi/2$ zu

$$c = \frac{\pi}{2} - i \tag{5.15}$$

In Bild 5.10 ist die Bedeckung für $p = 2$ bis $p = 5$ bei Sicht auf einen Pol gezeigt. Der Pol befindet sich dabei jeweils in der Mitte der Kreise. Der Kreisring stellt den Äquator dar und die Orbitbahnen sind jeweils durch durchgezogene Linien dargestellt und die Straße der Bedeckung (mit c gemäß Gleichung 5.15) durch gestrichelte Linien. In den Bildern ist jeweils auch die Bedeckungszahl der gleichzeitig sichtbaren Satelliten angegeben.

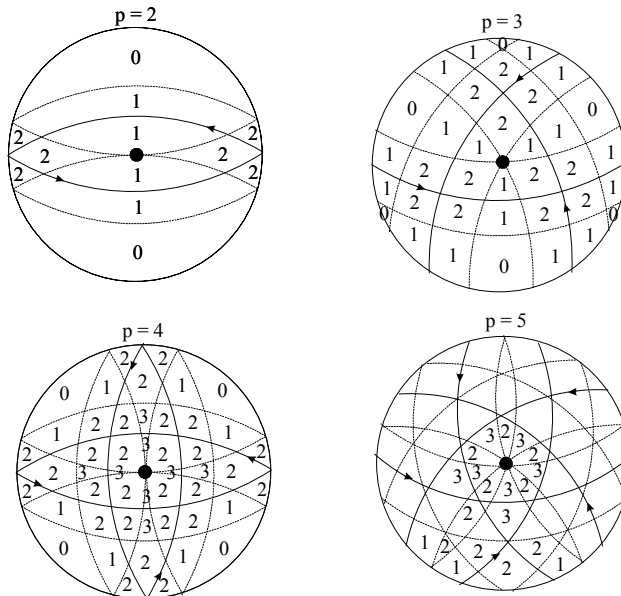


Abbildung 5.10: Polare Sicht auf die Bedeckung verschiedener inklinierter kreisförmiger Orbitkonstellationen mit $p = 2$ bis $p = 5$.

(Anmerkung: Die eingezeichneten Nummern geben die Bedeckungszahl der jeweils eingegrenzten Fläche an.)

Betrachtet man die Bilder für den Fall, daß p eine gerade Zahl ist ($p = 2, p = 4$), so fallen die aufsteigenden und die abfallenden Knoten der Orbitbahnen aufeinander und man erkennt, daß die Pole von mindestens $p / 2$ Satelliten bedeckt werden, falls $c = (\pi / 2) - i$ ist.

Bei einer ungeraden Zahl von Satelliten werden die Pole von mindestens $(p - 1) / 2$ Satelliten bedeckt.

Die maximale Zahl sichtbarer Satelliten kann bis zu p Satelliten betragen. Zur Verdeutlichung ist in Tabelle 5.2 die Anzahl der minimal und maximal sichtbaren Satelliten über den Polen für die Fälle $p = 2$ bis $p = 10$ aufgelistet [Rid86a].

Anzahl der Orbits p	Minimale Anzahl sichtbarer Sat.	Maximale Anzahl sichtbarer Sat.
2	1	2
3	1	3
4	2	4
5	2	5
6	3	6
7	3	7
8	4	8
9	4	9
10	5	10

Tabelle 5.2: Minimale und maximale Anzahl sichtbarer Satelliten über den Polen für verschiedene Anzahl von Orbits

Beispiel: Soll ein Satellitensystem eine Bedeckung über den Polen von $n = 4$ Satelliten haben, so besagt die Tabelle 5.2, daß mindestens 8 Orbits erforderlich sind. Es ist aber auch möglich, daß die Sonderfälle $p = 4, 5, 6$ oder 7 Orbits ausreichen, was aber in bestimmten Fällen eine Breite der Straße der Bedeckung von $c = \pi / 2$ erfordert, was aber physikalisch nicht realisierbar ist, oder daß ein Inklinationwinkel von 0° oder 90° gewählt werden muß, was aber dann nicht mehr als inklinierte Orbitkonstellation bezeichnet wird.

Im nächsten Abschnitt werden jetzt die Vorgehensweisen zur Bestimmung des optimalen Inklinationwinkels und der optimalen Breite der Straße der Bedeckung c für ein- und zweifache Bedeckung beschrieben.

5.2.2.1 Einfache Bedeckung

In diesem Abschnitt werden die Formeln zur Bestimmung des optimalen Inklinationwinkels der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation bei einfacher Bedeckung angegeben wobei eine vollständige Bedeckung zwischen den Breitengraden ϕ_{\min} und ϕ_{\max} erreicht und

$$\phi_{\min} < \phi_{\max}$$

gelten soll.

Für die globale Bedeckung der gesamten Erde ergibt sich dann

$$\phi_{\min} = 0^\circ \text{ und } \phi_{\max} = 90^\circ$$

oder für eine Bedeckung der Zone zwischen den Breitengraden 50° und 60° ergibt sich $\phi_{\min} = 50^\circ$ und $\phi_{\max} = 60^\circ$. Oft wird auch eine Bedeckung der bevölkerungsreichsten Gebiete der

Erde gewünscht, d.h. eine Bedeckung zwischen den Breitengraden 0° und 60° , so daß für $\phi_{\min} = 0^\circ$ und $\phi_{\max} = 60^\circ$ gewählt werden muß.

Es wird nun für eine vorgegebene Anzahl von p Orbits der Inklinationwinkel i und die Breite der Straße der Bedeckung für einfache Bedeckung bestimmt.

Um eine Bedeckung bis zum Breitengrad ϕ_{\max} zu erreichen, muß mit Hilfe von Gleichung 5.10 gelten

$$\text{sinc} \geq \sin \phi_{\max} \cos i - \cos \phi_{\max} \sin i \cos \frac{\pi}{p} \quad (5.16)$$

Weiterhin soll eine Bedeckung bis zum Breitengrad ϕ_{\min} erreicht werden. Die Bedingung, daß der untere Breitengrad ϕ_{\min} mit dem oberen Breitengrad bzw. dem Schnittpunkt der Grenzen der Straße der Bedeckung zusammenfällt, ist

$$\text{sinc} = \cos \phi_{\min} \sin i \cos \left[(m-1) \frac{\pi}{p} \right] - \sin \phi_{\min} \cos i \quad (5.17)$$

Um abzusichern, daß die Region zwischen den Breitengraden ϕ_{\min} und ϕ_{\max} fortlaufend bedeckt wird, müssen die zwischen den Breitengraden eingeschlossenen Maschen ebenfalls bedeckt sein. Da aber gilt, wenn eine Masche bedeckt wird (Gleichung 5.14), dann sind auch alle höheren Maschen bedeckt, vereinfacht sich diese Bedingung dahin, daß nur die Masche $(m-1)$ bedeckt sein muß. Gleichung 5.14 vereinfacht sich dann zu

$$\text{sinc} \geq \frac{\sin \left[(m-1) \frac{\pi}{p} \right] \sin \left(\frac{\pi}{p} \right) \sin i \cos i}{\sqrt{\cos^2 i + \cos^2 \left(\frac{\pi}{p} \right) \cos^2 \left[(m-1) \frac{\pi}{p} \right] \sin^2 i}} \quad (5.18)$$

Die allgemeine Lösung für die Masche m kann nun folgendermaßen bestimmt werden: Man muß einen Inklinationwinkel i mit $0 < i < \pi/2$ finden, welcher die Breite der Straße der Bedeckung c in Gleichung 5.18 und in den Gleichungen

$$\text{sinc} \geq a \sin i - b \cos i \quad (5.19)$$

$$\text{sinc} \geq e \cos i - d \sin i \quad (5.20)$$

minimiert, wobei für

$$a = \cos \phi_{\min} \cos \left[(m-1) \frac{\pi}{p} \right] \quad (5.21a)$$

$$b = \sin \phi_{\min} \quad (5.21b)$$

$$d = \cos \phi_{\max} \cos \frac{\pi}{p} \quad (5.21c)$$

$$e = \sin \phi_{\max} \quad (5.21d)$$

gilt [Rid86a].

Die Parameter a , b , d und e wurden zur Veranschaulichung der Verläufe der Gleichungen 5.21a bis 5.21d eingeführt und haben immer einen Wert zwischen 0 und 1 (vorausgesetzt ϕ_{\min} bzw. ϕ_{\max} wird nicht negativ gewählt).

Das angesprochene Problem kann auf verschiedene Arten gelöst werden. Es ist aber auch interessant zu sehen, was geometrisch passiert. In Abbildung 5.11 sind die verschiedenen Fälle für die resultierenden Werte von c grafisch dargestellt [Rid86a].

Die eingeführten Parameter a , b , d und e werden in Bild 5.11 als feste Werte angenommen. Durch Ableitung der Gleichung 5.19 nach der unabhängigen Variablen i wird ersichtlich, daß die Steigung dieser Gleichung als Funktion von i immer positiv ist und die Funktion monoton von $\sin c = 0$ (bei $i = \arctan(b/a)$) bis zu einem Maximum bei $\sin c = a$ steigt. In ähnlicher Weise kann auch die Gleichung 5.20 untersucht werden: Die Gleichung hat ihr Maximum bei $\sin c = e$ und hat negative Steigung. Sie fällt monoton über i ab, bis sie bei $i = \arctan(e/d)$ den Wert $\sin c = 0$ erreicht. Die Gleichung 5.18 hat einen Nullpunkt für $i = 0$ und für $i = \pi/2$ und erreicht ein Maximum irgendwo innerhalb des Intervalls zwischen den Nullpunkten.

Ausgehend von der Erkenntnis, daß die Region im $(\sin c, i)$ -Raum, welche jede der Gleichungen 5.18 bis 5.20 erfüllt, unterhalb oder auf den Kurven der Gleichungen 5.18-5.20 liegen, gibt es verschiedene Lösungen. In Bild 5.11 sind die verschiedenen Lösungen eingezeichnet.

Falls der Schnittpunkt der Kurven der Gleichungen für ϕ_{\min} bzw. ϕ_{\max} den kleinsten Wert für c liefert, der alle drei Gleichungen erfüllt, so wird diese Lösung nach Rider [Rid86a] auch als Typ-I-Lösung bezeichnet. Diese Lösung ist die passende Lösung für fast alle Konstellationen. Durch gleichzeitiges Lösen von Gleichung 5.19 und Gleichung 5.20 und Ersetzen des Ungleichheitszeichens durch ein Gleichheitszeichen in beiden Gleichungen und anschließenden Gleichsetzen der beiden Gleichungen ergibt sich mit

$$z = \frac{b+e}{a+d} \tag{5.22}$$

folgender optimaler Wert für c und i

$$c = \arcsin \left[\frac{e-dz}{\sqrt{1+z^2}} \right] \tag{5.23}$$

und

$$i = \arctan z \tag{5.24}$$

Durch die Lösung von Typ-I kann bei Vorgabe von ϕ_{\min} und ϕ_{\max} eine globale Bedeckung der gesamten Erde ($\phi_{\min} = 0^\circ$, $\phi_{\max} = 90^\circ$), eine Bedeckung bis zu bestimmten Breitengraden ($\phi_{\min} = 0^\circ$, $\phi_{\max} = 60^\circ$), eine Bedeckung bestimmter Zonen ($\phi_{\min} = 50^\circ$, $\phi_{\max} = 60^\circ$) oder eine polare Bedeckung ($\phi_{\min} = 0^\circ$, $\phi_{\max} = 60^\circ$) erreicht werden. Bei einer gewünschten globalen Bedeckung der gesamten Erde vereinfachen sich die Formeln für den Inklinationswinkel (Gleichung 5.22/5.24) und für die halbe Breite der Straße der Bedeckung c (Gleichung 5.23) mit $\phi_{\min} = 0^\circ$ und $\phi_{\max} = 90^\circ$ zu

$$\tan c = \cot i = \begin{cases} \sin(\pi/p) & \text{für } p \text{ gerade} \\ \sqrt{\sin[\pi/2p]\sin[3\pi/(2p)]} & \text{für } p \text{ ungerade} \end{cases} \tag{5.25}$$

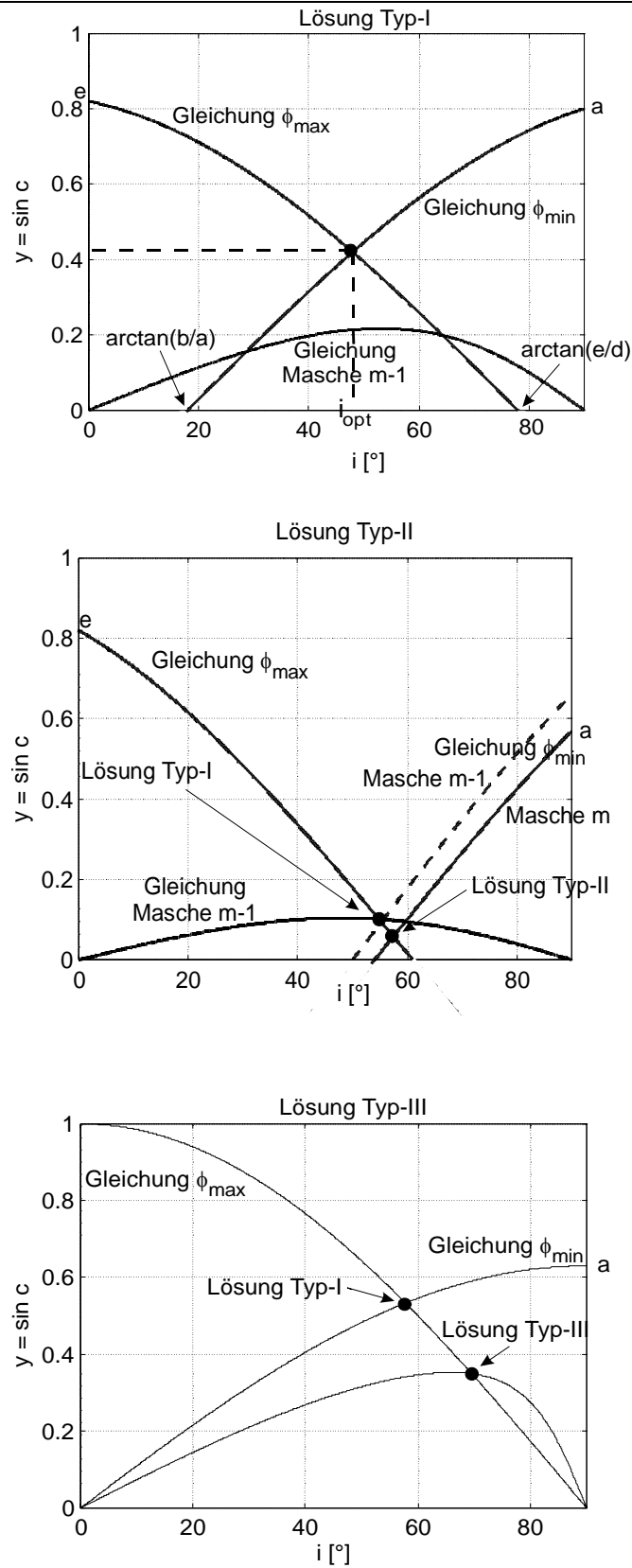


Abbildung 5.11: Verschiedene optimale Lösungen für die halbe Breite der Straße der Bedeckung c

Falls der Schnittpunkt der Kurven von ϕ_{\min} und ϕ_{\max} für die Masche m ein kleineres c besitzt als der Schnittpunkt vom Typ-I der Masche $m - 1$ (in Bild 5.11b gezeigt), so wird diese Lösung als Typ-II Lösung bezeichnet. Diese Lösung ergibt sich durch gleichzeitiges Lösen von Gleichung 5.18 und Gleichung 5.19 jeweils durch Ersetzen des Ungleichheitszeichen durch ein Gleichheitszeichen, wobei die Parameter a , b , d und e wieder wie in den Gleichungen 5.21a-d definiert sind [Rid86a].

Die Typ-II Lösung ergibt sich unregelmäßig und meistens bei einem Übergang der Typ-I Lösung von einer bestimmten Masche zur nächst niedrigeren Masche bei gleichzeitiger Zunahme von p . Die Darstellung von Abbildung 5.11b ist die Darstellung der Masche $m = 2$ der Lösung vom Typ-II und $m = 1$ der Lösung vom Typ-I bei einfacher Bedeckung einer bestimmten Zone zwischen den Breitengraden von ϕ_{\min} und ϕ_{\max} . Es zeigt sich, daß die Typ-II Lösung nur bei Bedeckungsberechnung von Zonen zwischen Breitengraden und bei polarer Bedeckung auftritt.

Es gibt auch noch eine weitere Lösung. Diese Lösung wird als Typ-III Lösung bezeichnet und ist im Bild 5.11c dargestellt. Diese Lösung ist aber nur anwendbar, falls die Masche für die Typ-I Lösung die kleinste Masche ist, p ungerade ist und ϕ_{\min} klein ist. Falls diese Umstände zutreffen, erfolgt eine Schließung der kleinsten Masche bei einem Breitengrad größer 0° . In diesem Fall kann c zur Schließung der Masche kleiner sein als bei der Typ-I Lösung. Die Typ-III Lösung ergibt sich als Lösung der Gleichungen 5.20 und 5.14, wenn $m = (p - 1)/2$ in Gleichung 5.14 eingesetzt wird. Das Bild 5.11 ist eine Darstellung der Masche $m = 3$ von der Typ-I Lösung und der Typ-III Lösung für einfache globale Bedeckung mit $p = 7$. Die allgemeine Typ-II und Typ-III Lösung führt zu eine quadratischen Gleichung in $\tan i$, welche aber mit Hilfe konventioneller Iterationsmethoden gelöst werden kann. In Tabelle 5.3 sind verschiedene inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation, welche mit Hilfe der Rider-Methode berechnet wurden, für verschiedene Breitengrade der Bedeckungen aufgelistet.

p	s	n	θ [°]	i_{opt} [°]	c_{opt} [°]	h_1 [km], $E = 10^\circ$	h_2 [km], $E = 20^\circ$
2	3	6	69,295189	45,000000	45,000000	27435,578780	480859,249977
3	5	15	48,657434	54,735611	35,264390	5695,598627	10090,057235
4	8	32	41,031875	54,735610	35,264390	3609,714042	5996,846434
5	9	45	32,808458	63,434949	26,565051	2183,730381	3536,952724
6	11	66	30,885303	63,434949	26,565051	1930,145110	3122,144379

a) Vollständige einfache Bedeckung $\phi_{\min} = 0^\circ$, $\phi_{\max} = 90^\circ$

p	s	n	θ [°]	i_{opt} [°]	c_{opt} [°]	h_1 [km], $E = 10^\circ$	h_2 [km], $E = 20^\circ$
2	3	6	68,631201	43,219179	43,219179	25486,351309	244523,695845
3	5	15	46,481220	46,347034	31,663370	4996,586527	8641,270099
4	8	32	36,735086	44,719114	29,837566	2786,570545	4548,699165
5	9	45	30,822435	49,107025	23,953875	1922,264881	3109,347046
6	11	66	25,509525	49,725515	22,425272	1540,201596	2494,958064

b) Einfache Bedeckung zwischen $\phi_{\min} = 0^\circ$ und $\phi_{\max} = 60^\circ$

Tabelle 5.3: Verschiedene inklinierte kreisförmige Orbitkonstellationen für einfache Bedeckung

5.2.2.2 Doppelte Bedeckung

Die Lösung für die doppelte Bedeckung mit Hilfe der Straße der Bedeckung ist nur abhängig von der Beziehung zwischen benachbarten Umlaufbahnen, die Maschennummern werden für die Berechnung in die entstehenden Gleichungen mit einbezogen. Für einen zufälligen Inklinationswinkel i und einer Anzahl von Umlaufbahnen p gilt: Steigt die halbe Straßenbreite der Straße der Bedeckung c an, so ist die erste Masche, welche einfach bedeckt wird, die höchste nicht polare Masche (siehe Bild 5.12). Das Bild 5.12a zeigt die Situation bei welcher c nicht ausreicht, um die höchste nicht polare Masche zu schließen [Rid86a].

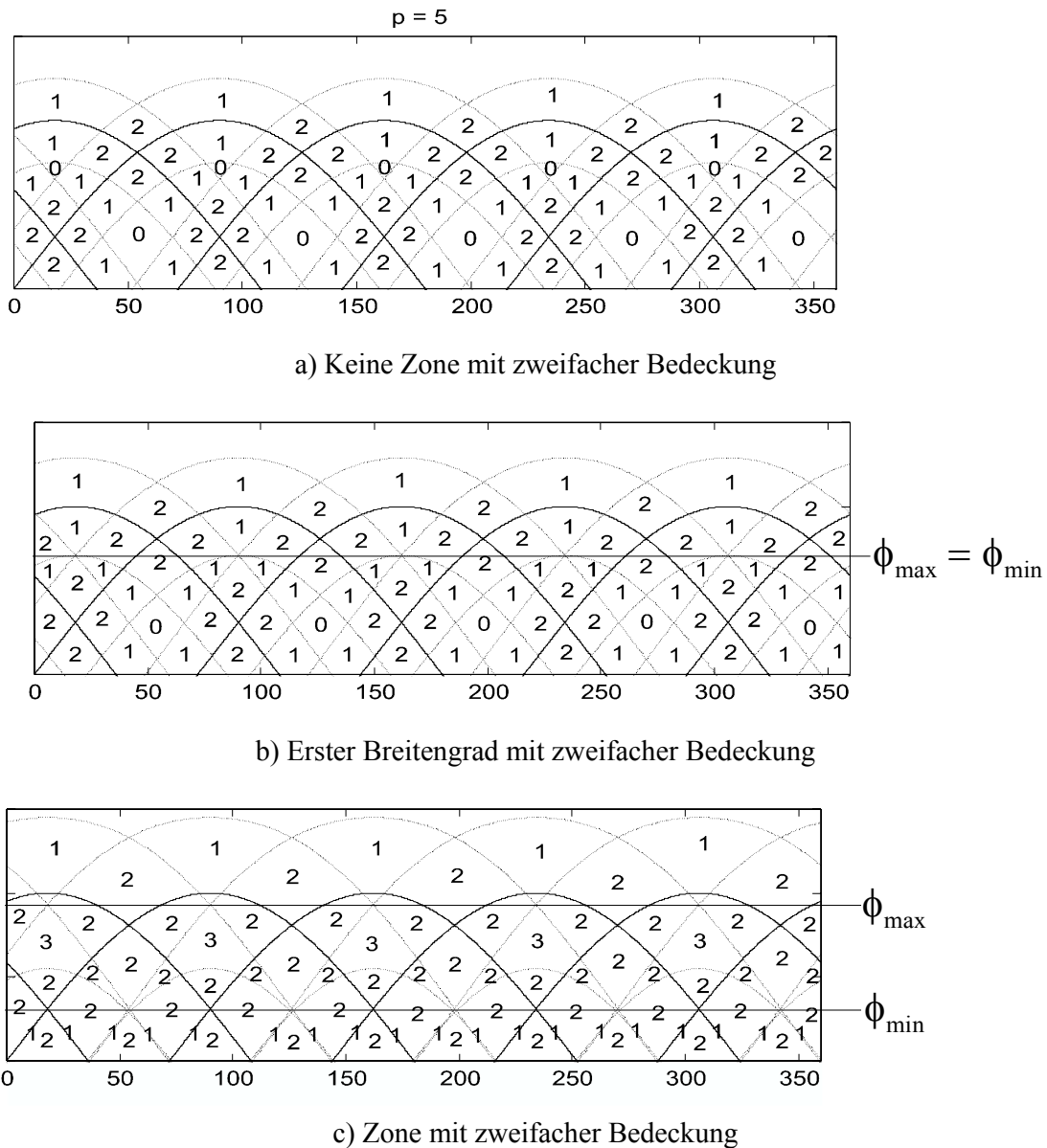


Abbildung 5.12: Geometrie zweifacher Bedeckung

Man erkennt aber, daß zweifache Bedeckung genau an den Gebieten um die Schnittpunkte der Orbitbahnen auftreten. Vergrößert man c so weit, daß die höchste nicht-polare Masche

geschlossen wird (Bild 5.12b), so vergrößert sich das Gebiet mit der zweifachen Bedeckung um die Schnittpunkte herum und es entstehen schließlich Punkte, an denen sich die Gebiete mit zweifacher Bedeckung berühren. Es kann nun eine Linie durch diese Punkte gezogen werden, welche einen bestimmten Breitengrad sowohl auf der nördlichen als auch auf der südlichen Hemisphäre aufweist.

Wird die halbe Straßenbreite c noch weiter vergrößert (siehe Bild 5.12c), so entsteht ein Gebiet mit zweifacher Bedeckung zwischen den Breitengraden ϕ_{\min} und ϕ_{\max} wobei es innerhalb dieses Gebietes auch schon Zonen mit dreifacher Bedeckung gibt.

Für den Breitengrad ϕ_{\max} ergibt sich folgende Beziehung

$$\text{sinc} \geq \sin \phi_{\max} \cos i - [\cos \phi_{\max} \cos(2\pi / p)] \sin i \quad (5.26)$$

und für ϕ_{\min} gilt

$$\sin^2 c = [\cos \phi_{\min} \sin(\pi / p)]^2 \sin^2 i - [\sin \phi_{\min} \tan(\pi / p)]^2 \cos^2 i \quad (5.27)$$

Als Voraussetzung gilt aber, daß die halbe Straßenbreite c bereits so groß gewählt sein muß, daß die höchste nicht-polare Masche $m - 1$ einfach bedeckt ist, so daß Gleichung 5.14 auch für $m = 1$ gilt, d.h. es muß gelten

$$\text{sinc} \geq \frac{\sin^2(\pi / p) \sin i \cos i}{\sqrt{\cos^2 i + \cos^4(\pi / p) \sin^2 i}} \quad (5.28)$$

Diese Gleichungen sind für die Bedeckung bestimmter Zonen und bis zu bestimmten Breitengraden ($<90^\circ$) für $p \geq 3$ anwendbar. Für globale Bedeckung der gesamten Erde und für polare Bedeckung sind die Gleichungen erst für $p \geq 4$ anwendbar. Ähnlich wie bei der einfachen Bedeckung wird bei der Lösung vom Typ-I in den obigen Gleichungen anstelle des Ungleichheitszeichen ein Gleichheitszeichen eingesetzt und als Lösung für die Inklination ergibt sich durch gleichzeitiges Lösen den Gleichungen 5.26 und 5.27

$$i_1 = \arctan \left\{ \frac{-de + \sqrt{[(de)^2 + (b^2 + e^2)(a^2 - d^2)]}}{(a^2 - d^2)} \right\} \quad (5.29)$$

und für c_1

$$c_1 = \arcsin(e \cos i_1 - d \sin i_1) \quad (5.30)$$

mit

$$a = \cos \phi_{\min} \sin \frac{\pi}{p} \quad (5.31a)$$

und

$$b = \sin \phi_{\min} \tan \frac{\pi}{p} \quad (5.31b)$$

$$d = \cos \phi_{\max} \cos \frac{2\pi}{p} \quad (5.31c)$$

$$e = \sin \phi_{\max} \quad (5.31d)$$

und als Lösung für Typ-II ergibt sich aus den Gleichungen 5.26 und 5.27

$$i_2 = \arctan \sqrt{\left\{ \frac{-(4a^2 - v^2 - b^2w^2) + \sqrt{[(4a^2 - v^2 - b^2w^2)^2 + 16(abw)^2]}}{2(aw)^2} \right\}} \quad (5.32)$$

und für c_2

$$c_2 = \arcsin \sqrt{(a^2 \sin^2 i_2 - b^2 \cos^2 i_2)} \quad (5.33)$$

mit a, b, d und e gemäß Gleichung 5.31a-d und

$$v = 2 \sin^2(\pi / p) \quad (5.34a)$$

$$w = 2 \cos^2(\pi / p) \quad (5.34b)$$

Eine Lösung vom Typ-III gibt es bei zweifacher Bedeckung nicht. Es zeigt sich aber, daß für die Bedeckung bis zu bestimmten Breitengraden und für die globale Bedeckung die Lösung von Typ-I immer passend ist.

Die Formeln für höhere Bedeckungsgrade bei Verwendung der inklinierten Orbitkonstellation können in ähnlicher Weise wie für die ein- und zweifache Bedeckung hergeleitet werden, die vollständigen Bedeckungsformeln für drei- und vierfache Bedeckung finden sich in [Rid86a].

5.3 Beispiele inklinierter Orbitkonstellationen

In Tabelle 5.4 sind zwei Beispiele für inklinierte Orbitkonstellationen angegeben. Das Globalstar-System wurde bereits in Betrieb genommen. Aufgrund finanzieller Schwierigkeiten von Iridium wird das Celestri-System wahrscheinlich nicht mehr gebaut werden.

System	Globalstar	Celestri
Zahl der Satelliten	48	63
Zahl der Umlaufbahnen	6	7
Satelliten pro Umlaufbahn	8	9
Höhe der Umlaufbahn	1408 km	1400 km
Orbitperiode	6837 sec	6827 sec
Orbittyp	LEO	LEO
Orbitfamilie	Inkliniert	Inkliniert
Bahnneigung	52°	48°
Argument des Perigäums	0°	0°
Exzentrizität	0.00	0,0013
Abstand der Orbits am Äquator	45°	51,43°
Phasenwinkeldifferenz	16,36°	7,5°
Lebensdauer der Satelliten	5-7 Jahre	8-10 Jahre
Stabilisierung	dreiachsenstab., GPS	Dreiachsenstab., GPS

Tabelle 5.4: Die wichtigsten Merkmale der geplanten Systeme mit intersatellitenverbindungen

5.3.1 Globalstar

Ebenso wie Iridium ist auch Globalstar ein sogenanntes LEO-System. Globalstar begnügt sich jedoch mit 48 Satelliten (zuzüglich acht Reservesatelliten im Orbit), die in einer Höhe von 1408 km die Erde umlaufen. Bild 5.13 zeigt die Umlaufbahnen über der Erde. Der minimale Elevationswinkel hat einen Wert von 19,4 Grad im Bereich der Industrienationen (30-50 Grad nördlicher Breite) bzw. einen Wert von 11,6 Grad über dem Äquator [SKe95a].

Als Dienste wird Globalstar Telefon, Fax, Datenübertragung und Positionsbestimmung anbieten.

Auch die Globalstar-Mobilgeräte arbeiten, ebenso wie Iridium, im Frequenzbereich von 1610 MHz bis 1626,5 MHz für die Verbindung zwischen dem Teilnehmer und den Satelliten („uplink“). Für die Verbindung zwischen den Satelliten und den Teilnehmern („downlink“) ist der Frequenzbereich von 2483,5 MHz bis 2500 MHz vorgesehen. Die Verbindung von der Bodenstation zum Satelliten („uplink“) wird den Frequenzbereich zwischen 5,09 GHz und 5,25 GHz bzw. zwischen 6,875 GHz und 7,055 GHz für die Verbindung zwischen den Satelliten und der Bodenstation („downlink“) nutzen. Im Gegensatz zu Iridium sind die Satelliten von Globalstar keine selbständigen Vermittlungsstellen. Die Satelliten von Globalstar setzen das Signal eines mobilen Benutzers nur in ein anderes Frequenzband um und übertragen das Signal anschließend nur bis zur nächsten Bodenstation, wo es ins

vorhandene terrestrische Telefonnetz eingespeist wird und so zur Gegenstation gelangt. Eine Verbindung erfordert daher, daß ein Satellit gleichzeitig eine Mobilstation und eine Erdstation sieht. In Bild 5.14 sind die Ausleuchtzonen des Systems für eine minimale Elevation von 11,6 Grad dargestellt. Anhand des Bildes erkennt man, daß Globalstar nur eine Bedeckung zwischen 70 Grad Nord und 70 Grad Süd erreicht, was aber beabsichtigt wurde, da in dem nicht abgedeckten Teil (Polargebiete usw.) fast keine Menschen leben.

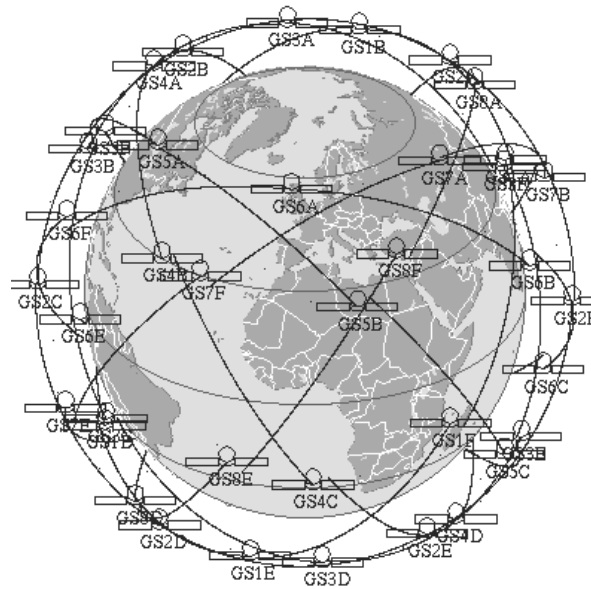


Abbildung 5.13: Umlaufbahnen des Globalstar Systems

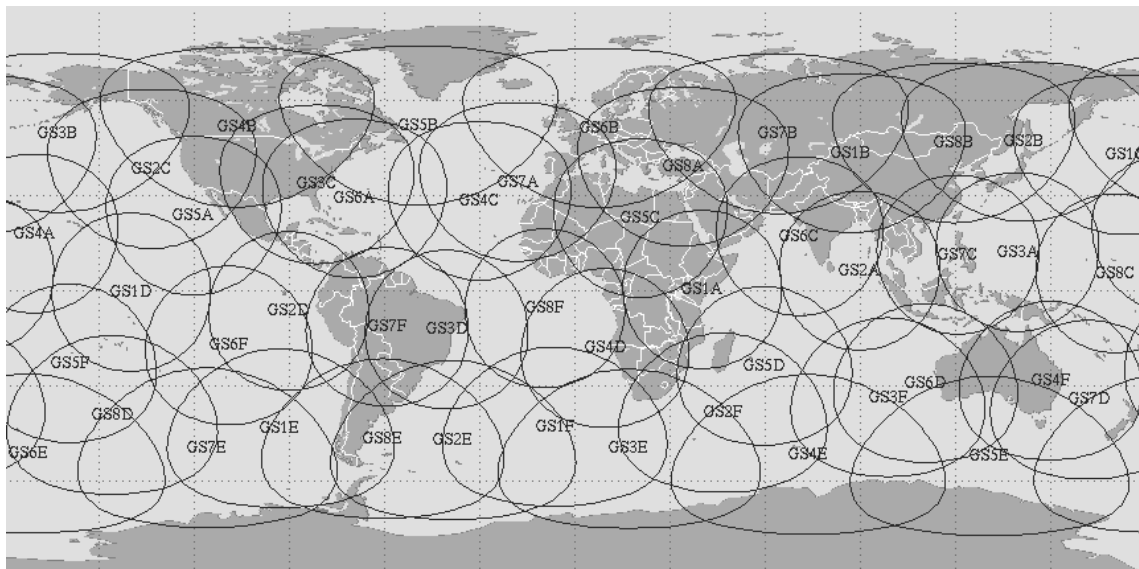


Abbildung 5.14: Ausleuchtzonen des Globalstar Systems für einen minimalen Elevationswinkel von 11,6 Grad

5.3.2 Das Celestri-System

Das Celestri-Multimedia-LEO-System [Mot97a, Kel97a] soll aus 63 Satelliten bestehen, welche in einer Höhe von 1400 Kilometer die Erde umkreisen (LEO-Orbits), was einer Umlaufzeit von ca. 114 min entspricht. Die 63 Satelliten sind auf 7 inklinierten kreisförmigen Orbits mit je 9 Satelliten verteilt. Als Inklinationwinkel wurden 48° in Bezug auf die Äquatorebene gewählt. Das Celestri-LEO-System gewährleistet keine vollständige Bedeckung der gesamten Erde. Es werden nur die Gebiete zwischen den Breitengraden 65° Nord und 65° Süd mit ausreichend hohem minimalen Elevationswinkel bedeckt. Bild 5.15 zeigt die Umlaufbahnen über der Erde. Das System wurde auf eine bestmögliche Ausleuchtung der Gebiete zwischen 30° bis 55° nördlicher Breite optimiert. Der minimale Elevationswinkel für einen Satelliten beträgt in diesem Gebiet bis zu 37° und an den Grenzen 25° . Die Sichtbarkeit von zwei Satelliten ist in diesem Gebiet für einen minimalen Elevationswinkel von 13° möglich. In Bild 5.16 sind die Ausleuchtzonen des Systems für eine minimale Elevation von $20,0$ Grad dargestellt. Zur Übertragung der Daten von und zu den Benutzern werden jeweils zwei 1 GHz Spektren verwendet. Die Verbindung von den Benutzern zu den Satelliten ist im Frequenzbereich $28,6 - 29,1$ GHz und $29,5 - 30,0$ GHz geplant und von den Satelliten zu den Benutzern soll der Frequenzbereich zwischen $18,8 - 19,3$ GHz und $19,7 - 20,2$ GHz verwendet werden. Das System wird Satellitendiversität benutzen. Diese Technik erlaubt es, gleiche Frequenzen mit geostationären und nicht-geostationären Satelliten bei gleicher Bedeckung zu teilen. Darin eingeschlossen ist die Annahme, daß auch die anderen Systeme diese Technik verwenden. Das Celestri-LEO-System wird auch direkte Verbindungen zwischen den Satelliten (Intersatellitenverbindungen) aufbauen, wobei diese Verbindungen als optische Verbindungen geplant sind. Es soll sechs Intersatellitenverbindungen zu den jeweiligen Nachbarsatelliten geben, je eine Verbindung zu den jeweils im Orbit vorausfliegenden und hinterherfliegenden Satelliten und zu vier Satelliten der jeweils benachbarten Orbits. Diese Verbindungen sollen Datenraten von maximal je $4,5$ Gbps unterstützen. Durch den Einsatz von Multibeam phased Array Antennen wird der Footprint (=Ausleuchtzone des Satelliten auf der Erdoberfläche) jedes Satelliten aufgeteilt in 432 Spotbeams für den uplink und 260 Spotbeams für den downlink. Das Celestri-LEO-System wird auch breitbandige Kommunikationsverbindungen von 64 kbps bis 155 Mbps (OC-3) anbieten. Diese Kapazitäten werden direkt an Großkunden und Serviceprovider weitergegeben, welche diese Kapazitäten in kleine Teile zerlegen und so eine Vielzahl an Diensten anbieten können. Diese Dienste können u.a. Netzwerkkopplung von LAN („Local Area Network“) oder WAN („Wide Area Network“) Netzwerken über Satellit, Aufteilung der Kapazität in 64 kbps Stücke für lokale Teilnehmer, Datenverbindungen für Heimarbeitsplätze oder Aufteilung und Aussendung über Basisstationen für mobile Benutzer (Pager, Handys, usw.) sein. Aufgrund der etwas niedrigeren Frequenz für up- und downlink kann schon mit Antennendurchmessern von $0,3$ bis $1,0$ Metern eine Verbindung zu den Satelliten hergestellt werden. Momentan ist nicht klar, ob das System noch gebaut wird oder in das Teledesic-System aufgeht.

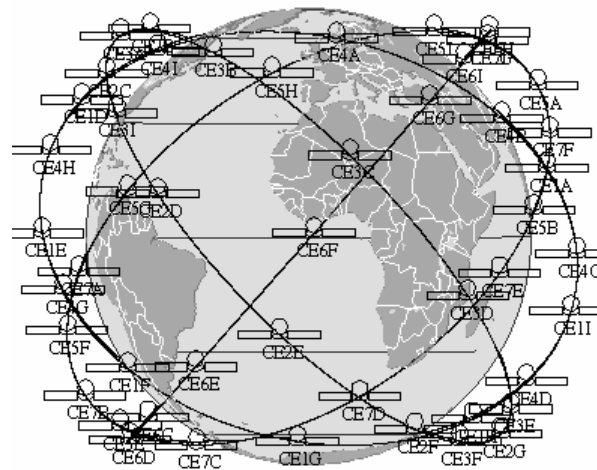


Abbildung 5.15: Umlaufbahnen des Celestri-Systems

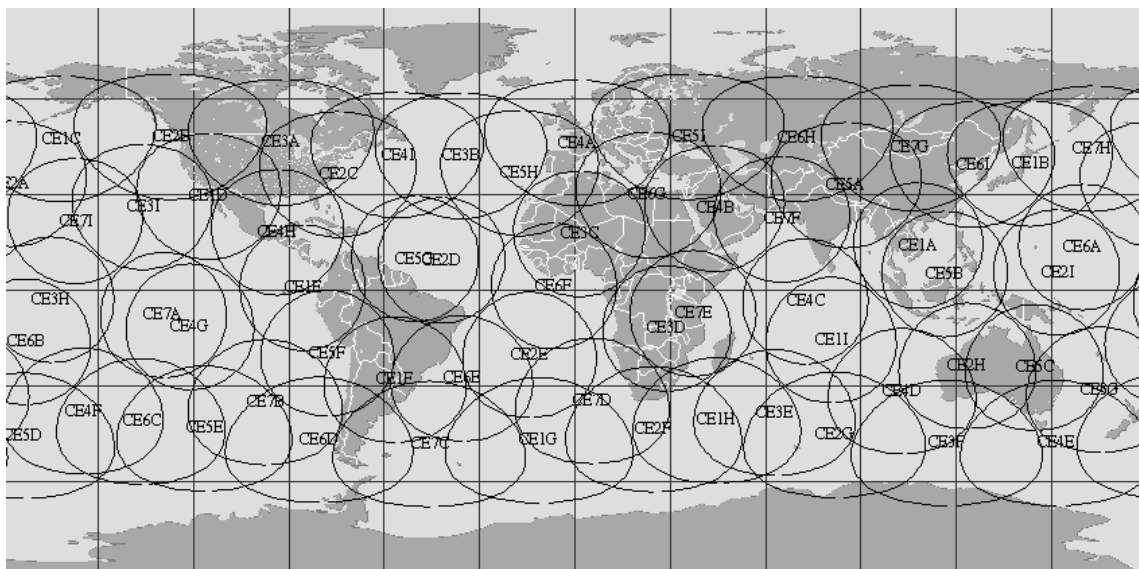


Abbildung 5.16: Ausleuchtzonen des Celestri-Systems für einen minimalen Elevationswinkel von 20,0 Grad

5.4 Die wichtigsten Merkmale der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation

Im folgenden werden nochmals die wichtigsten Merkmale der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation zusammengefaßt:

- Jeder Satellit/ Orbit hat die gleiche (oder nahezu gleiche) Umlaufbahnhöhe
- Jeder Orbit besitzt die gleiche Anzahl an Satelliten
- Die Satelliten sind innerhalb eines Orbits gleichmäßig verteilt
- Alle Satellitenorbits haben den gleichen (oder nahezu gleichen) Inklinationwinkel
- Die Orbits überkreuzen sich, die Orbits verlaufen entsprechend der überlappenden Orbits kreuzweise zueinander
- Zur Herleitung der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation wird das Verfahren der Straße der Bedeckung oder das Verfahren der Geometrie von Satellitentrios angewendet
- Die Bedeckung nimmt in Richtung des Äquators zu
- Mehrfache Bedeckung über dem Äquator bzw. zwischen bestimmten Breitengraden nahe des Äquators
- Fehlende oder schlechte Bedeckung über den Polen
- Der Abstand zwischen allen gleichlaufenden Orbits am Äquator ist gleich
- Path-Diversity (Doppelbedeckung) durch Mehrfachbedeckung möglich, daraus ergibt sich bessere Versorgungsqualität
- Um die globale Bedeckung der gesamten Erde zu gewährleisten, muß eine größere Höhe als bei der polaren kreisförmigen Orbitkonstellation gewählt werden
- Die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation eignet sich besonders für Systeme, welche keine vollständige Bedeckung der Erde benötigt, aber mehrfache Bedeckung bestimmter Breitengrade gewährleisten sollen

Kapitel 6: Aufbau von Intersatellitenverbindungen bei Verwendung der polaren oder inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation

6.1 Einführung

In diesem Abschnitt werden die in den Kapiteln 4 und 5 beschriebenen Orbitkonstellationen hinsichtlich des Aufbaus von Intersatellitenverbindungen untersucht. Hierzu werden die wichtigsten Parameter zum Aufbau von Intersatellitenverbindungen betrachtet. Dies sind die Intersatellitendistanz, der Elevations- und Azimuthwinkel und die relative Geschwindigkeit zwischen zwei Satelliten auf benachbarten Orbits. Hierzu werden in diesem Kapitel die, aufgrund der jeweiligen verwendeten Orbitkonstellation, vereinfachten Formeln zur Berechnung der genannten Parameter, deren Nullstellen und Extremwerte angegeben (die allgemeine Berechnung erfolgte bereits in Kapitel 3). Zur Veranschaulichung der Schwankung dieser Größen während eines Umlaufes werden die Verläufe dieser Parameter und auch deren 1. Ableitungen für die polare und die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation dargestellt. Hierzu werden zwei Konstellationen ausgewählt. Dies sind die Konstellationen bestehend aus je 8 Satelliten in 4 Orbits ($p = 4, s = 8$) und die Konstellation mit je 11 Satelliten in 6 Orbits ($p = 6, s = 11$). Für andere Konstellationen ergeben sich ähnliche Verläufe. Weiterhin wird für jede Orbitkonstellation der Variationsbereich (d.h. die Differenz zwischen dem maximalen und dem minimalen Wert des untersuchten Parameters) als Funktion des Breitengrades angegeben, bis zu dem eine Intersatellitenverbindung aufgebaut wird.

In Abschnitt 6.2 erfolgen diese angesprochenen Untersuchungen für die phasengenaue und die nicht-phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation. Hierzu erfolgt die Darstellung des Verlaufes des Minimums, des Maximums und der Variation für verschiedene Breitengrade der angegebenen Größen für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen aber auch als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden sollen.

Im anschließenden Abschnitt 6.3 werden identische Untersuchungen für die phasengenaue und nicht-phasengenaue fast polare kreisförmige Orbitkonstellation durchgeführt, wobei hier sowohl die Phasenwinkeldifferenz als auch der Inklinationswinkel variiert werden und der Einfluß dieser Änderungen ebenfalls auf den Verlauf des Minimums und des Maximums und der Variation für verschiedene Breitengrade der angegebenen Größen dargestellt wird.

In Abschnitt 6.4 werden diese Untersuchungen ebenfalls für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation durchgeführt.

In Abschnitt 6.5 schließt dieses Kapitel mit einer Beispielberechnung. Bei allen Untersuchungen in den Abschnitten 6.2 - 6.4 wird immer vollständige Bedeckung der Erde vorausgesetzt, d.h. es wird im Normalfall die Höhe der Konstellation variiert, so daß vollständige Bedeckung beibehalten wird.

Bei der Berechnung der verschiedenen Verläufe für die genannten Parameter ist folgendes zu beachten: Bei $x = 0^\circ$ befindet sich der Satellit i direkt über der Äquatorebene im aufsteigenden Knoten und der Satellit j hat einen Abstand $\Delta\gamma$ in nördlicher Richtung vom aufsteigenden Knoten entfernt. Bei einem Winkel $x = 90^\circ$ bzw. $x = 270^\circ$ befindet sich der Satellit i direkt über dem Pol und für $x = 180^\circ$ durchfliegt der Satellit i den absteigenden Knoten. Dies bedeutet aber auch, daß die Intersatellitenverbindung über dem Bereich mit dem Winkel $x - \Delta\gamma/2$ aufgebaut wird.

6.2 Intersatellitenverbindungen für die exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation

In Kapitel 3 wurden bereits die allgemeinen Formeln zur Berechnung des Intersatellitenabstandes, für den Elevations- und den Azimutwinkel und für die relative Geschwindigkeit zweier Satelliten auf benachbarten Umlaufbahnen angegeben. Für die exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation mit einem Inklinationwinkel von 90° ergeben sich vereinfachte Formeln, welche in den nächsten Abschnitten angegeben werden.

6.2.1 Intersatellitenverbindungen für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation

Für den Phasenabstand zweier Satelliten über dem Äquator für die phasengenaue polare Konstellation gilt

$$\beta = \frac{\pi}{s} \quad (6.1)$$

Der in Kapitel 3 verwendete Winkelabstand $\Delta\gamma$ ist aber nichts anderes als die Phasenwinkeldifferenz β (siehe Abschnitt 4.5 und 4.6), so daß $\Delta\gamma$ anstelle von β eingesetzt werden kann, d.h. es gilt

$$\Delta\gamma = \frac{\pi}{s} \quad (6.2)$$

6.2.1.1 Intersatellitenabstand

Es ergibt sich dann als Gleichung für die Distanz für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation

$$d_{ij} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s} - \cos \left(2x + \frac{\pi}{s} \right) \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \right\} \quad (6.3)$$

a) Nullstellen von d_{ij}

Die Nullstellen des Intersatellitenabstandes für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation erhält man dann bei

$$x_0 = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \frac{\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s}}{\sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2}} \right\} - \frac{\pi}{2s} = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \cot^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s} \right\} - \frac{\pi}{2s} \quad (6.4)$$

b) Extremwerte von d_{ij}

Die Extremwerte von d_{ij} ergeben sich aus

$$\sin \left(2x + \frac{\pi}{s} \right) = 0 \quad (6.5)$$

bei

$$x_{Extrem.} = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{2s} = \pi \left(\frac{ks - 1}{2s} \right) \quad (6.6)$$

wobei k ganzzahlig (siehe Abschnitt 3.2) gewählt werden muß. Die Extremwerte von d_{ij} berechnen sich dann aus

$$d_{ijExtrem} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s} - \cos(k\pi) \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \right\} \quad (6.7)$$

wobei man für ungerades k ein Minimum und für gerades k ein Maximum bekommt. Für d_{ijmin} ergibt sich also

$$d_{ijmin} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s} + \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \right\} \quad (6.8a)$$

und für d_{ijmax}

$$d_{ijmax} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s} - \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \right\} \quad (6.8b)$$

Die Schwankung oder Variation der Distanz d.h. der Abstand zwischen Maximum und Minimum des Intersatellitenabstandes

$$\Delta d_{ij} = d_{ijmax} - d_{ijmin} \quad (6.9)$$

kann also nur verkleinert werden, indem Δ_{ij} gegen Null geht. In den Bildern 6.1a und 6.1b sind die Verläufe der Distanz für zwei phasengenaue polare kreisförmige Beispielkonstellationen aufgetragen. Hierzu wurden, wie bereits in der Einführung erwähnt, die folgenden Konstellationen gewählt:

- a) $p = 4, s = 8$ und
- b) $p = 6, s = 11$

Anhand der Bilder erkennt man, daß die Distanz stark variiert, im Fall a) von ca. 3000 km bis zu ca. 7000 km und im Fall b) von ca. 2000 km bis ca. 4400 km. Bei einer Übertragungsfrequenz von 5 GHz würde dies im Fall a) einen Freiraumverlust von 175,96 dB bis 183,32 dB und im Fall b) von 172,44 dB bis 179,29 dB bedeuten. Die maximale Distanz der Intersatellitenverbindung tritt genau über dem Äquator auf (im Beispiel a bei $x = 167,75^\circ, 348,75^\circ$ und im Beispiel b bei $x = 171,82^\circ, 351,82^\circ$) und die minimale Distanz über den Polen (im Beispiel a bei $x = 78,75^\circ, 258,75^\circ$ und im Beispiel b bei $x = 81,82^\circ, 261,82^\circ$). Besser wäre es, wenn die Distanz nicht so stark während eines Umlaufes variieren würde. Eine Möglichkeit diese Schwankung zu verkleinern besteht darin, die Verbindung nicht während des gesamten Umlaufes aufrecht zu erhalten. Hierzu muß man die Zeiten während eines Umlaufes suchen, in denen die Distanz nur wenig schwankt. Anhand der Bilder 6.1a und 6.1b erkennt man, daß es bestimmte Gebiete gibt, in denen sich die Verläufe wenig ändern. Zur Verdeutlichung dieser Regionen sind in den Bildern 6.2a und 6.2b für die jeweils gleichen Konstellationen die 1. Ableitung der Distanz als Funktion von x aufgetragen. Die größten Änderungen der Distanz tritt in Regionen zwischen dem Äquator und den Polen auf ($x \approx 45^\circ, 110^\circ, 225^\circ, 290^\circ$) und die Nullstellen der 1. Ableitung der Distanz über dem Äquator und über den Polen.

Dies sind somit die Gebiete über denen die Intersatellitenverbindungen mit geringster Leistungsanpassung aufgebaut werden können. Es macht aber keinen Sinn die Verbindungen über den Polen aufzubauen, da sich die Satellitenbahnen hier genau kreuzen (Interferenzprobleme) und auch der größte Verkehr in Ost-West-Richtung zwischen dem Äquator und dem 60° -Breitengrad auftritt, so daß es besser ist, die Verbindung im Bereich des Äquators aufzubauen. Leider ist über dem Äquator die Distanz genau maximal, so daß hier die größte Verstärkerleistung (Energie) benötigt wird. Um mehrere Intersatellitenverbindungen zwischen zwei Orbits aufbauen zu können, muß noch ein maximaler Breitengrad bestimmt werden, bis zu dem die Verbindungen aufgebaut bleiben. Je größer aber dieser Breitengrad gewählt wird, desto größer muß auch die Leistungsanpassung sein. Als Kompromiß ergibt sich schließlich ein Breitengrad von bis zu 60° - 75° . In Bild 6.3 ist der Verlauf der Variation der Distanz als Funktion des Breitengrades für beide Beispiele dargestellt. Tabelle 6.1 zeigt die Werte der minimalen und maximalen Distanz für verschiedene phasengenaue exakt polare Konstellation. Weiterhin sind in der Tabelle auch die Werte der Variation der Distanz für Intersatellitenverbindungen zwischen den Breitengraden $\pm 90^\circ$, $\pm 75^\circ$ und $\pm 60^\circ$ eingetragen. Anhand der Tabelle erkennt man, daß der Intersatellitenabstand mit steigender Orbit- und Satellitenzahl immer kleiner wird und die Variation der Distanz beim Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis zu einem Breitengrad von $\pm 60^\circ$ kleiner wird als beim Aufbau bis zu $\pm 75^\circ$ oder $\pm 90^\circ$.

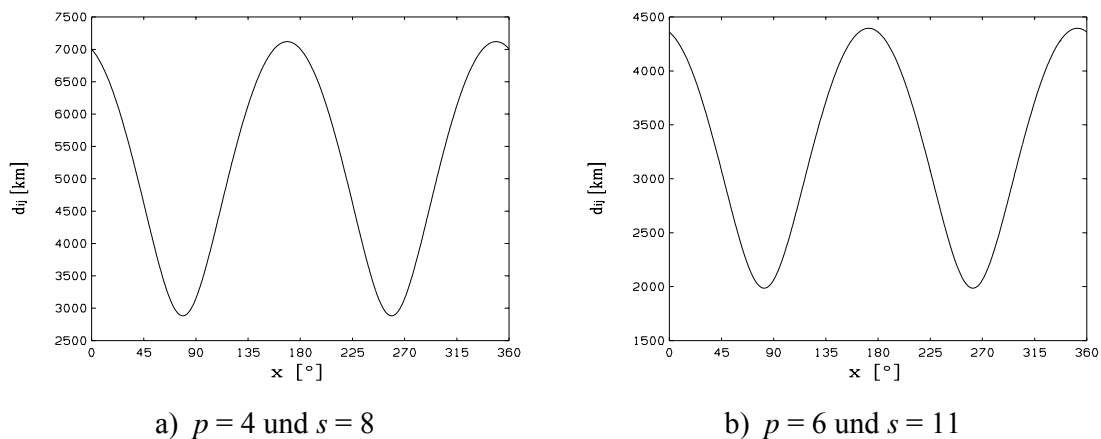


Abbildung 6.1: Verlauf der Distanz für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen

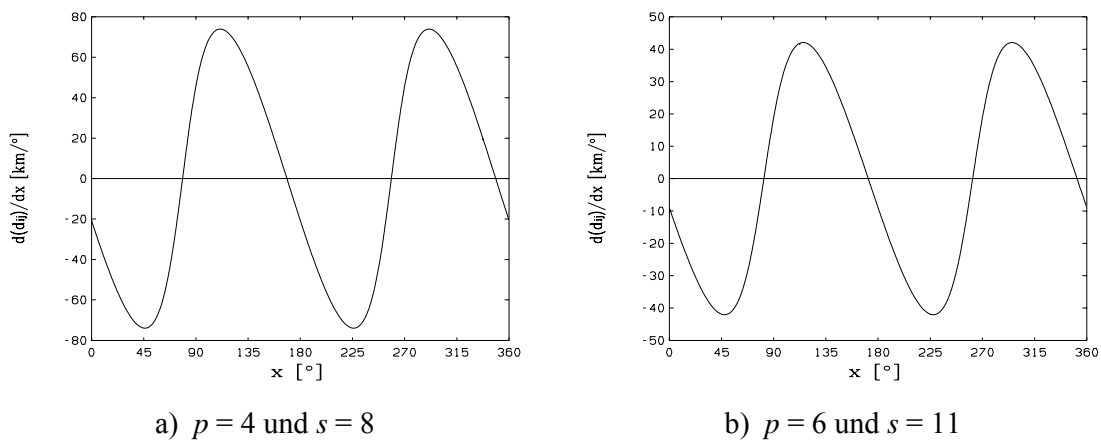
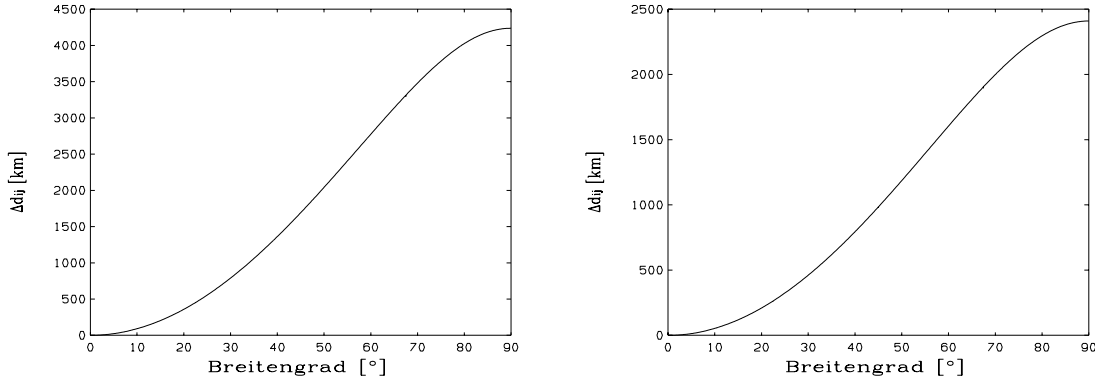


Abbildung 6.2: Verlauf der 1. Ableitung der Distanz für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen

p	s	d _{min} [km]	d _{max} [km]	Δd [km], φ = ± 90°	Δd [km], φ = ± 75°	Δd [km], φ = ± 60°
2	3	16740,327516	46351,675623	29611,348107	26217,454354	19014,916812
3	5	5317,256822	12401,883188	7084,626365	6345,286024	4676,115212
4	8	2882,280508	7120,227672	4237,947164	3781,494489	2772,232017
5	9	2492,822073	5543,577552	3050,755478	2740,633471	2030,255130
6	11	1985,516671	4395,828514	2410,311843	2165,893488	1605,213094

Tabelle 6.1: Minimale, maximale Distanz und Variation der Distanz für verschiedene phasengenaue exakt polare kreisförmige Konstellationen



a) $p = 4$ und $s = 8$

b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.3: Variation der Distanz als Funktion des Breitengrades

6.2.1.2 Elevationswinkel

Der Elevationswinkel wurde ebenfalls bereits in Abschnitt 3.3 berechnet und die exakte Formel zur Berechnung (Formel 3.26) angegeben. Durch Einsetzen von $i = 90^\circ$ und $\Delta\gamma = \pi / s$ erhält man

$$\theta_{ij} = \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2(\Delta_{ij}/2) \cos \frac{\pi}{s} - \cos \left(\frac{\pi}{s} + 2x \right) \sin^2(\Delta_{ij}/2) \right] \quad (6.10)$$

a) Nullstellen von ϕ_{ij}

Die Nullstellen des Elevationswinkels für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation ergeben sich dann wie bei der Distanz bei

$$x_0 = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \frac{\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s}}{\sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2}} \right\} - \frac{\pi}{2s} = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \cot^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s} \right\} - \frac{\pi}{2s} \quad (6.11)$$

b) Extremwerte von ϕ_{ij}

Die Extremwerte von ϕ_{ij} erhält man wieder aus

$$\sin \left(2x + \frac{\pi}{s} \right) = 0 \quad (6.12)$$

bei

$$x_{Extrem.} = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{2s} = \pi \left(\frac{ks-1}{2s} \right) \quad (6.13)$$

wobei k wieder ganzzahlig (siehe Abschnitt 3.3) gewählt werden muß. Für die Extremwerte von ϕ_{ij} berechnet sich zu

$$\phi_{ijExtrem} = \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s} - \cos(k\pi) \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \quad (6.14)$$

wobei man, wie bei der Distanz, für ungerades k ein Minimum und für gerades k ein Maximum erhält. Für ϕ_{ijmin} ergibt sich also

$$\phi_{ijmin} = \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s} + \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \quad (6.15a)$$

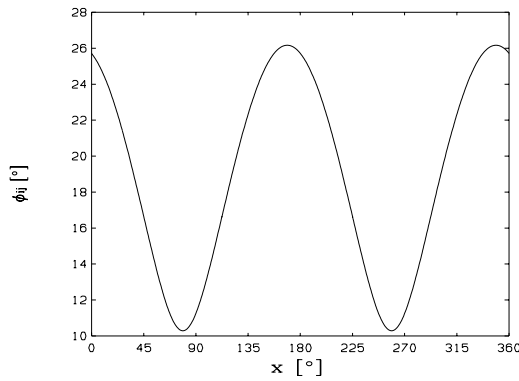
und für ϕ_{ijmax} erhält man

$$\phi_{ijmax} = \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s} - \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \quad (6.15b)$$

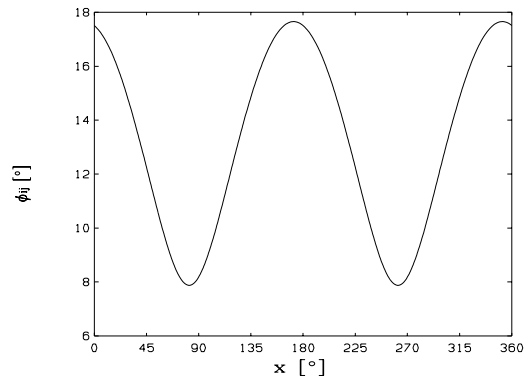
Die Variation des Elevationswinkels kann somit wieder nur verkleinert werden, indem Δ_{ij} wieder gegen Null geht. In den Bildern 6.4a und 6.4b sind die Verläufe des Elevationswinkels für die zwei verschiedenen phasengenauen polaren kreisförmigen Beispielkonstellationen aufgetragen. Der Verlauf des Elevationswinkels ist gleich dem Verlauf der Distanz, da beide Größen über den Intersatellitenwinkel r_{ij} verknüpft sind. In den Bildern 6.5a und b wurde zusätzlich die erste Ableitung des Elevationswinkels als Funktion von x aufgetragen. Die größten Änderungen des Elevationswinkels treten auch hier, wie bei der Distanz, zwischen dem Äquator und den Polen auf ($x \approx 45^\circ, 110^\circ, 225^\circ, 290^\circ$) und die Nullstellen der 1. Ableitung des Elevationswinkels über dem Äquator und über den Polen auf. Die Variation des Elevationswinkels ist aber mit ca. 16° (Fall a) und ca. 10° (Fall b) relativ gering, so daß hier nur eine geringe Antennennachführung nötig ist. In Tabelle 6.2 sind die Werte des minimalen und maximalen Elevationswinkels für verschiedene phasengenaue exakt polare Konstellationen eingetragen. Weiterhin sind in der Tabelle auch wieder die Werte der Variation des Elevationswinkels für Intersatellitenverbindungen zwischen den Breitengraden $\pm 90^\circ$, $\pm 75^\circ$ und $\pm 60^\circ$ eingetragen. Anhand der Tabelle erkennt man, daß der Elevationswinkel, ebenso wie die Distanz (siehe Tabelle 6.1) mit steigender Orbit- und Satellitenzahl immer kleiner wird und die Variation des Elevationswinkels bei Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis zu einem Breitengrad von $\pm 60^\circ$ kleiner wird als beim Aufbau bis zu $\pm 75^\circ$ oder $\pm 90^\circ$.

p	s	$\phi_{ijmin} [^\circ]$	$\phi_{ijmax} [^\circ]$	$\Delta\phi_{ij} [^\circ], \phi = \pm 90^\circ$	$\Delta\phi_{ij} [^\circ], \phi = \pm 75^\circ$	$\Delta\phi_{ij} [^\circ], \phi = \pm 60^\circ$
2	3	17,829599	57,972133	40,142534	36,203615	27,972133
3	5	15,008262	37,156210	22,147949	20,000754	15,060246
4	8	10,283785	26,168680	15,884895	14,234042	10,545601
5	9	9,448314	21,411077	11,962763	10,774429	8,033923
6	11	7,874556	17,657184	9,782628	6,805916	6,555073

Tabelle 6.2: Minimaler, maximaler Elevationswinkel und Variation des Elevationswinkels für verschiedene phasengenaue exakt polare kreisförmige Konstellationen

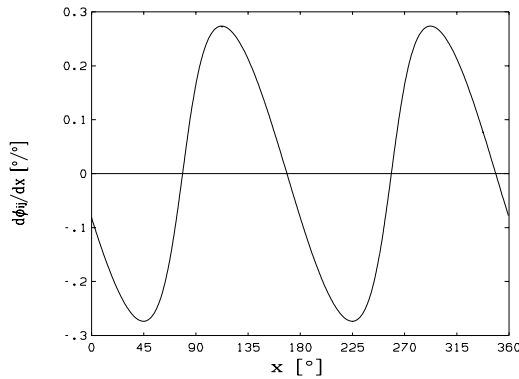


a) $p = 4$ und $s = 8$

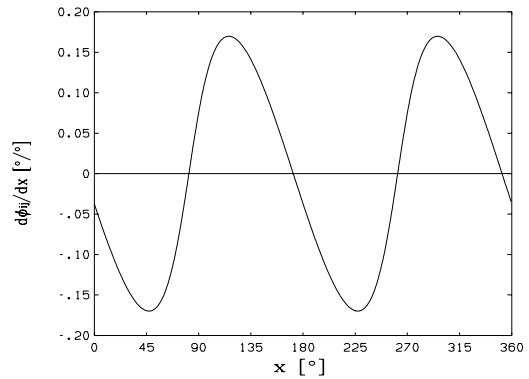


b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.4: Verlauf des Elevationswinkels für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielsysteme

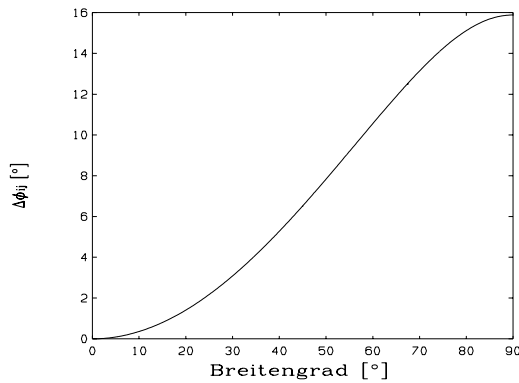


a) $p = 4$ und $s = 8$

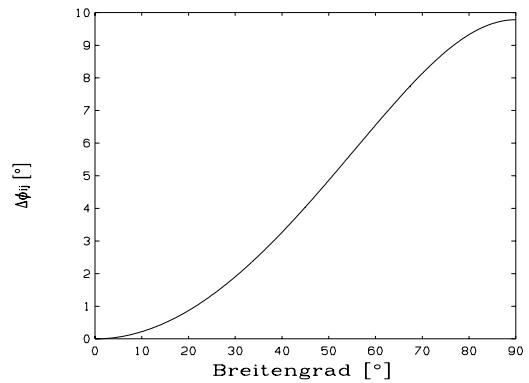


b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.5: Verlauf der 1. Ableitung des Elevationswinkels für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielsysteme



a) $p = 4$ und $s = 8$



b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.6: Variation des Elevationswinkels als Funktion des Breitengrades

6.2.1.3 Azimuthwinkel

Auch die Formeln für den Azimuthwinkel zwischen den zwei Satelliten (Formeln 3.40a und 3.40b) wurde bereits im Abschnitt 3.4 allgemein berechnet. Für den Azimuthwinkel zwischen dem Satelliten i und dem Satelliten j erhält man bei Verwendung der phasengenauen exakt polaren kreisförmigen Orbitkonstellation

$$\tan \Psi_{ij} = \frac{\sin \Delta_{ij} \cos(\pi/s + x)}{\sin^2(\Delta_{ij}/2) \sin(\pi/s + 2x) + \cos^2(\Delta_{ij}/2) \sin(\pi/s)} \quad (6.16a)$$

bzw. für den Azimuthwinkel zwischen dem Satelliten j und dem Satelliten i bekommt man

$$\tan(\Psi_{ji} + \pi) = \frac{\sin \Delta_{ij} \cos(x)}{\sin^2(\Delta_{ij}/2) \sin(\pi/s + 2x) + \cos^2(\Delta_{ij}/2) \sin(\pi/s)} \quad (6.16b)$$

a) Nullstellen von $\Psi_{ij}(x)$

Es gilt:

$$\Psi_{ij}(x) = 0$$

für

$$\sin \Delta_{ij} \cos\left(\frac{\pi}{s} + x\right) = 0$$

woraus folgt

$$\cos\left(\frac{\pi}{s} + x_0\right) = 0 \quad (6.17)$$

bzw.

$$x_0 = (2k + 1) \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{s} \quad (6.18)$$

mit ganzzahligem k.

b) Extremwerte von $\Psi_{ij}(x)$

Die Berechnung der Extremwerte von Ψ_{ij} bzw. Ψ_{ji} wurde bereits in Abschnitt 3.4 vorgenommen. Durch den Inklinationwinkel von 90° und $\Delta\gamma = \pi/s$ vereinfachen sich die dort eingeführten Abkürzungen. Es ergibt sich dann

$$a = \sin \Delta_{ij} \quad (6.19a)$$

$$b = 0 \quad (6.19b)$$

$$c = \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (6.19c)$$

$$d = 0 \quad (6.19d)$$

$$e = \cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \tag{6.19e}$$

$$f = e \sin(\pi / s) \tag{6.19f}$$

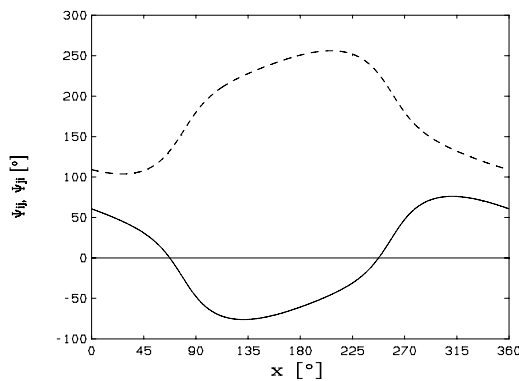
bzw.

$$g = \frac{3}{2} ac + af \sin(\pi / s) \tag{6.20a}$$

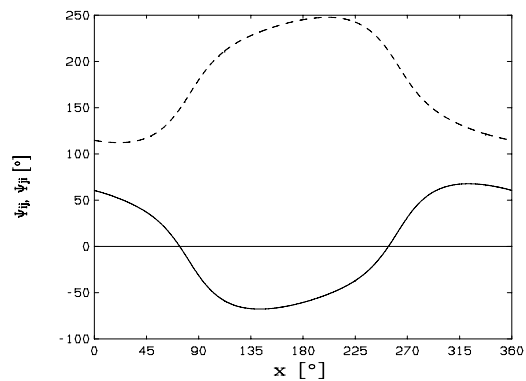
$$h = af \cos(\pi / s) \tag{6.20b}$$

$$i = -\frac{1}{2} ac \cos(2\pi / s) \tag{6.20c}$$

$$j = \frac{1}{2} ac \sin(2\pi / s) \tag{6.20d}$$

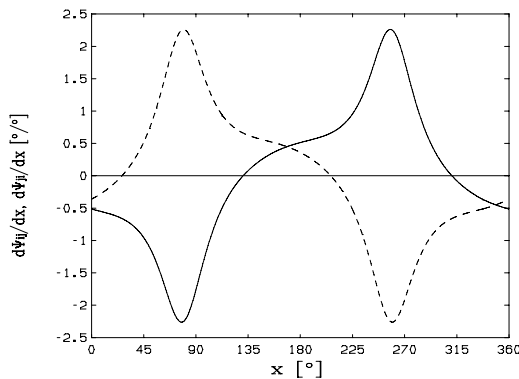


a) $p = 4$ und $s = 8$

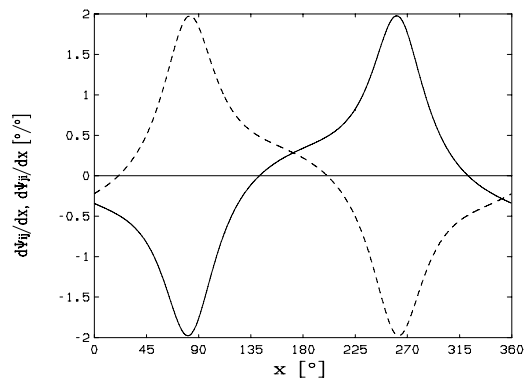


b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.7: Verlauf des Azimuthwinkels für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielsysteme



a) $p = 4$ und $s = 8$



b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.8: Verlauf der 1. Ableitung des Azimuthwinkels für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielsysteme

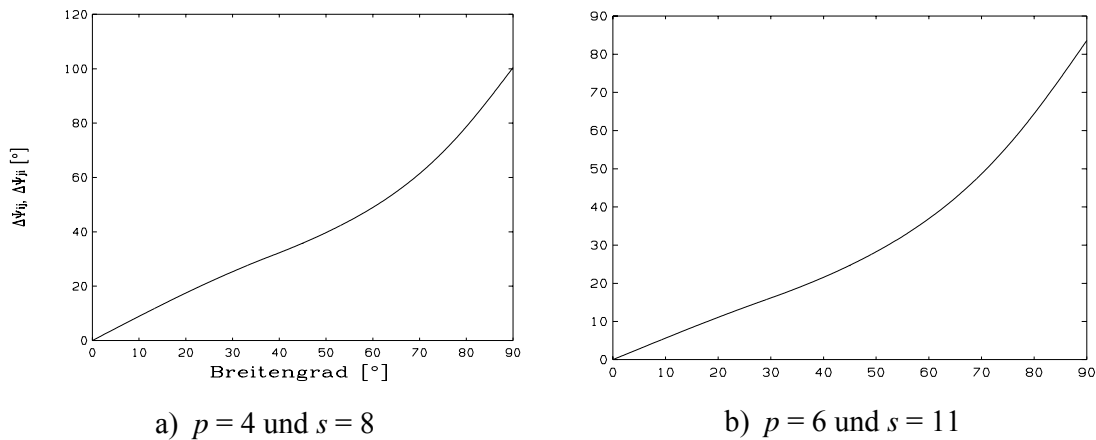


Abbildung 6.9: Variation des Azimuthwinkels als Funktion des Breitengrades

p	s	Ψ_{ijmin} [°]	Ψ_{ijmax} [°]	$\Delta\Psi_{ij}$ [°], $\phi = \pm 90^\circ$	$\Delta\Psi_{ij}$ [°], $\phi = \pm 75^\circ$	$\Delta\Psi_{ij}$ [°], $\phi = \pm 60^\circ$
2	3	-107,880247	107,880247	164,025605	129,347335	107,880247
3	5	-82,053580	82,053580	116,291046	86,344493	66,64074
4	8	-76,136897	76,136897	100,332333	69,285833	46,920437
5	9	-69,823669	69,823669	89,125808	61,307240	41,893980
6	11	-67,775711	67,775711	83,630055	56,038262	36,370146

Tabelle 6.3: Minimaler, maximaler Azimuthwinkel und Variation des Azimuthwinkels für verschiedene phasengenaue exakt polare kreisförmige Konstellationen

In den Bildern 6.7a und 6.7b sind die Verläufe der Azimuthwinkel für die zwei verschiedenen phasengenaue polaren kreisförmigen Beispielkonstellationen gezeichnet. In den Bildern 6.8a und b wurde zusätzlich die erste Ableitung der Azimuthwinkel als Funktion von x aufgetragen. Die größten Änderungen des Azimuthwinkels treten über den Polen auf und die Nullstellen der 1. Ableitung der Azimuthwinkel zwischen dem Polen und den Äquator vor Erreichen des absteigenden Knotens (Anmerkung: Die Schnittpunkte der beiden Verläufe der 1. Ableitung des Azimuthwinkels treten genau beim Überfliegen des Äquators auf). Die Variation des Azimuthwinkels ist wesentlich größer als die Variation des Elevationswinkels (siehe Abschnitt 6.2.1.2), so daß hier ein wesentlich größerer Nachführbereich für die Intersatellitenantenne nötig ist.

In Tabelle 6.3 sind die Werte des minimalen und maximalen Azimuthwinkels für verschiedene phasengenaue exakt polare Konstellation eingetragen. Zusätzlich sind in der Tabelle auch wieder die Variationswerte des Azimuthwinkels für Intersatellitenverbindungen zwischen den Breitengraden $\pm 90^\circ$, $\pm 75^\circ$ und $\pm 60^\circ$ aufgelistet. Anhand der Tabelle erkennt man, daß der minimale Azimuthwinkel bei steigendem s kleiner und der maximale Azimuthwinkel mit steigendem s größer wird. Weiterhin wird die Variation des Azimuthwinkels mit steigender Orbit- und Satellitenzahl immer kleiner und die Variation des Azimuthwinkels beim Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis zu einem Breitengrad von $\pm 60^\circ$ kleiner als beim Aufbau bis zu $\pm 75^\circ$ oder $\pm 90^\circ$ (siehe auch Bilder 6.9a und 6.9b).

6.2.1.4 Relative Geschwindigkeit

Auch die Formeln für die relative Geschwindigkeit zwischen den zwei Satelliten (Formel 3.62) wurde bereits im Abschnitt 3.5 allgemein berechnet. Für die relative Geschwindigkeit zwischen dem Satelliten i und dem Satelliten j erhält man mit $\Delta\gamma = \pi / s$ und $i = 90^\circ$

$$v_{xrel} = |v| \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \frac{\sin(2x + \pi/s)}{\sin \phi} \quad (6.21)$$

a) Nullstellen von v_{xrel}

Die Nullstellen von v_{xrel} ergeben sich dann aus

$$\sin(2x + \pi/s) = 0 \quad (6.22)$$

bei

$$x_0 = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{2s} = \pi \left(\frac{ks - 1}{2s} \right) \quad (6.23)$$

b) Extremwerte von v_{xrel}

Zur Bestimmung der Extremwerte der relativen Geschwindigkeit in x-Richtung muß die Ableitung von v_{xrel} nach x gebildet werden. Die Berechnung der Extremwerte der relativen Geschwindigkeit wurde bereits in Abschnitt 3.5 vorgenommen. Durch den Inklinationwinkel von 90° und $\Delta\gamma = \pi/s$ vereinfachen sich die dort eingeführten Abkürzungen. Es ergibt sich dann

$$a = \cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s} \quad (6.24)$$

und

$$b = \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (6.25)$$

und für x_0 (nur reelle Lösungen)

$$x_0 = \pm \frac{1}{2} \arccos \left(\frac{a-1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1-a}{b} \right)^2 - 1} \right) - \frac{\pi}{2s} + k\pi \quad (6.26)$$

mit ganzzahligen k .

In den Bildern 6.10a und 6.10b sind die Verläufe der relativen Geschwindigkeit für die zwei verschiedenen phasengenauen exakt polaren kreisförmigen Beispielkonstellationen aufgetragen. In den Bildern 6.11a und b wurde zusätzlich wieder die erste Ableitung der relativen Geschwindigkeit als Funktion von x aufgetragen. Die größten Änderungen der relativen Geschwindigkeit treten über den Polen (Minimum der 1. Ableitung) aber auch über dem Äquator (Maximum der 1. Ableitung) auf, wobei die Änderung über dem Äquator im Betrag kleiner ist als die Änderung über den Polen. Die Nullstellen der 1. Ableitung der relativen Geschwindigkeit treten zwischen dem Äquator und den Polen auf.

In Bild 6.12 ist der Verlauf der Variation der relativen Geschwindigkeit als Funktion des Breitengrades für beide Beispiele dargestellt. In den Bildern erkennt man, daß die Variation

der relativen Geschwindigkeit bis zu einem bestimmten Breitengrad ansteigt und dann konstant bleibt. Dies ist dadurch zu erklären, daß die Extremwerte der relativen Geschwindigkeit genau zwischen dem Äquator und den Polen liegt.

Möchte man nun eine Intersatellitenverbindung bis zum Breitengrad $\pm 60^\circ$ aufbauen, so ist der Extremwert der relativen Geschwindigkeit bereits überschritten, d.h. die maximale Variation schließt die Extremwerte der relativen Geschwindigkeit ein. Die Variation der relativen Geschwindigkeit kann deshalb auch nur dann verkleinert werden, wenn der maximale Breitengrad für die Intersatellitenverbindungen kleiner ist als der Breitengrad, an dem der Extremwert der relativen Geschwindigkeit auftritt. Tabelle 6.4 zeigt die Werte der minimalen und maximalen relativen Geschwindigkeit für verschiedene phasengenaue exakt polare Konstellationen. Weiterhin sind in der Tabelle auch die Werte der Variation der relativen Geschwindigkeit für Intersatellitenverbindungen zwischen den Breitengraden $\pm 90^\circ$, $\pm 75^\circ$ und $\pm 60^\circ$ eingetragen (vgl. Bild 6.12a und Bild 6.12b).

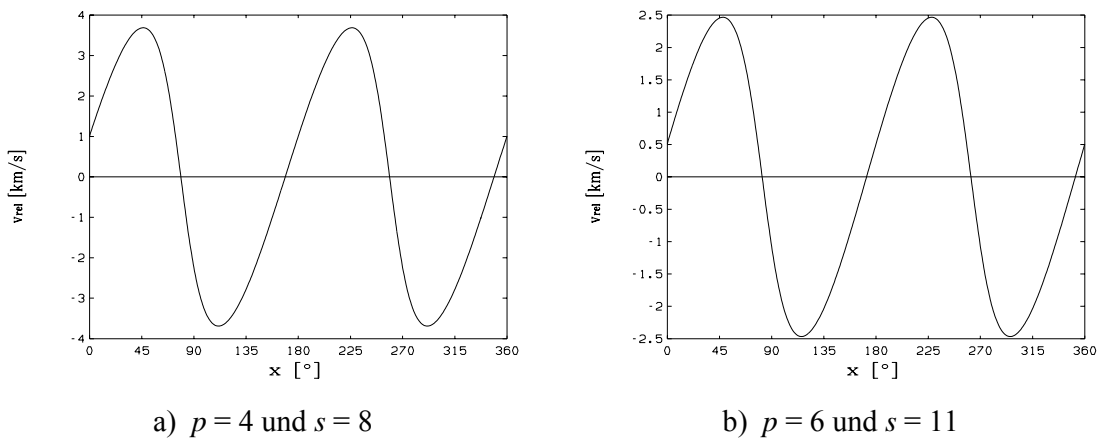
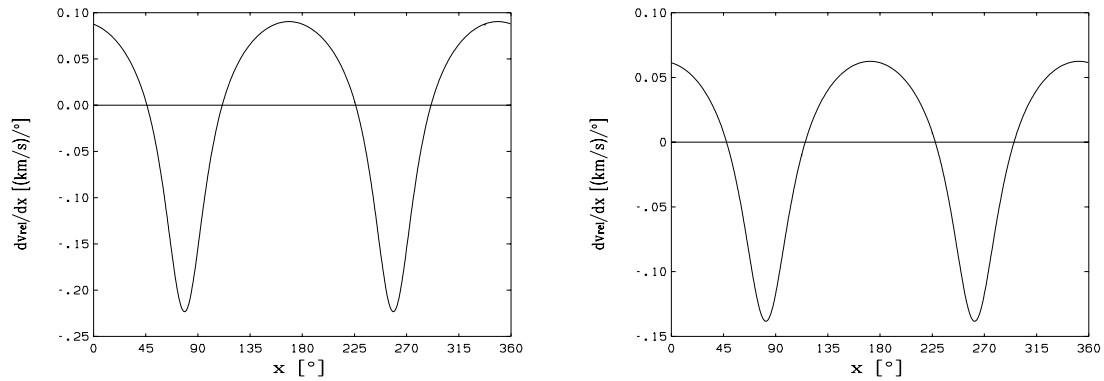


Abbildung 6.10: Verlauf der relativen Geschwindigkeit für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielsysteme

p	s	v_{\min} [km/s]	v_{\max} [km/s]	Δv [km/s], $\phi = \pm 90^\circ$	Δv [km/s], $\phi = \pm 75^\circ$	Δv [km/s], $\phi = \pm 60^\circ$
2	3	-4,136250	4,136250	6,272499	6,272499	6,272499
3	5	-4,299762	4,299762	6,599523	6,599523	6,599523
4	8	-3,689006	3,689006	7,378011	7,378011	7,378011
5	9	-2,911233	2,911233	5,822465	5,822465	5,822465
6	11	-2,467062	2,467062	4,934124	4,934124	4,934124

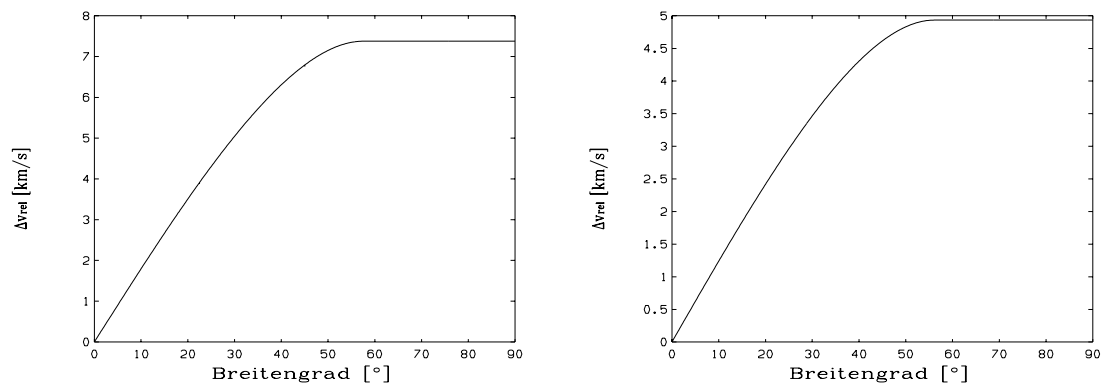
Tabelle 6.4: Minimale, maximale relative Geschwindigkeit und Variation der relativen Geschwindigkeit für verschiedene phasengenaue exakt polare kreisförmige Konstellationen



a) $p = 4$ und $s = 8$

b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.11: Verlauf der 1. Ableitung der relativen Geschwindigkeit für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielsysteme



a) $p = 4$ und $s = 8$

b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.12: Variation der relativen Geschwindigkeit als Funktion des Breitengrades

6.2.1.5 Zusammenfassung

Es zeigt sich, daß bei Verwendung der exakt polaren kreisförmigen Orbitkonstellation die Intersatellitendistanz über dem Äquator maximal und über den Polen minimal wird (wie erwartet). Bei der Untersuchung des Azimuth- und Elevationswinkels sind v.a. die Änderungen zu betrachten, da diese die Antennennachführung beeinflussen. Die Änderung des Elevationswinkels wird an den Polen und über dem Äquator zu Null und die größte Änderung tritt über Regionen zwischen dem Äquator und den Polen auf. Beim Azimuthwinkel tritt die größte Änderung genau über den Polen auf und die 1. Ableitung des Azimuthwinkels wird kurz vor oder nach Überfliegen des Äquators zu Null. Die relative Geschwindigkeit zwischen zwei Satelliten sollte zu Null werden, um Dopplereffekte zu unterdrücken. Die relative Geschwindigkeit wird über dem Äquator und über den Polen zu Null und zwischen dem Äquator und den Polen betragsmäßig maximal. Es ergibt sich somit, daß beim Aufbau von Intersatellitenverbindungen bis zu bestimmten Breitengraden die maximale Intersatellitendistanz berücksichtigt werden muß, die Änderung des Elevations- und Azimuthwinkels und auch der Wert der relativen Geschwindigkeit je nach Breitengrad, bis zu dem die Intersatellitenverbindung aufgebaut bleibt, größer wird, wobei aber bei einem bestimmten Breitengrad die Variation der relativen Geschwindigkeit ihr Maximum erreicht hat.

6.2.2 Intersatellitenverbindungen für die nicht-phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation

Für die nicht-phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation muß die Phasenwinkeldifferenz $\Delta\gamma$ bei der Berechnung der Distanz, des Azimutwinkel, des Elevationswinkels und der relativen Geschwindigkeit berücksichtigt werden (siehe auch [KSS98a, KSS98b]).

6.2.2.1 Intersatellitenabstand

Es ergibt sich somit für den Intersatellitenabstand unter Berücksichtigung der Phasenwinkeldifferenz $\Delta\gamma$ folgende Gleichung

$$d_{ij} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma - \cos(2x + \Delta\gamma) \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \right\} \quad (6.27)$$

a) Nullstellen von d_{ij}

Die Nullstellen des Intersatellitenabstandes für die nicht-phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation ergeben sich dann bei

$$x_0 = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \frac{\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma}{\sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2}} \right\} - \frac{\Delta\gamma}{2} = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \cot^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma \right\} - \frac{\Delta\gamma}{2} \quad (6.28)$$

b) Extremwerte von d_{ij}

Die Extremwerte von d_{ij} erhält man aus

$$\sin(2x + \Delta\gamma) = 0 \quad (6.29)$$

bei

$$x_{Extrem.} = \frac{k\pi}{2} - \frac{\Delta\gamma}{2} \quad (6.30)$$

wobei k wieder ganzzahlig (siehe Abschnitt 3.2) gewählt werden muß. Für die Extremwerte von d_{ij} bekommt man dann

$$d_{ijExtrem} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma - \cos(k\pi) \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \right\} \quad (6.31)$$

wobei man für ungerades k ein Minimum und für gerades k ein Maximum erhält.

Für d_{ijmin} ergibt sich

$$d_{ijmin} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma + \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \right\} \quad (6.32a)$$

und für $d_{ij\max}$

$$d_{ij\max} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma - \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \right\} \quad (6.32b)$$

In den Bildern 6.13a und 6.13b sind die minimale und die maximale Distanz und die Variation der Distanz bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden 60° , 75° und 90° als Funktion der Phasenwinkeldifferenz eingezeichnet, wobei als maximale Phasenwinkeldifferenz in den Bildern der Wert π/s gewählt wurde.

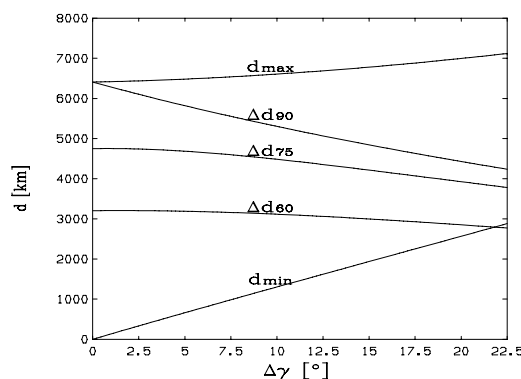
Hierzu wurden wieder die folgenden Konstellation gewählt:

a) $p = 4, s = 8$

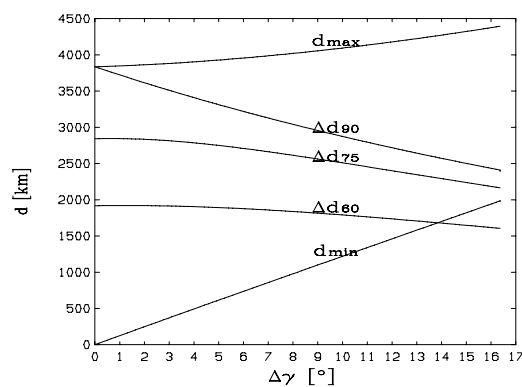
b) $p = 6, s = 11$

Anhand der Bilder erkennt man, daß die minimale und die maximale Distanz mit steigender Phasenwinkeldifferenz $\Delta\gamma$ zunimmt, wobei die Zunahme der minimalen Distanz größer ist als die Zunahme der maximalen Distanz. Die Variation der Distanz für Intersatellitenverbindungen zwischen den Breitengraden $\pm 90^\circ$, $\pm 75^\circ$ und $\pm 60^\circ$ nimmt mit steigender Phasenwinkeldifferenz ab, wobei die Abnahme am stärksten für die Variation der Distanz für Intersatellitenverbindungen zwischen den Breitengraden $\pm 90^\circ$ ist. Um also die Variation der Intersatellitendistanz zu minimieren ist es deshalb am besten, die optimale Phasenwinkeldifferenz von π/s zu wählen.

In den Bild 6.14 ist der Verlauf der Variation der Distanz als Funktion des Breitengrades für beide Beispiele dargestellt, auch hier erkennt man, daß die optimale Phasenwinkeldifferenz die kleinste Variation der Distanz für alle Breitengrade ermöglicht.



a) $p = 4$ und $s = 8$



b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.13: Verlauf der Distanz (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm 90^\circ$) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz

(Anmerkung: $\pi/8 \Rightarrow 22.5^\circ$, $\pi/11 \Rightarrow 16.363636^\circ$)

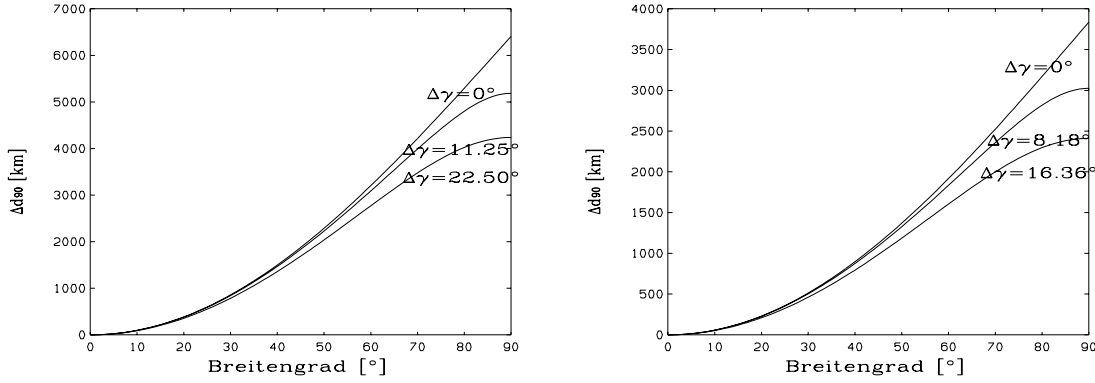
a) $p = 4$ und $s = 8$ b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.14: Variation der Distanz als Funktion des Intersatelliten- Breitengrades für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

(Anmerkung: $\pi/8 \Rightarrow 22.5^\circ$, $\pi/11 \Rightarrow 16.363636^\circ$)

6.2.2.2 Elevationswinkel

Der Elevationswinkel wurde ebenfalls bereits in Abschnitt 3.3 berechnet und die exakte Formel zur Berechnung (Formel 3.27) angegeben. Durch Einsetzen von $i = 90^\circ$ und allgemeinen $\Delta\gamma$ erhält man

$$\theta_{ij} = \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \left(\frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \Delta\gamma - \cos(\Delta\gamma + 2x) \sin^2 \left(\frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \right] \quad (6.33)$$

a) Nullstellen von ϕ_{ij}

Die Nullstellen des Elevationswinkels für die phasengenaue exakt polare kreisförmige Orbitkonstellation ergeben sich dann wie bei der Distanz bei

$$x_0 = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \frac{\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma}{\sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2}} \right\} - \frac{\Delta\gamma}{2} = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \cot^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma \right\} - \frac{\Delta\gamma}{2} \quad (6.34)$$

b) Extremwerte von ϕ_{ij}

Die Extremwerte von ϕ_{ij} erhält man wieder aus

$$\sin(2x + \Delta\gamma) = 0 \quad (6.35)$$

bei

$$x_{Extrem.} = \frac{k\pi}{2} - \frac{\Delta\gamma}{2} \quad (6.36)$$

wobei k wieder ganzzahlig (siehe Abschnitt 3.3) gewählt werden muß.

Für die Extremwerte von ϕ_{ij} gilt

$$\phi_{ijExtrem} = \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma - \cos(k\pi) \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \quad (6.37)$$

wobei man für ungerades k ein Minimum und für gerades k ein Maximum erhält.

Für ϕ_{ijmin} ergibt sich also

$$\phi_{ijmin} = \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma + \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \quad (6.38a)$$

und für ϕ_{ijmax} erhält man

$$\phi_{ijmax} = \frac{1}{2} \arccos \left[\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma - \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \quad (6.38b)$$

Der minimale und der maximale Elevationswinkel und die Variation des Elevationswinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden 60° , 75° , 90° ist in den Bildern 6.15a und 6.15b als Funktion der Phasenwinkeldifferenz eingezeichnet, wobei als maximale Phasenwinkeldifferenz in den Bildern wieder der Wert π/s gewählt wurde. Anhand der Bilder erkennt man, daß der minimale und der maximale Elevationswinkel, ebenso wie bei der Distanz, mit steigender Phasenwinkeldifferenz $\Delta\gamma$ zunimmt, wobei die Zunahme des minimalen Elevationswinkels ebenfalls größer ist als die Zunahme des maximalen Elevationswinkels. Die Variation des Elevationswinkels für Intersatellitenverbindungen zwischen den Breitengraden $\pm 90^\circ$, $\pm 75^\circ$ und $\pm 60^\circ$ nimmt mit steigender Phasenwinkeldifferenz ab, wobei die Abnahme am stärksten für die Variation des Elevationswinkels für Intersatellitenverbindungen zwischen den Breitengraden $\pm 90^\circ$ ist. Um also die Variation des Elevationswinkels zu minimieren ist es deshalb ebenfalls am besten, die optimale Phasenwinkeldifferenz von π/s zu wählen. In den Bild 6.16 ist der Verlauf der Variation des Elevationswinkels als Funktion des Breitengrades für beide Beispiele dargestellt, auch hier erkennt man, daß die optimale Phasenwinkeldifferenz die kleinste Variation des Elevationswinkels für alle Breitengrade ermöglicht.

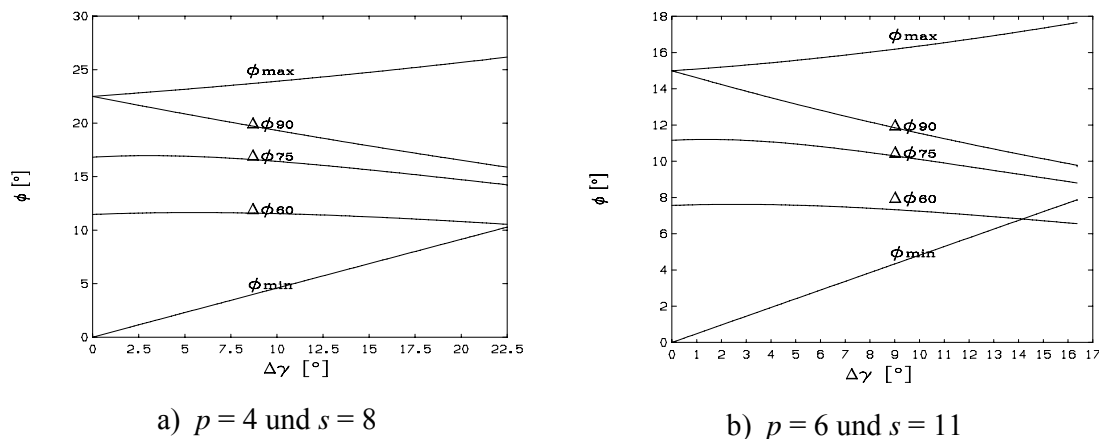


Abbildung 6.15: Verlauf des Elevationswinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm 90^\circ$) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz

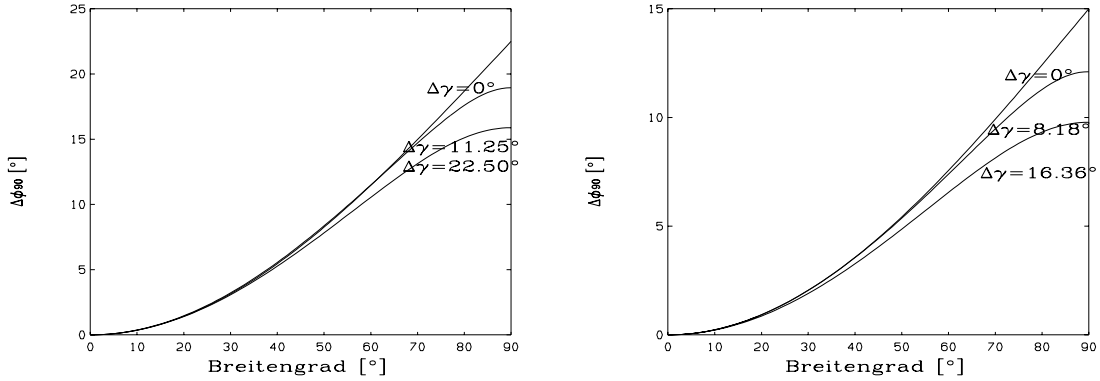
a) $p = 4$ und $s = 8$ b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.16: Variation des Elevationswinkels als Funktion des Intersatelliten-Breitengrades für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

(Anmerkung: $\pi/8 \Rightarrow 22.5^\circ$, $\pi/11 \Rightarrow 16.363636^\circ$)

6.2.2.3 Azimuthwinkel

Auch die Formeln für den Azimuthwinkel zwischen den zwei Satelliten (Formeln 3.40a und 3.40b) wurde bereits im Abschnitt 3.4 allgemein berechnet. Für den Azimuthwinkel zwischen dem Satelliten i und dem Satelliten j bekommt man bei Verwendung der exakt polaren kreisförmigen Orbitkonstellation mit beliebigem $\Delta\gamma$

$$\tan \Psi_{ij} = \frac{\sin \Delta_{ij} \cos(\Delta\gamma + x)}{\sin^2(\Delta_{ij}/2) \sin(\Delta\gamma + 2x) + \cos^2(\Delta_{ij}/2) \sin \Delta\gamma} \quad (6.39a)$$

bzw. für den Azimuthwinkel zwischen dem Satelliten j und dem Satelliten i erhält man

$$\tan(\Psi_{ji} + \pi) = \frac{\sin \Delta_{ij} \cos(x)}{\sin^2(\Delta_{ij}/2) \sin(\Delta\gamma + 2x) + \cos^2(\Delta_{ij}/2) \sin \Delta\gamma} \quad (6.39b)$$

a) Nullstellen von $\Psi_{ij}(x)$

Es gilt:

$$\Psi_{ij}(x) = 0$$

für

$$\sin \Delta_{ij} \cos(\Delta\gamma + x) = 0$$

woraus folgt

$$\cos(\Delta\gamma + x_0) = 0 \quad (6.40)$$

bzw.

$$x_0 = (2k + 1) \frac{\pi}{2} - \Delta\gamma \quad (6.41)$$

mit ganzzahligem k .

b) Extremwerte von $\Psi_{ij}(x)$

Die Berechnung der Extremwerte von Ψ_{ij} bzw. Ψ_{ji} wurde ebenfalls bereits in Abschnitt 3.4 vorgenommen. Durch den Inklinationwinkel von 90° und beliebigem $\Delta\gamma$ ergibt sich dann für die dort eingeführten Abkürzungen

$$a = \sin \Delta_{ij} \quad (6.42a)$$

$$b = 0 \quad (6.42b)$$

$$c = \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (6.42c)$$

$$d = 0 \quad (6.42d)$$

$$e = \cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (6.42e)$$

$$f = e \sin \Delta\gamma \quad (6.42f)$$

$$g = \frac{3}{2} ac + af \sin \Delta\gamma \quad (6.43a)$$

$$h = af \cos \Delta\gamma \quad (6.43b)$$

$$i = -\frac{1}{2} ac \cos(2\Delta\gamma) \quad (6.43c)$$

$$j = \frac{1}{2} ac \sin(2\Delta\gamma) \quad (6.43d)$$

Der minimale und der maximale Azimuthwinkel und die Variation des Azimuthwinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden 60° , 75° , 90° ist in den Bildern 6.17a und 6.17b als Funktion der Phasenwinkeldifferenz eingezeichnet, wobei als maximale Phasenwinkeldifferenz in den Bildern ebenfalls wieder der Wert π/s gewählt wurde.

Anhand der Bilder erkennt man, daß der minimale Azimuthwinkel mit steigender Phasenwinkeldifferenz $\Delta\gamma$ zunimmt und der maximale Azimuthwinkel mit steigender Phasenwinkeldifferenz $\Delta\gamma$ abnimmt. Die Variation des Azimuthwinkels für Intersatellitenverbindungen zwischen den Breitengraden $\pm 75^\circ$ und $\pm 60^\circ$ nimmt mit steigender Phasenwinkeldifferenz zu, die Variation des Azimuthwinkels für Intersatellitenverbindungen zwischen den Breitengraden $\pm 90^\circ$ hat ihren minimalen Wert bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 0^\circ$ und nimmt anschließend mit steigender Phasenwinkeldifferenz stark zu, bis er ein Maximum erreicht; bei weiterer Erhöhung der Phasenwinkeldifferenz nimmt er wieder ab. Um also die Variation der relativen Geschwindigkeit zu minimieren ist deshalb am besten, im Gegensatz zur Intersatellitendistanz und dem Elevationswinkel, eine Phasenwinkeldifferenz von 0 Grad zu wählen, da hier ein Minimum bei der Variation erreicht wird.

In den Bildern 6.18 ist der Verlauf der Variation des Azimuthwinkels als Funktion des Breitengrades für beide Beispiele dargestellt, auch hier erkennt man, daß eine Phasenwinkeldifferenz von 0 Grad die kleinste Variation des Azimuthwinkels für alle Breitengrade ermöglicht.

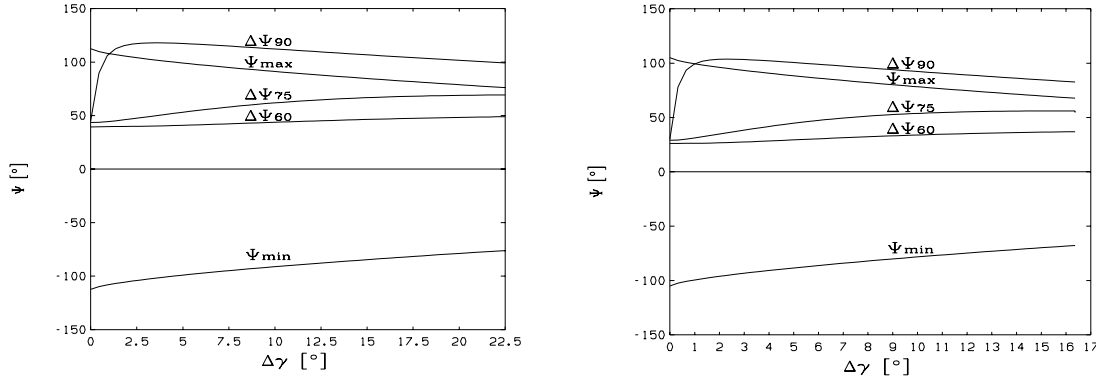
a) $p = 4$ und $s = 8$ b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.17: Verlauf des Azimuthwinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatelliten-verbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm 90^\circ$) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz

(Anmerkung: $\pi/8 \Rightarrow 22.5^\circ$, $\pi/11 \Rightarrow 16.363636^\circ$)

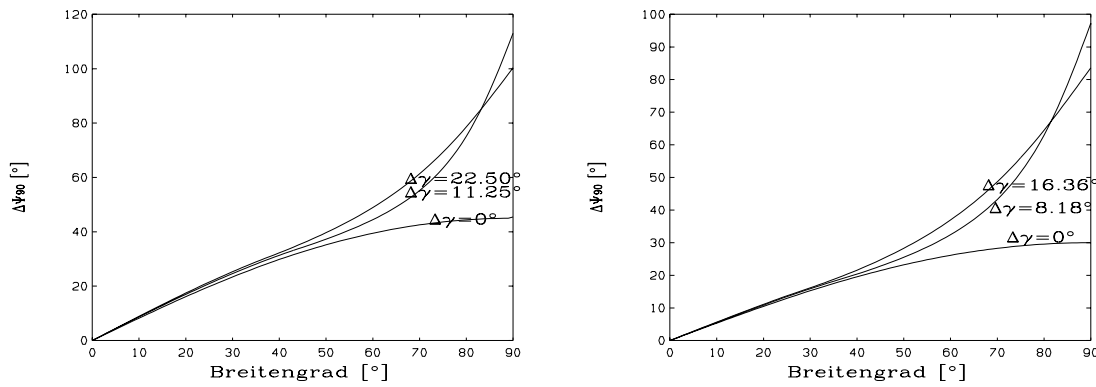
a) $p = 4$ und $s = 8$ b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.18: Variation des Azimuthwinkels als Funktion des Intersatelliten-Breitengrades für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

(Anmerkung: $\pi/8 \Rightarrow 22.5^\circ$, $\pi/11 \Rightarrow 16.363636^\circ$)

6.2.2.4 Relative Geschwindigkeit

Auch die Formeln für die relative Geschwindigkeit zwischen den zwei Satelliten (Formel 3.62) wurde bereits im Abschnitt 3.5 allgemein berechnet. Die relative Geschwindigkeit zwischen dem Satelliten i und dem Satelliten j kann mit beliebigem $\Delta\gamma$ aus

$$v_{xrel} = |v| \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \frac{\sin(2x + \Delta\gamma)}{\sin \phi} \quad (6.44)$$

berechnet werden.

a) Nullstellen von v_{xrel}

Die Nullstellen von v_{xrel} können dann aus

$$\sin(2x + \Delta\gamma) = 0 \quad (6.45)$$

bei

$$x_0 = \frac{k\pi}{2} - \frac{\Delta\gamma}{2} \quad (6.46)$$

bestimmt werden.

b) Extremwerte von v_{xrel}

Zur Bestimmung der Extremwerte der relativen Geschwindigkeit in x-Richtung muß die Ableitung von v_{xrel} nach x gebildet werden. Diese Berechnung wurde bereits in Abschnitt 3.5 vorgenommen. Durch den Inklinationswinkel von 90° und beliebigem $\Delta\gamma$ vereinfachen sich die dort eingeführten Abkürzungen und man erhält

$$a = \cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \Delta\gamma \quad (6.47)$$

und

$$b = \sin^2 \frac{\Delta_1}{2} \quad (6.48)$$

und für x_0 (nur reelle Lösungen)

$$x_0 = \pm \frac{1}{2} \arccos \left(\frac{a-1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1-a}{b} \right)^2 - 1} \right) - \frac{\Delta\gamma}{2} + k\pi \quad (6.49)$$

mit ganzzahligen k .

Der Verlauf der minimalen und der maximalen relativen Geschwindigkeit und die Variation der relativen Geschwindigkeit bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden 60° , 75° , 90° ist in den Bildern 6.19a und 6.19b als Funktion der Phasenwinkeldifferenz eingezeichnet, wobei als maximale Phasenwinkeldifferenz in den Bildern wieder der Wert π/s gewählt wurde. In den Bildern sieht man, daß die minimale relative Geschwindigkeit mit steigender Phasenwinkeldifferenz $\Delta\gamma$ zunimmt und die maximale relative Geschwindigkeit mit steigender Phasenwinkeldifferenz abnimmt. Die Variation der relativen Geschwindigkeit für Intersatellitenverbindungen zwischen den Breitengraden $\pm 90^\circ$, $\pm 75^\circ$ und $\pm 60^\circ$ nimmt ebenfalls mit steigender Phasenwinkeldifferenz ab, wobei die Variationswerte der Breitengrade ab einer bestimmten Phasenwinkeldifferenz identisch sind (Begründung siehe Abschnitt 6.2.1.4). Um also die Variation der relativen Geschwindigkeit zu minimieren ist es hier wieder am besten die optimale Phasenwinkeldifferenz von π/s zu wählen.

In den Bild 6.20 ist der Verlauf der Variation der relativen Geschwindigkeit als Funktion des Breitengrades für beide Beispiele dargestellt. Auch hier erkennt man, daß die optimale Phasenwinkeldifferenz die kleinste Variation des Elevationswinkels für alle Breitengrade ermöglicht.

6.2.2.5 Zusammenfassung

In den Abschnitten 6.2.2.1 bis 6.2.2.4 wurde gezeigt, daß es für die Variation der Intersatellitendistanz, des Elevationswinkels, des Azimuthwinkels und der relativen Geschwindigkeit jeweils einen optimalen Wert gibt, bei welchem die Variation dieser Größen minimiert werden kann. Für die Intersatellitendistanz, dem Elevationswinkel und der relativen

Geschwindigkeit ergibt sich eine Minimierung der Variation bei einem Phasenwinkel von π / s und für den Azimuthwinkel bei 0 Grad, d.h. es ist kein eindeutiger genereller Wert für alle Größen zu finden. Da die Variation der Distanz durch geeignete Verstärker ausgeglichen werden kann und die Variation des Elevationswinkels relativ gering ist, sind die beiden verbleibenden Parameter, der Azimuthwinkel und die relative Geschwindigkeit die entscheidenden Größen. Durch die Wahl eines Phasenwinkels von 0 Grad kann die Variation des Azimuthwinkels im Vergleich zu $\Delta\gamma = \pi / s$ bei einer Intersatellitenbedeckung von 90 Grad halbiert werden (siehe Bild 6.18). Bei einer Intersatellitenbedeckung bis zu 60 Grad ist diese Verbesserung nicht so eindeutig. Bei der relativen Geschwindigkeit ist der optimale Phasenwinkel von $\Delta\gamma = \pi / s$ die bessere Wahl. Zusammenfassend läßt sich sagen, daß in der Mehrzahl der Fälle ein Phasenwinkel von $\Delta\gamma = \pi / s$ verwendet werden sollte, trotz größerer Variation des Azimuthwinkels, besonders da meistens nur eine Intersatellitenbedeckung bis 60 Grad benötigt wird. Weiterhin ist bei einem Phasenwinkel von $\Delta\gamma = \pi / s$ die Bedeckung auch wesentlich homogener und die Höhe kann im Gegensatz zu $\Delta\gamma = 0^\circ$ kleiner gewählt werden.

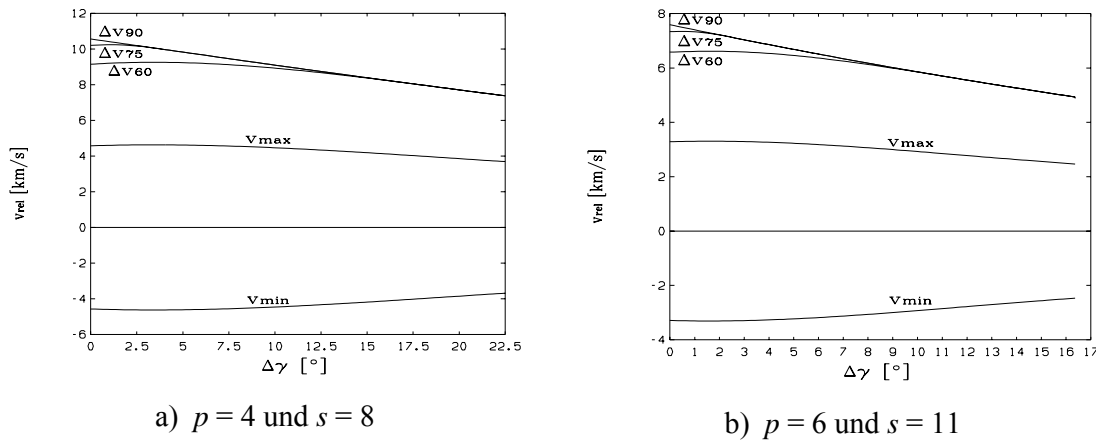


Abbildung 6.19: Verlauf der relativen Geschwindigkeit (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm 90^\circ$) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz

(Anmerkung: $\pi/8 \Rightarrow 22.5^\circ$, $\pi/11 \Rightarrow 16.363636^\circ$)

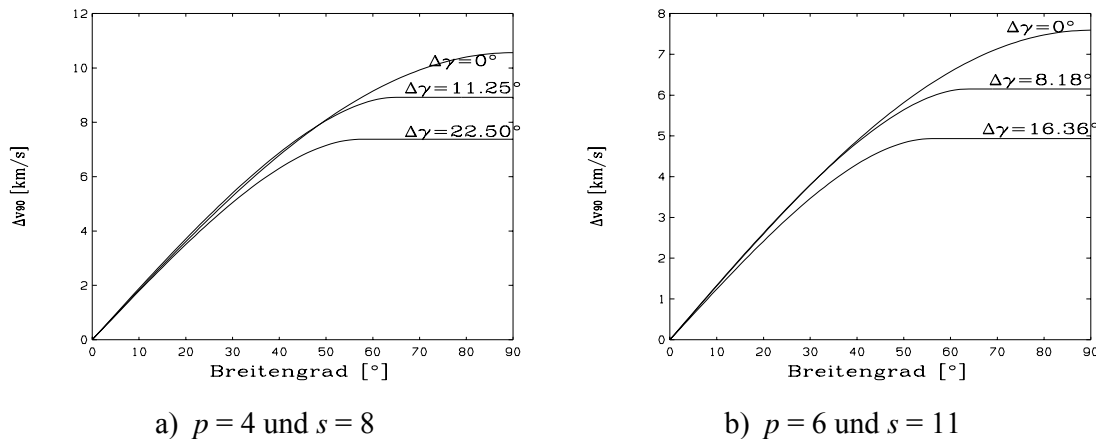


Abbildung 6.20: Variation der relativen Geschwindigkeit als Funktion des Intersatelliten- Breitengrades für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

(Anmerkung: $\pi/8 \Rightarrow 22.5^\circ$, $\pi/11 \Rightarrow 16.363636^\circ$)

6.3 Intersatellitenverbindungen für die fast polare kreisförmige Orbitkonstellation

In Kapitel 3 wurden bereits die allgemeinen Formeln zur Berechnung des Intersatellitenabstandes, für den Elevations- und den Azimutwinkel und für die relative Geschwindigkeit zweier Satelliten auf benachbarten Umlaufbahnen angegeben. Bei der fast polare kreisförmige Orbitkonstellation kann der Inklinationwinkel im Bereich $80^\circ \dots 100^\circ$ variiert werden (siehe auch [KSF97a, Ksa97b]).

6.3.1 Intersatellitenverbindungen für die phasengenaue fast polare kreisförmige Orbitkonstellation

6.3.1.1 Intersatellitenabstand

Es ergibt sich somit für die Intersatellitendistanz unter Berücksichtigung des beliebigen Inklinationwinkels i und der Phasenwinkeldifferenz $\Delta\gamma = \pi/s$ folgende Gleichung

$$d_{ij} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left[\left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \frac{\pi}{s} - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\pi}{s} - \cos \left(\frac{\pi}{s} + 2x \right) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \right\} \quad (6.50)$$

a) Nullstellen von d_{ij}

Als Nullstellen erhält man

$$x_0 = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \frac{\left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \frac{\pi}{s} - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\pi}{s}}{\sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2}} \right\} - \frac{\pi}{2s} \quad (6.51)$$

b) Extremwerte von d_{ij}

Die Extremwerte von d_{ij} ergeben sich aus

$$\sin(2x + \pi/s) = 0 \quad (6.52)$$

bei

$$x_{Extrem.} = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{2s} = \frac{\pi}{2} \left(k - \frac{1}{s} \right) \quad (6.53)$$

und für die Extremwerte von d_{ij} ergibt sich

$$d_{ijExtrem.} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \frac{\pi}{s} - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\pi}{s} - \cos(k\pi) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \right\} \quad (6.54)$$

Für d_{ijmin} erhält man

$$d_{ijmin.} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \frac{\pi}{s} - \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\pi}{s} + \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \right\} \quad (6.55a)$$

und für d_{ijmax}

$$d_{ijmax.} = 2(h + R_E) \sin \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \frac{\pi}{s} - \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\pi}{s} - \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \right\} \quad (6.55b)$$

In den Bildern 6.21a und 6.21b sind die minimale und die maximale Distanz und die Variation der Distanz bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden 60° , 75° und zum maximalen Breitengrad als Funktion des Inklinationwinkels eingezeichnet, wobei als Variationsbereich des Inklinationwinkels $80^\circ \dots 100^\circ$ gewählt wurde (der maximale Breitengrad entspricht dem verwendeten Inklinationwinkel der Konstellation).

Hierzu wurden wieder die folgenden Konstellationen gewählt:

- a) $p = 4, s = 8$
- b) $p = 6, s = 11$

Anhand der Bilder erkennt man, daß im Fall a) die minimale und die maximale Distanz mit steigendem Inklinationwinkel i zunimmt. Die Variation der Distanz für Intersatellitenverbindungen bis zum maximal möglichen Breitengrad nimmt mit steigendem Inklinationwinkel ab und hat ihr Minimum bei einem Inklinationwinkel von 100° . Bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 60^\circ$ und $\pm 75^\circ$ ergibt sich ein Minimum der Variation der Distanz bei einem Inklinationwinkel von $93,5^\circ$. Im Fall b) steigt die minimale Distanz ebenfalls mit steigendem Inklinationwinkel und die maximale Distanz hat ein Minimum bei einem Inklinationwinkel von 88° : Man erhält die minimale Variation der Distanz bei einem Inklinationwinkel von $92,5^\circ$ bei Intersatellitenbedeckung bis zum maximal möglichen Breitengrad. Bei Aufbau der Intersatellitenverbindung bis zum Breitengrad $\pm 75^\circ$ und $\pm 60^\circ$ erhält man ein Minimum der Variation bei einem Inklinationwinkel von 91° .

In den Bild 6.22 ist der Verlauf der Variation der maximalen Distanz als Funktion des Breitengrades für beide Beispiele dargestellt. Im Fall a) ergibt sich bei einem Inklinationwinkel von 95° die kleinste Variation der Distanz und im Fall b) bei einem Inklinationwinkel von 90° (siehe Bild 6.22b).

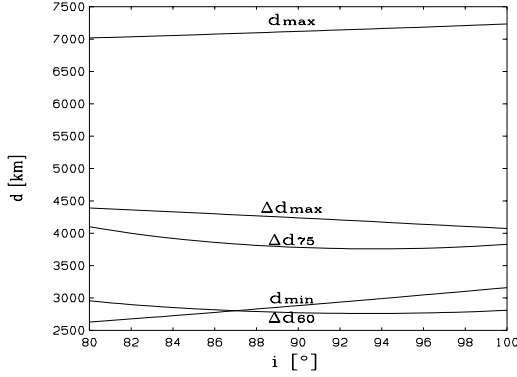
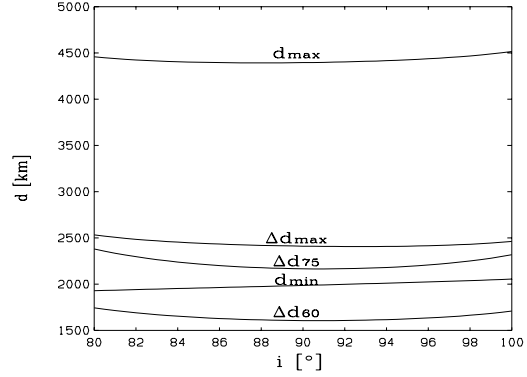

 a) $p = 4$ und $s = 8$

 b) $p = 6$ und $s = 11$

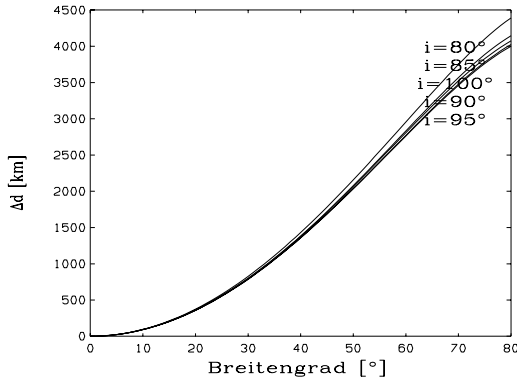
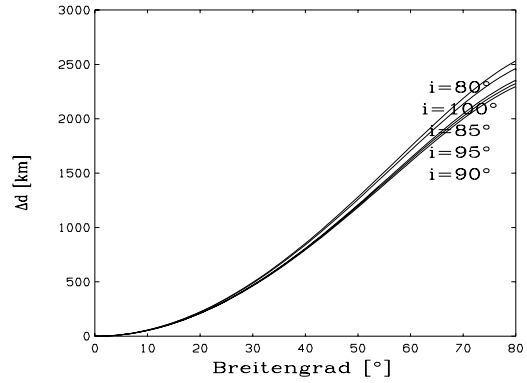
 Abbildung 6.21: Verlauf der Distanz (minimal, maximal, Variation bei Intersatelliten-Bedeckung bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm \max.$) als Funktion des Inklinationswinkels

 a) $p = 4$ und $s = 8$

 b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.22: Variation der Distanz als Funktion des bedeckten Intersatelliten-Breitengrades für verschiedene Inklinationswinkel

6.3.1.2 Elevationswinkel

Die Gleichung für den Elevationswinkel ergibt sich mit $\Delta\gamma = \pi/s$ zu

$$\phi_{ij} = \frac{1}{2} \arccos \left[\left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \frac{\pi}{s} - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\pi}{s} - \cos \left(\frac{\pi}{s} + 2x \right) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right] \quad (6.56)$$

a) Nullstellen von ϕ_{ij}

Für die Nullstellen gilt somit aus Gleichung 3.28

$$x_0 = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \frac{\left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \frac{\pi}{s} - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\pi}{s}}{\sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2}} \right\} - \frac{\pi}{2s} \quad (6.57)$$

b) Extremwerte von ϕ_{ij}

Die Extremwerte von ϕ_{ij} ergeben sich dann wieder aus (vgl. Gleichung 3.30)

$$\sin(2x + \pi/s) = 0 \quad (6.58)$$

bei

$$x_{Extrem.} = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{2s} \quad (6.59)$$

Es ergibt sich somit für die Extremwerte von ϕ_{ij}

$$\begin{aligned} \phi_{ijExtrem.} = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \frac{\pi}{s} - \right. \\ \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\pi}{s} - \cos(k\pi) \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \end{aligned} \quad (6.60)$$

Durch Einsetzen kann man zeigen, daß sich für ungerades k ein Minimum und für gerades k ein Maximum ergibt, so daß gilt

$$\begin{aligned} \phi_{ijmin} = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \frac{\pi}{s} - \right. \\ \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\pi}{s} + \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \end{aligned} \quad (6.61a)$$

und

$$\begin{aligned} \phi_{ijmax} = \frac{1}{2} \arccos \left\{ \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \frac{\pi}{s} - \right. \\ \left. - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\pi}{s} - \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right\} \end{aligned} \quad (6.61b)$$

In den Bildern 6.23a und 6.23b sind der minimale und der maximale Elevationswinkel und die Variation des Elevationswinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden 60° , 75° und bis zum maximalen Breitengrad als Funktion des Inklinationwinkels für die beiden gewählten Beispiele eingezeichnet, wobei als Variationsbereich des Inklinationwinkels wieder $80^\circ \dots 100^\circ$ gewählt wurde.

Anhand der Bilder erkennt man, daß im Fall a) der minimale und der maximale Elevationswinkel mit steigendem Inklinationwinkel i zunimmt und die Variation des Elevationswinkels für Intersatellitenverbindungen bis zum maximalen Breitengrad mit steigendem Inklinationwinkel abnimmt. Bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 60^\circ$ und $\pm 75^\circ$ ergibt sich, wie für die Intersatellitendistanz, ein Minimum der Variation bei einem Inklinationwinkel von $93,5^\circ$. Im Fall b) hat der maximale Elevationswinkel, wie bei der Distanz, ein Minimum bei dem Inklinationwinkel von 88° und der minimale Elevationswinkel steigt mit zunehmenden Inklinationwinkel.

Die Variation des Elevationswinkels hat ihr Minimum bei Intersatellitenbedeckung bis zum maximalen Breitengrad bei einem Inklinationwinkel von $92,5^\circ$ und bei Intersatellitenbedeckung bis zum Breitengrad $\pm 60^\circ$ und $\pm 75^\circ$ bei einem Inklinationwinkel von 91° . In den Bild 6.24 ist der Verlauf der Variation des Elevationswinkels als Funktion des Breitengrades für beide Beispiele dargestellt. Im Fall a) ergibt ein Inklinationwinkel von 95° die kleinste Variation des Elevationswinkels und im Fall b) ergibt sich eine minimale Variation für einen Inklinationwinkel von 90°

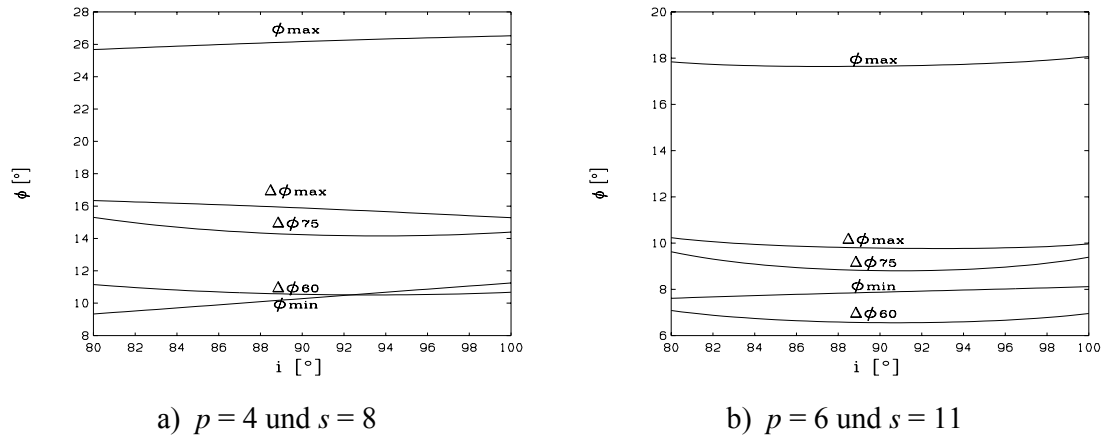


Abbildung 6.23: Verlauf des Elevationswinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm \text{max.}$) als Funktion des Inklinationswinkels

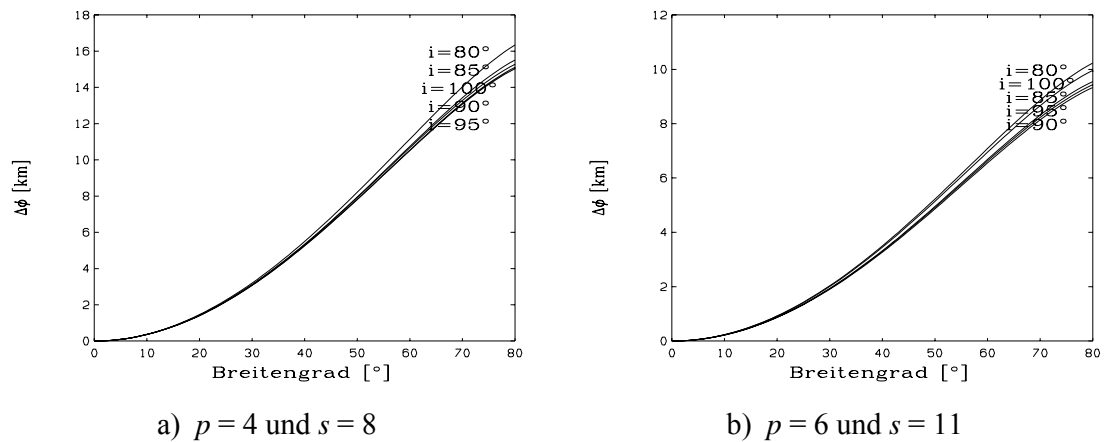


Abbildung 6.24: Variation des Elevationswinkels als Funktion des bedeckten Intersatelliten-Breitengrades für verschiedene Inklinationwinkel

6.3.1.3 Azimuthwinkel

Die Gleichung für die Azimuthwinkel ergibt sich mit $\Delta\gamma = \pi/s$ zu

$$\tan\Psi_{ij} = \frac{\sin i \sin \Delta_{ij} \cos\left(\frac{\pi}{s} + x\right) - \sin 2i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin\left(\frac{\pi}{s} + x\right)}{\sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin\left(\frac{\pi}{s} + 2x\right) + 2 \cos i \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s} + \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2}\right) \sin \frac{\pi}{s}}$$

(6.62a)

und

$$\tan(\Psi_{ji} + \pi) = \frac{\sin i \sin \Delta_{ij} \cos(x) - \sin 2i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin(x)}{\sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin\left(\frac{\pi}{s} + 2x\right) + 2 \cos i \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s} + \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2}\right) \sin \frac{\pi}{s}}$$

(6.62b)

a) Nullstellen von $\Psi_{ij}(x)$

Es gilt:

$$\Psi_{ij}(x) = 0$$

für

$$\sin i \sin \Delta_{ij} \cos\left(\frac{\pi}{s} + x\right) - \sin 2i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin\left(\frac{\pi}{s} + x\right) = 0$$

woraus folgt

$$\cot\left(\frac{\pi}{s} + x_0\right) = \frac{1}{2} \cos i \tan \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (6.63)$$

bzw.

$$x_0 = \text{arc cot}\left(\frac{1}{2} \cos i \tan \frac{\Delta_{ij}}{2}\right) - \frac{\pi}{s} \quad (6.64)$$

b) Extremwerte von $\Psi_{ij}(x)$

Zur Bestimmung der Extremwerte von Ψ_{ij} bzw. Ψ_{ji} muß die erste Ableitung von Ψ_{ij} bzw. Ψ_{ji} nach x gebildet werden. Die Berechnung der Extremwerte von Ψ_{ij} bzw. Ψ_{ji} wurde bereits in Abschnitt 3.4 vorgenommen. Durch den beliebigen Inklinationswinkel und der Phasenwinkeldifferenz $\Delta\gamma = \pi/s$ ergibt sich dann für die dort eingeführten Abkürzungen

$$a = \sin i \sin \Delta_{ij} \quad (6.65a)$$

$$b = \sin 2i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (6.65b)$$

$$c = \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (6.65c)$$

$$d = 2 \cos i \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\pi}{s} \quad (6.65d)$$

$$e = \cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (6.65e)$$

$$f = d + e \sin \frac{\pi}{s} \quad (6.65f)$$

$$g = \frac{3}{2}ac + af \sin \frac{\pi}{s} + bf \cos \frac{\pi}{s} \quad (6.66a)$$

$$h = \frac{3}{2}bc + af \cos \frac{\pi}{s} - bf \sin \frac{\pi}{s} \quad (6.66b)$$

$$i = -\frac{1}{2}ac \cos \frac{2\pi}{s} + \frac{1}{2}bc \sin \frac{2\pi}{s} \quad (6.66c)$$

$$j = \frac{1}{2}ac \sin \frac{2\pi}{s} + \frac{1}{2}bc \cos \frac{2\pi}{s} \quad (6.66d)$$

In den Bildern 6.25a und 6.25b sind der minimale und der maximale Azimuthwinkel und die Variation des Azimuthwinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden 60° , 75° und bis zum maximal möglichen Breitengrad als Funktion des Inklinationwinkels für die beiden gewählten Beispiele eingezeichnet, wobei als Variationsbereich des Inklinationwinkels ebenfalls wieder das Intervall $80^\circ \dots 100^\circ$ gewählt wurde.

Anhand der Bilder erkennt man, daß in den Fällen a) und b) der minimale Azimuthwinkel mit steigendem Inklinationwinkel i zunimmt und der maximale Azimuthwinkel mit steigendem Inklinationwinkel abnimmt. Die Variation des Azimuthwinkels hat im Fall a) bei einer Intersatellitenbedeckung bis zum maximal möglichen Breitengrad ihr Minimum für einen Inklinationwinkel von 100° , bei einem Intersatellitenaufbau bis zum Breitengrad $\pm 75^\circ$ bei einem Inklinationwinkel von 90° und bei Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 60^\circ$ das Minimum bei einem Inklinationwinkel von 88° (siehe Bild 6.25a). Im Fall b) ist das Minimum des Azimuthwinkels bei einer Intersatellitenbedeckung bis zum maximalen Breitengrad bei einem Inklinationwinkel von $97,5^\circ$, bei einer Intersatellitenbedeckung bis $\pm 75^\circ$ bei einem Inklinationwinkel von 90° und bei einer Intersatellitenbedeckung bis $\pm 60^\circ$ bei einem Inklinationwinkel von $89,5^\circ$ (siehe Bild 6.25b). In den Bild 6.26 ist der Verlauf der Variation des Azimuthwinkels als Funktion des Breitengrades für beide Beispiele dargestellt. Im Fall a) und b) ergibt ein Inklinationwinkel von 90° die kleinste Variation des Azimuthwinkels.

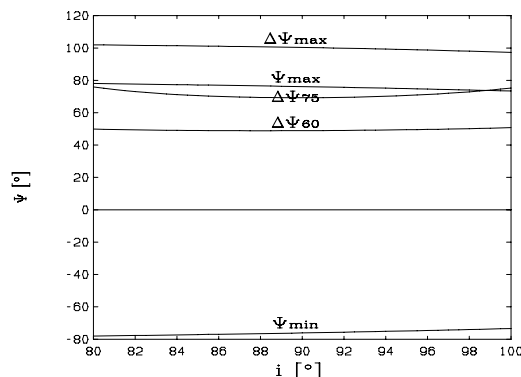
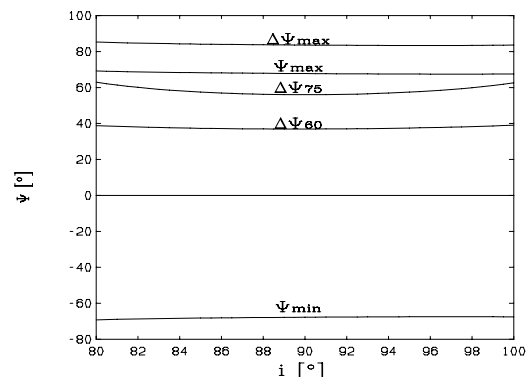
a) $p = 4$ und $s = 8$ b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.25: Verlauf des Azimuthwinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm \max$.) als Funktion des Inklinationwinkels

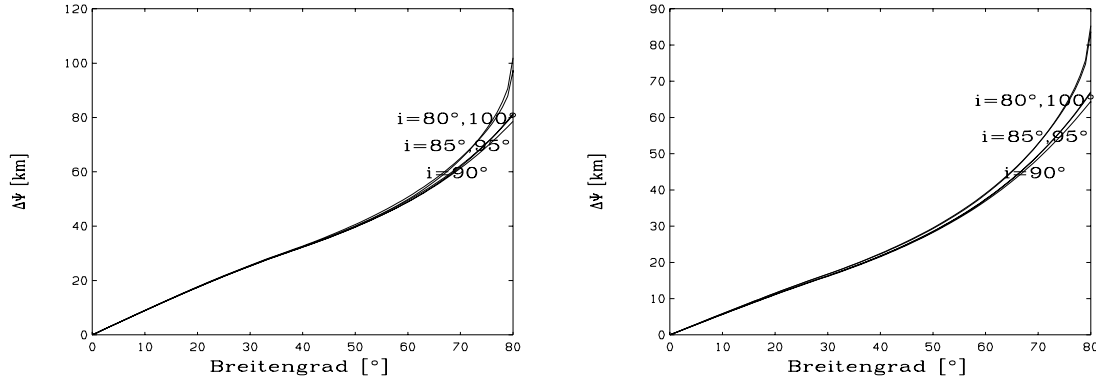
a) $p = 4$ und $s = 8$ b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.26: Variation des Azimuthwinkels als Funktion des bedeckten Intersatelliten-Breitengrades für verschiedene Inklinationen

6.3.1.4 Relative Geschwindigkeit

Die Gleichung für die relative Geschwindigkeit ergibt sich mit $\Delta\gamma = \pi/s$ zu

$$v_{xrel} = |v| \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \frac{\sin(2x + \pi/s)}{\sin \phi} \quad (6.67)$$

a) Nullstellen von v_{xrel}

Die Nullstellen von v_{xrel} ergeben sich dann aus

$$\sin(2x + \pi/s) = 0 \quad (6.68)$$

bei

$$x_0 = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{2s} \quad (6.69)$$

b) Extremwerte von v_{xrel}

Zur Bestimmung der Extremwerte der relativen Geschwindigkeit in x-Richtung muß die Ableitung von v_{xrel} nach x gebildet werden. Diese Berechnung wurde bereits in Abschnitt 3.5 vorgenommen. Mit dem beliebigen Inklinationenwinkel und $\Delta\gamma = \pi/s$ vereinfachen sich die dort eingeführten Abkürzungen und man erhält

$$a = \left(\cos^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} - \cos^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \right) \cos \frac{\pi}{s} - 2 \cos i \sin \frac{\Delta_{ij}}{2} \cos \frac{\Delta_{ij}}{2} \sin \frac{\pi}{s} \quad (6.70)$$

und

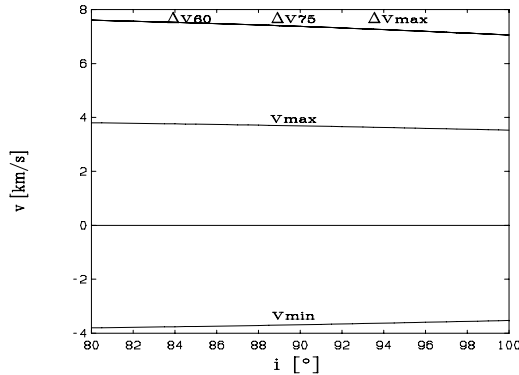
$$b = \sin^2 i \sin^2 \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (6.71)$$

und für x_0 (nur reelle Lösungen)

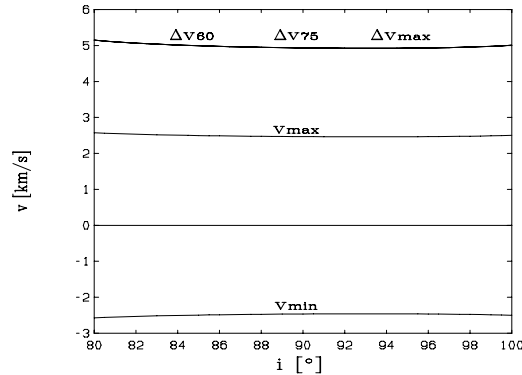
$$x_0 = \pm \frac{1}{2} \arccos \left(\frac{a-1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1-a}{b}\right)^2 - 1} \right) - \frac{\pi}{2s} + k\pi \quad (6.72)$$

mit ganzzahligen k .

Es zeigt sich, daß die Maxima (Minima) jeweils einen Abstand von $x = \pi$ zueinander haben. Bei einem positiven Vorzeichen vor dem ersten Glied erhält man ein Maximum, bei einem negativen Vorzeichen ein Minimum.

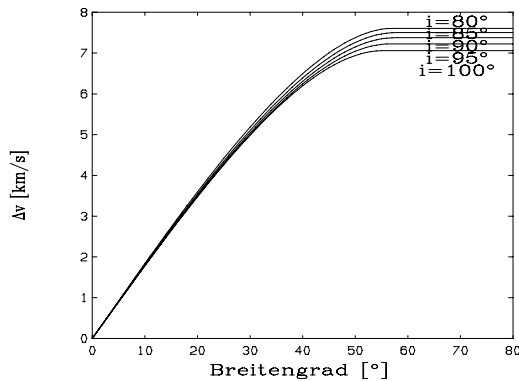


a) $p = 4$ und $s = 8$

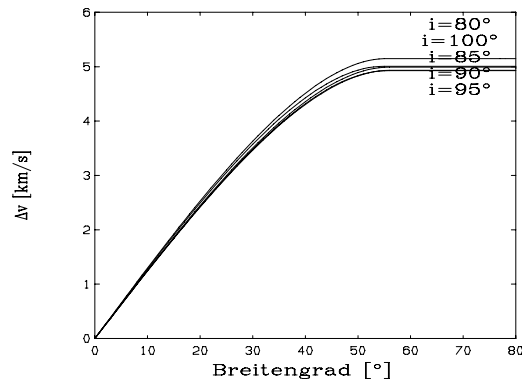


b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.27: Verlauf der relativen Geschwindigkeit (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm \max$.) als Funktion des Inklinationwinkels



a) $p = 4$ und $s = 8$



b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.28: Variation der relativen Geschwindigkeit als Funktion des Intersatelliten- Breitengrades für verschiedene Inklinationwinkel

Die Verläufe der relativen Geschwindigkeit (Minimum und Maximum bzw. Variation) sind in den Bildern 6.27a und 6.27b als Funktion des Inklinationwinkels dargestellt.

Im Fall a) fällt die maximale relative Geschwindigkeit und die minimale Geschwindigkeit steigt mit größer werdenden Inklinationwinkel.

Die Variation der relativen Geschwindigkeit bei Intersatellitenbedeckungen bis zum maximalen Breitengrad, bis $\pm 75^\circ$ und $\pm 60^\circ$ ist identisch und hat ihr Minimum bei einem Inklinationwinkel von 100° . Im Fall b) fällt die maximale relative Geschwindigkeit und auch die Variation der relativen Geschwindigkeit, wobei bei einem Inklinationwinkel von $93,5^\circ$ ein Minimum erreicht wird. Die minimale relative Geschwindigkeit steigt zuerst mit zunehmenden Inklinationwinkel und erreicht dann, ebenfalls bei einem Inklinationwinkel von $93,5^\circ$, ein Maximum, anschließend fällt sie wieder. Die Variation der relativen Geschwindigkeit bei Intersatellitenbedeckungen bis zum maximalen Breitengrad, bis $\pm 75^\circ$ und $\pm 60^\circ$ ist identisch und hat ihr Minimum bei einem Inklinationwinkel von $93,5^\circ$. In den Bild 6.24 ist der Verlauf der Variation der relativen Geschwindigkeit als Funktion des Breitengrades für beide Beispiele dargestellt. Im Fall a) ergibt ein Inklinationwinkel von 100° die kleinste Variation des Azimuthwinkels und im Fall b) ergibt sich die kleinste Variation für einen Inklinationwinkel von 95° .

6.3.1.5 Zusammenfassung

In den letzten vier Abschnitten wurde die Variation der Intersatellitendistanz, des Elevationswinkels, des Azimuthwinkels und der relativen Geschwindigkeit als Funktion des Inklinationwinkels berechnet und für zwei Beispiele aufgezeichnet. Anhand der beiden Beispiele wurde bereits deutlich, daß es keinen einheitlichen Trend bei der Wahl des Inklinationwinkels zur Minimierung der angegebenen Größen gibt, d.h. bei der Planung eines Systems kann erst nach Festlegung von p , s und des maximalen Intersatelliten Breitengrades der optimale Inklinationwinkel für eine spezielle Konstellation gesucht werden.

6.3.2 Intersatellitenverbindungen für die nicht-phasengenaue fast polare kreisförmige Orbitkonstellation

Die Formeln zur Berechnung der Distanz, des Elevationswinkels, des Azimuthwinkels und der relativen Geschwindigkeit wurde für variables i und $\Delta\gamma$ bereits in Kapitel 3 angegeben und sind in diesem Abschnitt in dieser Form gültig, so daß keine neue Angabe dieser Formeln nötig ist.

6.3.2.1 Intersatellitenabstand

Der Verlauf der Variation der Intersatellitendistanz ist in den Bildern 6.29 für einen Intersatellitenaufbau bis zum Breitengrad von 75° als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen $\Delta\gamma$ grafisch dargestellt. Im Beispiel a) ergibt sich die kleinste Variation der Intersatellitendistanz bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 22,5^\circ$ ($\Rightarrow \pi / s$) bei einem Inklinationwinkel von $93,5^\circ$ (vgl. auch Bild 6.21a). Der Verlauf der Variation der Intersatellitendistanz fällt bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 22,5^\circ$ und auch bei $\Delta\gamma = 11,25^\circ$ ($\Rightarrow \pi / 2s$) und $\Delta\gamma = 0^\circ$ mit zunehmenden Inklinationwinkel i ab. Bei Verwendung einer Phasenwinkeldifferenz von 0° erhält man ein Minimum bei einem Inklinationwinkel von 90° und ein Maximum bei eines Inklinationwinkel von 80° oder 100° . Der Verlauf der Variation bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 0^\circ$ ist symmetrisch zu einer gedachten vertikalen Linie bei einem Inklinationwinkel von $i = 90^\circ$. Die Variation bei einem Inklinationwinkel von 85° ist deshalb genauso groß wie die Variation bei einem Inklinationwinkel von 95° . Die Variation der Intersatellitendistanz wird mit steigender Phasenwinkeldifferenz kleiner und erreicht ihr Minimum für einen Inklinationwinkel von $93,5^\circ$ bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 22,5^\circ$.

Im Fall b) erhält man die kleinste Variation der Intersatellitendistanz bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 16,36^\circ$ ($\Rightarrow \pi / s$) bei einem Inklinationwinkel von $\approx 91,0^\circ$ (vgl. auch Bild 6.21b). Vergrößert man den Inklinationwinkel auf 100° , so steigt die Variation wieder an. Für eine Phasenwinkeldifferenz von $8,18^\circ$ ergibt sich die minimale Variation der Intersatellitendistanz bei einem Inklinationwinkel von $\approx 90,5^\circ$ und bei Wahl einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 0^\circ$ ergibt sich die minimale Variation bei einem Inklinationwinkel von 90° . Man erkennt auch, daß mit steigender Phasenwinkeldifferenz die Variation kleiner wird und für $\Delta\gamma = 16,36^\circ$ ($\Rightarrow \pi / s$) die kleinste Variation erreicht wird (vgl. auch Bild 6.13b).

In den Bildern 6.30 ist die gleiche Variation der Intersatellitendistanz aber bei einem Intersatellitenaufbau bis zum Breitengrad von 60° als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen dargestellt. Im Fall a) und b) ergeben sich identische Ergebnisse für die Minima und Maxima wie bei Bild 6.29a und 6.29b. Die Variation der Intersatellitendistanz wird auch hier mit steigender Phasenwinkeldifferenz kleiner und man kann bei Wahl von $\Delta\gamma = 22,50^\circ$ (a) bzw. $16,36^\circ$ (b) die kleinste Variation erhalten.

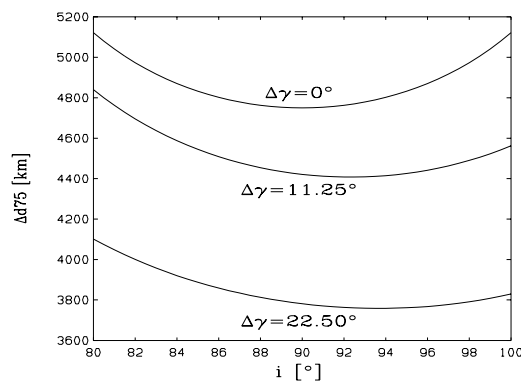
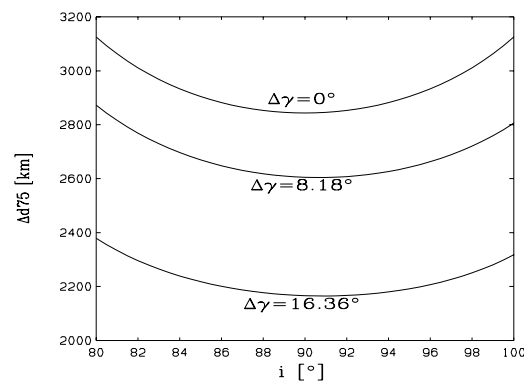
a) $p = 4$ und $s = 8$ b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.29: Verlauf der Variation der Intersatellitendistanz bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 75^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

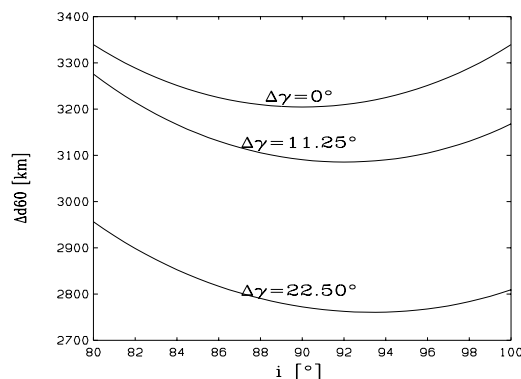
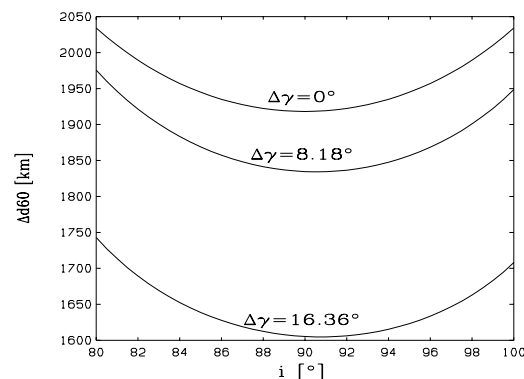
a) $p = 4$ und $s = 8$ b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.30: Verlauf der Variation der Intersatellitendistanz bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

6.3.2.2 Elevationswinkel

In den Bildern 6.31 ist der Verlauf des Elevationswinkels für einen Intersatellitenaufbau bis zum Breitengrad von 75° als Funktion des Inklinationswinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen $\Delta\gamma$ dargestellt. Da der Elevationswinkel über den Intersatellitenwinkel direkt mit der Distanz verbunden ist, ergibt sich im Fall a) und auch im Fall b) das gleiche Ergebnis für die Minima und Maxima wie bei der Distanz (vgl. Abschnitt 6.3.2.1).

Die gleiche Variation des Elevationswinkels ist in den Bildern 6.32 dargestellt, aber bei einem Aufbau der Intersatellitenverbindungen nur bis zum Breitengrad von 60° . Ebenso wie im Bild 6.31 ergibt sich auch hier das gleiche Ergebnis für die Minima und Maxima wie bei der Distanz.

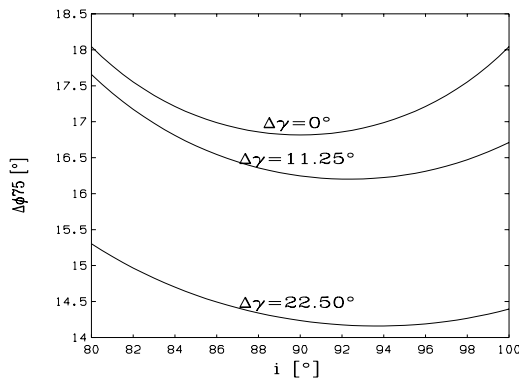
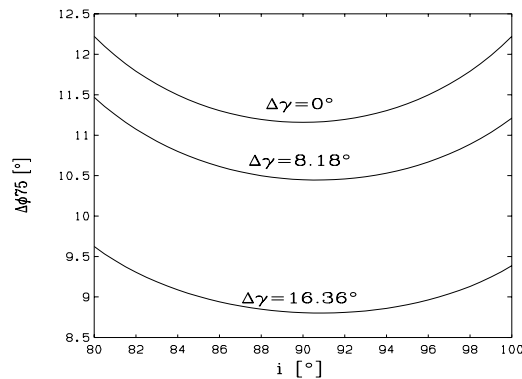
a) $p = 4$ und $s = 8$ b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.31: Verlauf der Variation des Elevationswinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 75^\circ$ als Funktion des Inklinationswinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

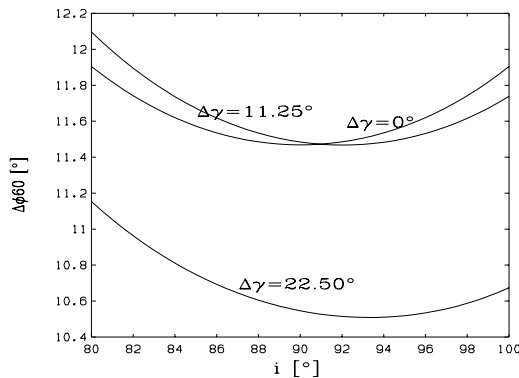
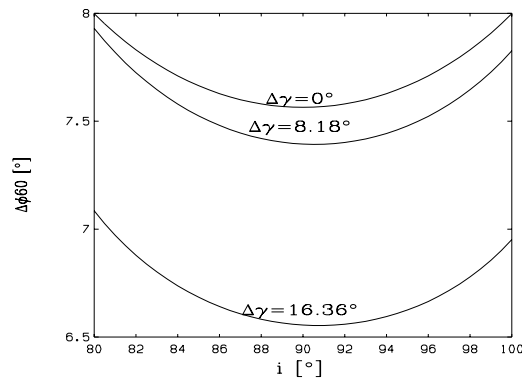
a) $p = 4$ und $s = 8$ b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.32: Verlauf der Variation des Elevationswinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$ als Funktion des Inklinationswinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

6.3.2.3 Azimuthwinkel

Der Verlauf des Azimuthwinkels bei Intersatellitenaufbau bis zum Breitengrad von 75° ist in den Bildern 6.33 als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen $\Delta\gamma$ dargestellt. Die kleinste Variation des Azimuthwinkels ergibt sich im Fall a) bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 0^\circ$ bei einem Inklinationwinkel von 85° . Für eine Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 11,25^\circ$ und $\Delta\gamma = 22,50^\circ$ ergibt sich die minimalste Variation des Azimuthwinkels bei einem Inklinationwinkel von 88° bzw. 90° . Im Fall b) ergibt sich ein ähnlicher Verlauf wie im Fall a). Bei Verwendung einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 0^\circ$ fällt die Variation des Azimuthwinkels mit steigenden Inklinationwinkel, bis es bei einem Inklinationwinkel von $i = 86,5^\circ$ ein Minimum erreicht, anschließend steigt es wieder. Für eine Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 8,18^\circ$ und $\Delta\gamma = 16,36^\circ$ erhält man ein Minimum der Variation des Azimuthwinkels bei Verwendung eines Inklinationwinkels von $89,5^\circ$ bzw. 90° . In den Bildern 6.34 ist die gleiche Variation des Azimuthwinkels bei einem Intersatellitenaufbau bis zum Breitengrad von 60° als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen dargestellt.

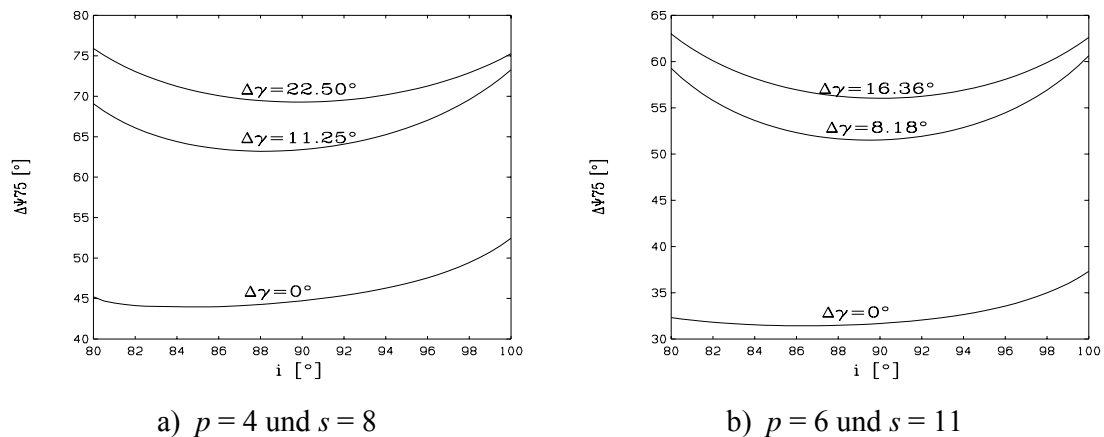


Abbildung 6.33: Verlauf der Variation des Azimuthwinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 75^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

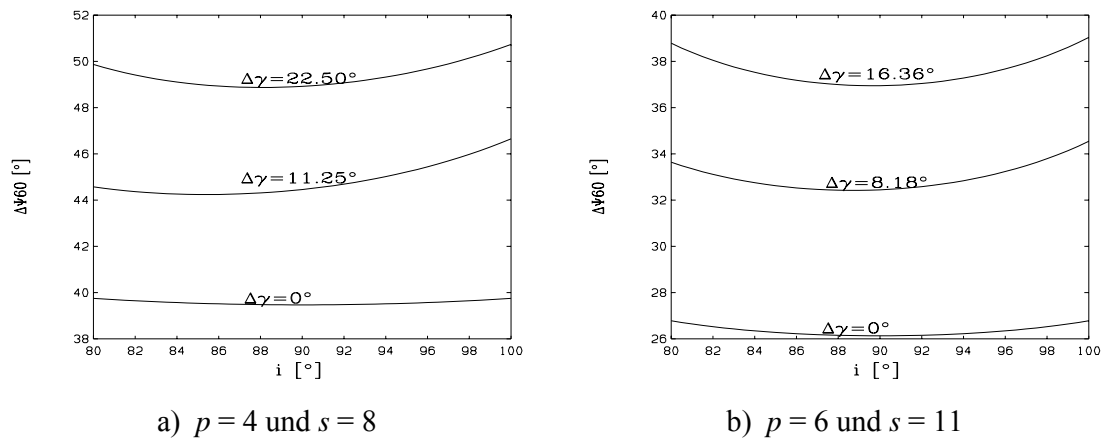


Abbildung 6.34: Verlauf der Variation des Azimuthwinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

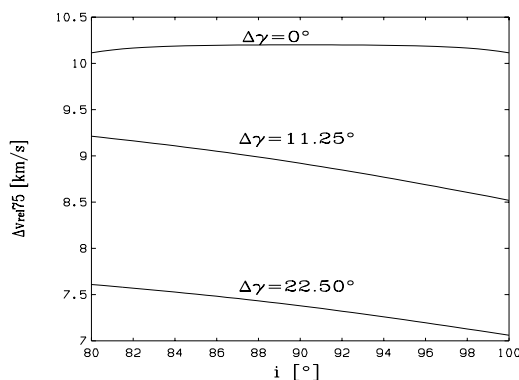
Im Fall a) und b) erhält man ein Minimum der Variation bei Verwendung einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 0^\circ$ für einen Inklinationwinkel von 90° .

6.3.2.4 Relative Geschwindigkeit

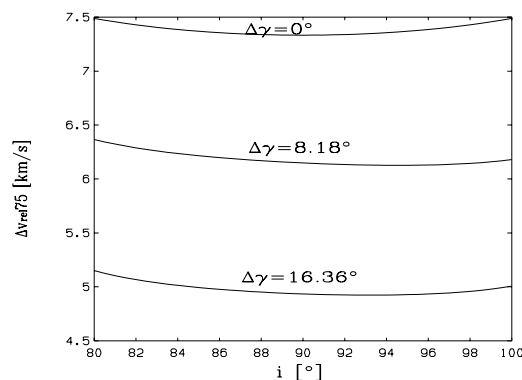
In den Bildern 6.35 ist der Verlauf der relativen Geschwindigkeit bei Intersatellitenaufbau bis zum Breitengrad von 75° als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen $\Delta\gamma$ dargestellt. Die kleinste Variation der relativen Geschwindigkeit ergibt sich im Fall a) bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 22,50^\circ$ bei einem Inklinationwinkel von 100° . Bei Verwendung einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 11,25^\circ$ ergibt sich auch die minimalste relative Geschwindigkeit bei einem Inklinationwinkel von $i = 100^\circ$. Der Verlauf der Variation bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 0^\circ$ ist symmetrisch zu einer gedachten vertikalen Linie bei einem Inklinationwinkel von $i = 90^\circ$, d.h. die Variation bei einem Inklinationwinkel von 85° ist genauso groß wie die Variation bei einem Inklinationwinkel von 95° . Bei Wahl von $\Delta\gamma = 0^\circ$ erhält man die minimalste Variation bei einem Inklinationwinkel von 80° und 100° .

Im Fall b) ergibt sich die minimalste Variation der relativen Geschwindigkeit bei Wahl einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 16,36^\circ$ bei einem Inklinationwinkel von $i \approx 93,5^\circ$ und bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 8,18^\circ$ bei einem Inklinationwinkel $i \approx 93,0^\circ$. Der Verlauf der relativen Geschwindigkeit bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 0^\circ$ ist ebenfalls symmetrisch zu einer gedachten vertikalen Linie bei einem Inklinationwinkel von $i = 90^\circ$ und es ergibt sich hier die minimalste Variation bei einem Inklinationwinkel von 90° .

Die gleiche Variation der relativen Geschwindigkeit ist in den Bildern 6.36 dargestellt, aber bei einem Aufbau der Intersatellitenverbindungen nur bis zum Breitengrad von 60° . Ebenso wie im Bild 6.35 ergibt sich auch hier das gleiche Ergebnis für die Minima und Maxima wie im Bild 6.35 beim Aufbau von Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad von 75° mit der Ausnahme, daß man im Fall a) bei Wahl von $\Delta\gamma = 0^\circ$ die minimalste Variation bei einem Inklinationwinkel von 90° erhält.



a) $p = 4$ und $s = 8$



b) $p = 6$ und $s = 11$

Abbildung 6.35: Verlauf der Variation der relativen Geschwindigkeit bei Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 75^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

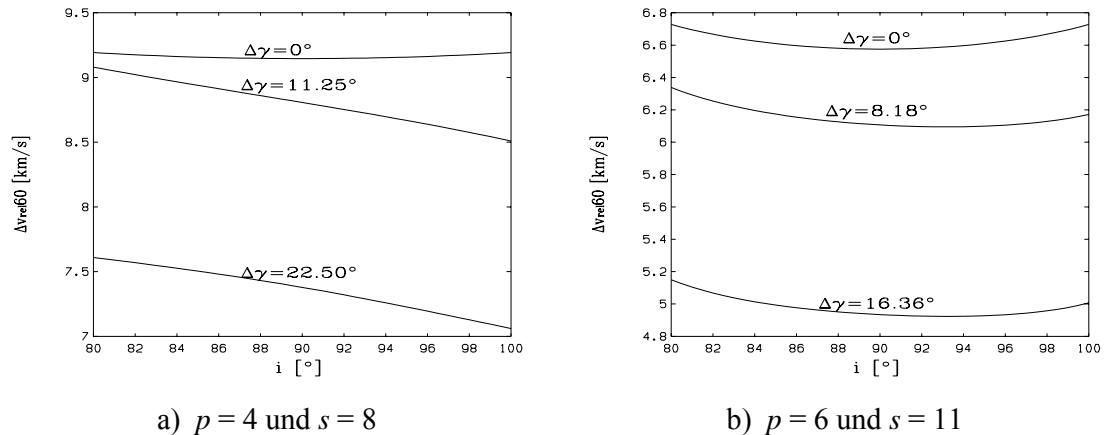


Abbildung 6.36: Verlauf der Variation der relativen Geschwindigkeit bei

Intersatellitenverbindungen bis zu Breitengraden $\pm 60^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

6.3.2.5 Zusammenfassung

In den letzten vier Abschnitten wurde der Verlauf der Variation der Intersatellitendistanz, des Elevationswinkels, des Azimutwinkels und der relativen Geschwindigkeit als Funktion des Inklinationwinkels und der Phasenwinkeldifferenz berechnet und für zwei Beispiele aufgezeichnet. Anhand der beiden Beispiele wurde bereits deutlich, daß es auch hier keinen einheitlichen Trend bei der Wahl des Inklinationwinkels und der Phasenwinkeldifferenz zur Minimierung der angegebenen Größen gibt, d.h. bei der Planung eines Systems kann erst nach Festlegung von p , s und dem maximalen Intersatelliten Breitengrad der optimale Inklinationswinkel und die optimale Phasenwinkeldifferenz für eine spezielle Konstellation gesucht werden.

6.4 Intersatellitenverbindungen für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation

In diesem Abschnitt wird die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation hinsichtlich des Aufbaus von Intersatellitenverbindungen untersucht. Hierzu werden im ersten Teil die Verläufe der wichtigsten Einflußgrößen zum Aufbau von Intersatellitenverbindungen (Intersatellitendistanz, Elevations- und Azimuthwinkel, relative Geschwindigkeit) dargestellt und untersucht. Anschließend werden wieder die Auswirkungen der Veränderung des Inklinationwinkels und der Phasenwinkeldifferenz auf diese Einflußfaktoren der Intersatellitenverbindungen bewertet.

6.4.1 Die wichtigsten Einflußfaktoren auf Intersatellitenverbindungen

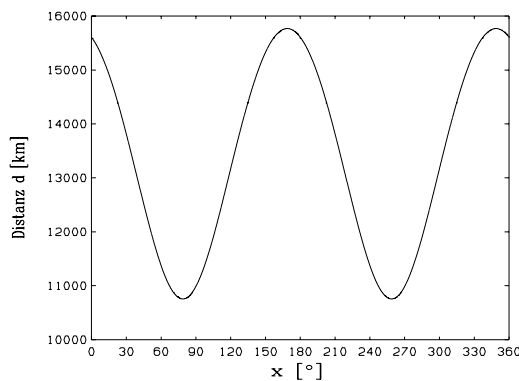
Die allgemeinen Formeln zur Bestimmung der Intersatellitendistanz, des Elevations- und Azimuthwinkels und der relativen Geschwindigkeit zweier Satelliten auf benachbarten Umlaufbahnen wurden bereits in Kapitel 3 berechnet und sind hier in dieser Form weiterhin gültig (siehe auch [KSa98a]).

6.4.1.1 Intersatellitendistanz

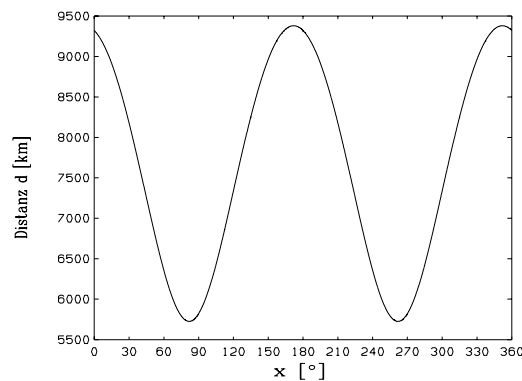
In den Bildern 6.37a und 6.37b sind die Verläufe der Intersatellitendistanz für zwei inklinierte kreisförmige Beispielkonstellationen dargestellt. Um einen Vergleich mit der polaren kreisförmigen Orbitkonstellation zu ermöglichen wurden auch hier wieder die Konstellationen

- a) $p = 4, s = 8$
- b) $p = 6, s = 11$

gewählt. Weiterhin wird wieder vollständige Bedeckung vorausgesetzt.



a) $p = 4, s = 8$



b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.37: Verlauf der Distanz für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen

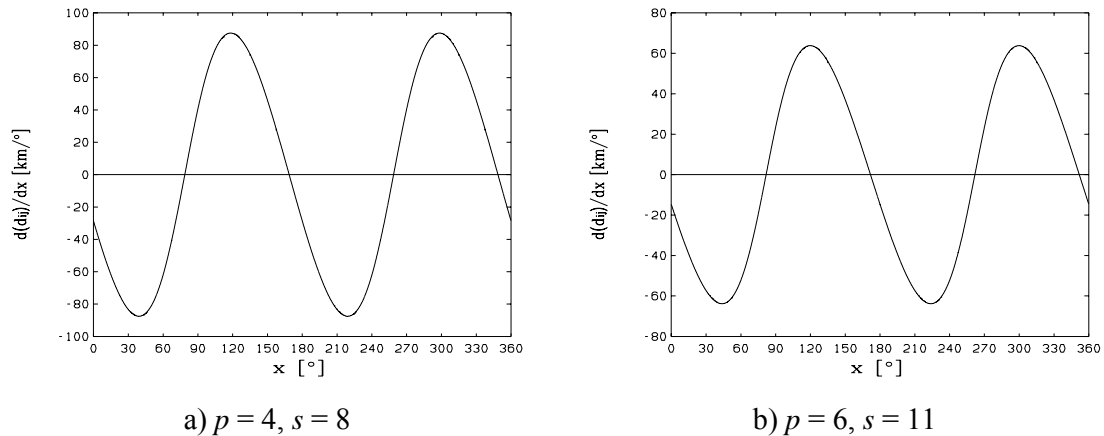


Abbildung 6.38: Verlauf der 1. Ableitung der Distanz für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen

Das Bild 6.37 zeigt, daß sich die Distanz auch bei Verwendung der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation während eines Umlaufes stark verändert, im Fall a) von ca. 10800 km bis zu ca. 15700 km und im Fall b) von ca. 5700 km bis zu ca. 9400 km. Die Intersatellitendistanz hat ihr Maximum über dem Äquator (im Beispiel a bei $x = 167,75^\circ, 348,75^\circ$ und im Beispiel b bei $x = 171,82^\circ, 351,82^\circ$) und die minimale Distanz über dem maximal erreichten Breitengrad (im Beispiel a bei $x = 78,75^\circ, 258,75^\circ$ und im Beispiel b bei $x = 81,82^\circ, 261,82^\circ$). In den Bildern 6.38a und 6.38b sind für die jeweils gleichen Konstellationen die Verläufe der 1. Ableitung der Intersatellitendistanz als Funktion von x aufgetragen. Die größte Änderung der Distanz tritt zwischen dem Äquator und dem maximal erreichten Breitengrad auf und die Nullstellen der 1. Ableitung der Intersatellitendistanz über dem Äquator, d.h. die Intersatellitenverbindungen können über dem Äquator mit geringster Leistungsanpassung aufgebaut werden. Leider ist aber die Intersatellitendistanz genau über dem Äquator maximal, so daß hier die größte Energie benötigt wird. Um die Schwankung der Intersatellitendistanz während eines Umlaufes zu verringern, besteht auch hier wieder die Möglichkeit, die Verbindung nicht während des gesamten Umlaufes aufrecht zu erhalten. Durch diese Vorgehensweise wäre aber bei Verwendung der inklinierten Orbitkonstellation, welche als maximalen Breitengrad nur den Wert des Inklinationwinkels erreicht, nur eine Verringerung der Schwankung bei Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 40^\circ$ oder weniger möglich.

6.4.1.2 Elevationswinkel

Die Verläufe der Elevationswinkel und deren 1. Ableitung sind in den Bildern 6.39 bzw. 6.40 für die zwei inklinierten kreisförmigen Beispielkonstellationen dargestellt. Der Verlauf des Elevationswinkels ist gleich dem Verlauf der Distanz (nur in einer anderen Größenordnung), da beide Größen über dem Intersatellitenwinkel verknüpft sind. Die größte Änderung des Elevationswinkels tritt über dem Äquator und die kleinste Änderung über dem maximal erreichten Breitengrad auf. Die Variation des Elevationswinkels ist aber im Beispiel a) mit $x \approx 20^\circ$ und im Beispiel b) mit $\approx 14^\circ$ relativ gering.

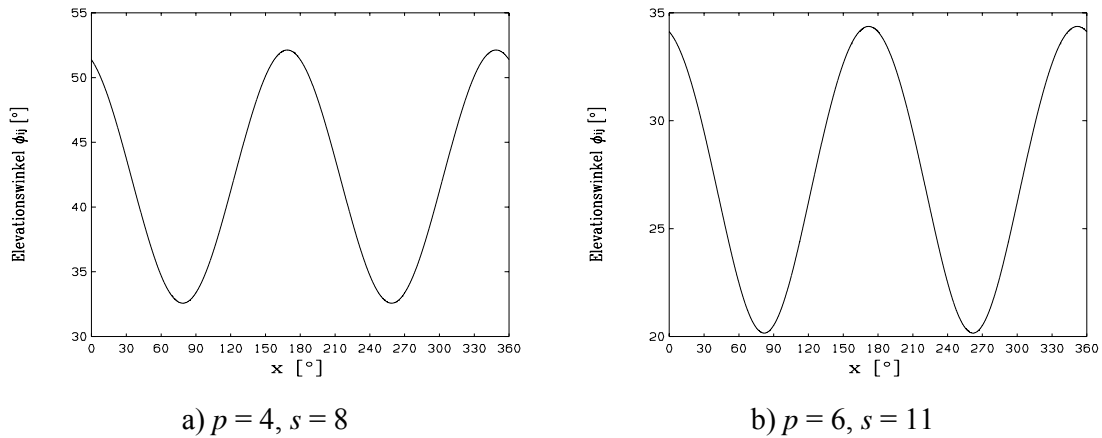


Abbildung 6.39: Verlauf des Elevationswinkels für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen

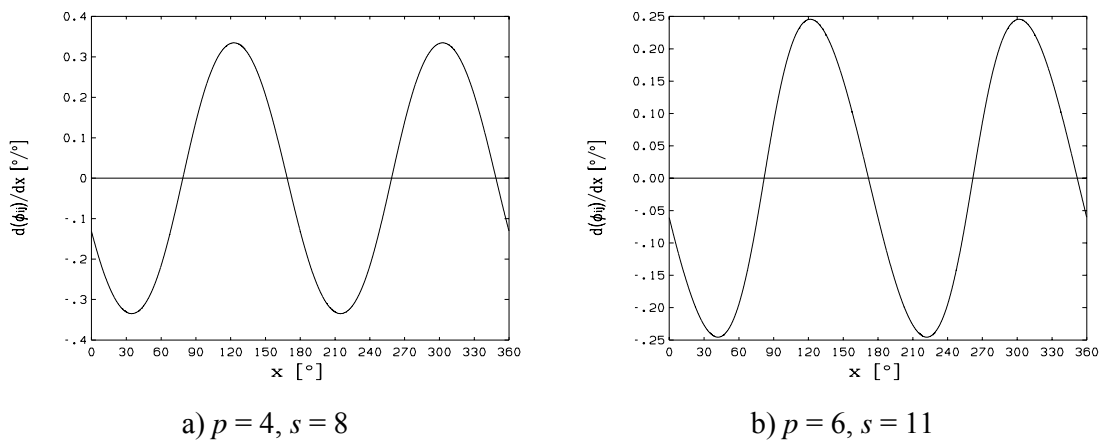


Abbildung 6.40: Verlauf der 1. Ableitung des Elevationswinkels für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen

6.4.1.3 Azimuthwinkel

In den Bildern 6.41a und 6.41b sind die Verläufe des Azimuthwinkels für die zwei inklinierten kreisförmigen Beispielkonstellationen dargestellt. Zusätzlich wurde in den Bildern 6.42a und 6.42b jeweils die erste Ableitung des Azimuthwinkels als Funktion von x aufgetragen. Der Azimuthwinkel hat einen Schwankungsbereich von $\approx \pm 70^\circ$ im Fall a und von $\approx \pm 62^\circ$ im Fall b. Die größten Änderungen des Azimuthwinkels treten über dem maximal erreichten Breitengrad auf und die Nullstellen der ersten Ableitung im Bereich zwischen dem Äquator und dem maximal erreichten Breitengrad. Die Variation des Azimuthwinkels ist wesentlich größer als die Variation des Elevationswinkels, so daß hierfür ein größerer Nachführbereich als beim Elevationswinkel nötig ist.

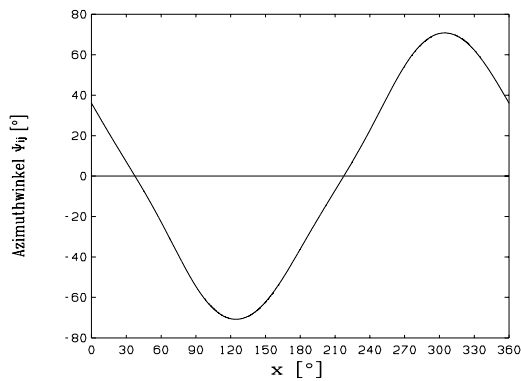
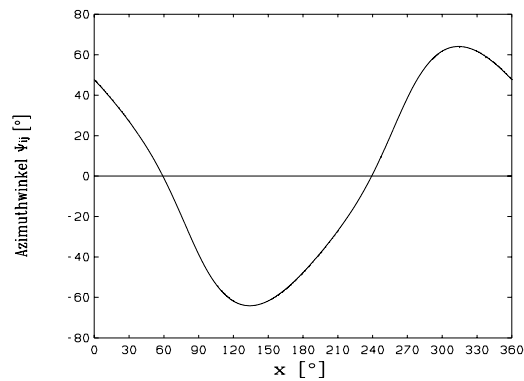
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.41: Verlauf des Azimuthwinkels für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen

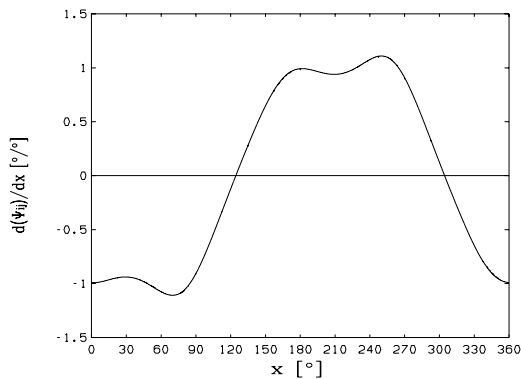
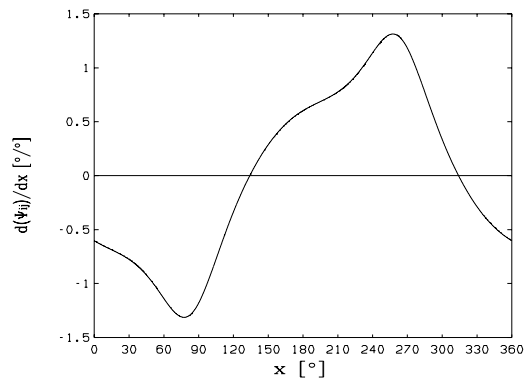
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.42: Verlauf der 1. Ableitung des Azimuthwinkels für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen

6.4.1.4 Relative Geschwindigkeit

Die Verläufe der relativen Geschwindigkeit und deren 1. Ableitung sind in den Bildern 6.43 bzw. 6.44 für die zwei inklinierten kreisförmigen Beispielkonstellationen aufgezeichnet. Die relative Geschwindigkeit schwankt im Beispiel a) zwischen $\pm 3,1$ km/s und im Beispiel b) zwischen $\pm 3,0$ km/s. Die größte Änderung der relativen Geschwindigkeit tritt über dem maximal erreichten Breitengrad auf, die Änderung über dem Äquator ist aber auch stark. Die Nullstellen der 1. Ableitung liegen genau zwischen dem Äquator und dem maximal erreichten Breitengrad.

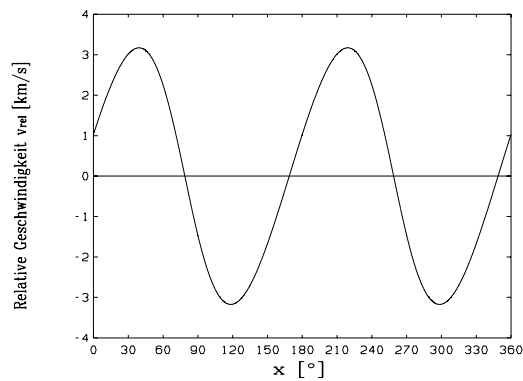
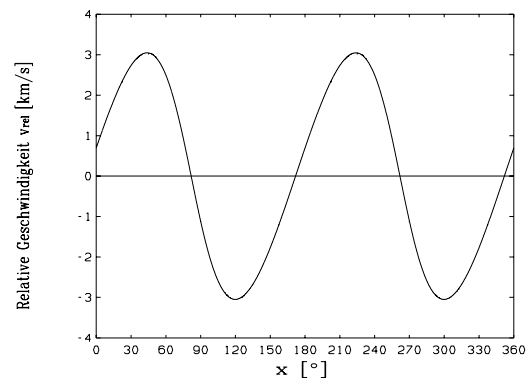
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.43: Verlauf der relativen Geschwindigkeit für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen

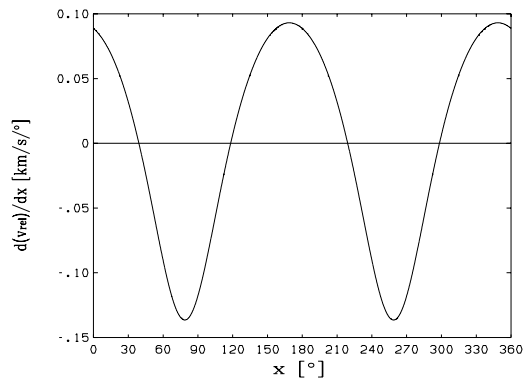
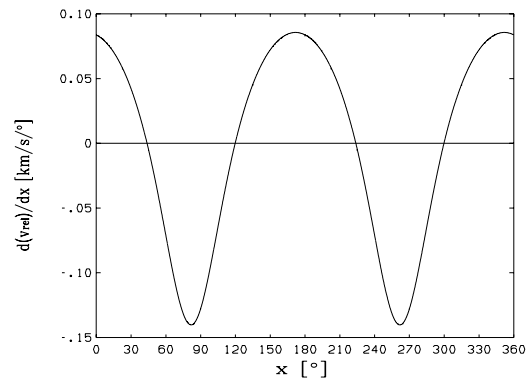
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.44: Verlauf der 1. Ableitung der relativen Geschwindigkeit für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation zweier Beispielkonstellationen

6.4.1.5 Zusammenfassung

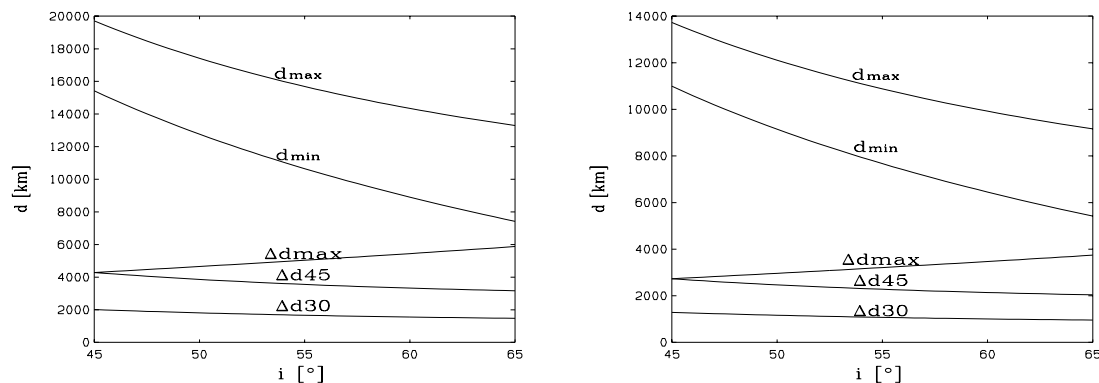
Es ergibt sich das gleiche Ergebnis wie in der Zusammenfassung in Abschnitt 6.2.1.5.

6.4.2 Variation des Inklinationwinkels

6.4.2.1 Intersatellitendistanz

In den Bildern 6.45a und 6.45b ist die Intersatellitendistanz als Funktion des Inklinationwinkels für die beiden ausgewählten Beispiele dargestellt. Man erkennt, daß in beiden Beispielen die minimale und die maximale Intersatellitendistanz mit steigendem Inklinationwinkel fällt, wobei die minimale Intersatellitendistanz schneller fällt als die maximale Distanz. Die Variation der Intersatellitendistanz bei Intersatellitenbedeckung bis zum maximal möglichen Breitengrad steigt mit zunehmenden Inklinationwinkel, bei Intersatellitenbedeckung bis zu einem Breitengrad von $\pm 45^\circ$ und $\pm 30^\circ$ fällt die Variation mit zunehmenden Inklinationwinkel. Die steigende Variation der Intersatellitendistanz bei Intersatellitenverbindungen bis zum maximalen Breitengrad erklärt sich daraus, daß die Intersatellitenverbindung immer bis zum maximal erreichten Breitengrad aufgebaut bleiben, wo aber auch die größte Zunahme der Distanz ist. Bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad von $\pm 30^\circ$ wird das Gebiet der größten Zunahme der Intersatellitendistanz nicht erreicht, so daß die Variation mit zunehmenden Inklinationwinkel etwa gleich bleiben würde. Da vollständige Bedeckung vorausgesetzt wird, kann bei steigenden Inklinationwinkel aber auch die Höhe kleiner gewählt werden, woraus dann der fallende Trend resultiert.

Beim Verlauf des Elevationswinkels (siehe Abschnitt 6.4.1.2) wurde die fallende Höhe nicht berücksichtigt und es ergaben sich deshalb dort auch etwas andere Verläufe. Die Variation der Intersatellitendistanz als Funktion des maximalen Breitengrades des Intersatellitenaufbaus ist in den beiden anschließenden Bildern 6.46a und 6.46b gezeigt, wobei die Variation jeweils für drei verschiedene Inklinationwinkel berechnet wurden. Diese ausgewählten Inklinationwinkel sind 45° , 65° und der jeweils optimale Inklinationwinkel für die Bedeckung, im Fall a) eine Wert von $i = 54,74^\circ$ und im Fall b) der Wert $i = 63,43^\circ$. Anhand dieser beiden Bilder zeigt sich, daß die Variation der Intersatellitendistanz bei einem Inklinationwinkel von 65° (obere Grenze für inklinierte Orbits) die kleinste Variation bei allen Breitengraden hat, bis zu denen die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden.



a) $p = 4, s = 8$

b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.45: Verlauf der Distanz (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm \text{max.}$) als Funktion des Inklinationwinkels

Es ist hierbei zu beachten, daß Intersatellitenverbindungen bei einer Konstellation mit Inklinationwinkel von $i = 45^\circ$ auch nur bis zu einem maximalen Breitengrad von 45° aufgebaut werden können, danach nicht mehr, so daß die Verläufe in den Bildern 6.46 auch nur bis zum maximal möglichen Breitengrad gezeichnet sind und dann abbrechen. Diese Verläufe resultieren auch hier aus der kleineren Höhe bei steigendem Inklinationwinkel.

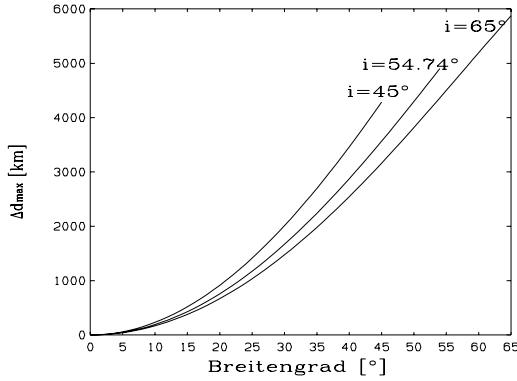
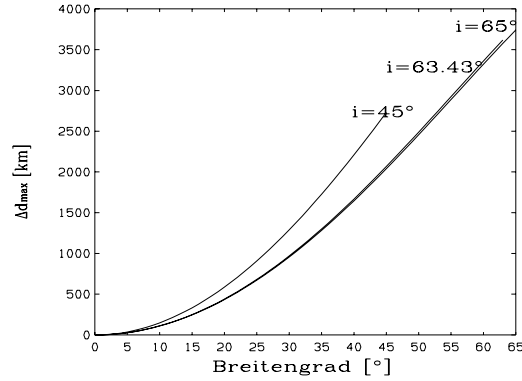
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.46: Variation der Distanz für verschiedene Inklinationwinkel als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden

6.4.2.2 Elevationswinkel

Der Verlauf des Elevationswinkels ist ähnlich wie der Verlauf der Distanz, nur in einer anderen Größenordnung, da der Elevationswinkel und die Intersatellitenabstand über dem Intersatellitenwinkel verknüpft sind. Der minimale und der maximale Elevationswinkel und die Variation ist in den Abbildungen 6.47a und 6.47b für beide Beispiele als Funktion des Inklinationwinkels gezeichnet. In beiden Beispielen fällt der minimale und der maximale Elevationswinkel, wobei der minimale Elevationswinkel schneller fällt als der maximale Elevationswinkel. Die Variation des Elevationswinkels bei Intersatellitenbedeckung bis zum maximal möglichen Breitengrad steigt mit zunehmenden Inklinationwinkel, bei Intersatellitenbedeckung bis zu einem Breitengrad von $\pm 45^\circ$ und $\pm 30^\circ$ bleibt die Variation fast konstant.

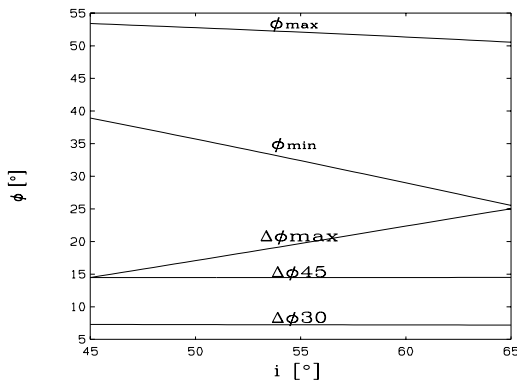
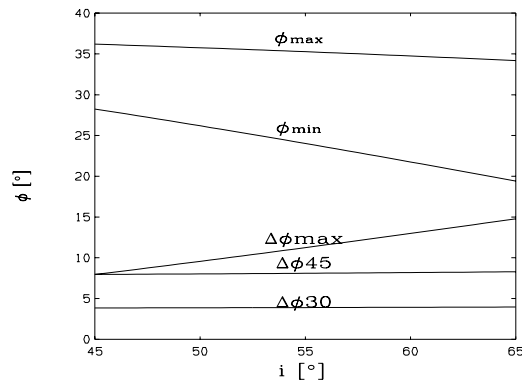
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.47: Verlauf des Elevationswinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm \text{max.}$) als Funktion des Inklinationwinkels

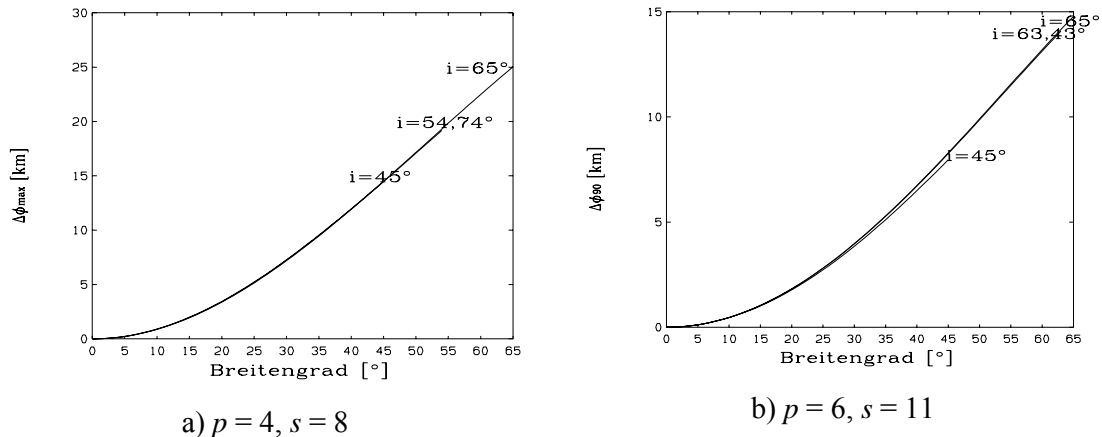


Abbildung 6.48: Variation des Elevationwinkels für verschiedene Inklinationen als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden

Die Bilder 6.48a und 6.48b zeigen die Variation des Elevationwinkels als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden. Es wurden hierzu wieder verschiedene Inklinationen gewählt, wie bei der Untersuchung der Intersatellitendistanz, gewählt. Es zeigt sich hier, daß die Verläufe der Variation des Elevationwinkels als Funktion des Breitengrades fast identisch sind.

6.4.2.3 Azimuthwinkel

Der minimale und der maximale Azimuthwinkel und die Variation des Azimuthwinkels ist in den Bildern 6.49a und 6.49b als Funktion des Inklinationwinkels gezeichnet. In beiden Abbildungen erkennt man bei einem zunehmenden Inklinationwinkel einen steigenden maximalen Azimuthwinkel und einen fallenden minimalen Azimuthwinkel. Die Variation des Azimuthwinkels bei Intersatellitenbedeckung bis zum maximalen Breitengrad steigt für beide Beispiele mit zunehmenden Inklinationwinkel, bei Intersatellitenbedeckung bis zum Breitengrad $\pm 45^\circ$ fällt die Variation und bei Intersatellitenbedeckung bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$ bleibt sie fast konstant. Diese verschiedenen Verläufe erklären sich daraus, daß die größte Änderung des Azimuthwinkels über dem maximal erreichten Breitengrad auftritt und die Nullstellen der Steigung des Azimuthwinkels zwischen dem Äquator und dem maximal erreichten Breitengrad liegen.

Die Variation des Azimuthwinkels wurde in den Bildern 6.50a und 6.50b für verschiedene Inklinationen als Funktion des Breitengrades dargestellt, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden.

Es zeigen sich auch hier unterschiedliche Ergebnisse bei unterschiedlichen Breitengraden. Bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad von ca. 40° (Fall a) bzw. ca. 33° (Fall b) ergibt sich die kleinste Variation des Azimuthwinkels bei Wahl eines Inklinationwinkels von 45° , zwischen den Breitengraden ca. 40° und ca. 45° (Fall a) bzw. zwischen ca. 33° und ca. 50° (Fall b) bei Wahl des optimalen Inklinationwinkels und danach bei einem Inklinationwinkel von 65° .

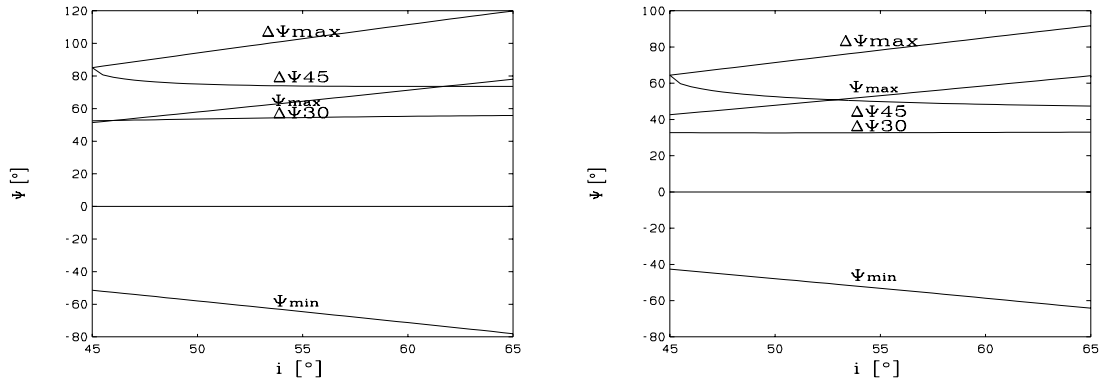
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.49: Verlauf des Azimuthwinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm \max$) als Funktion des Inklinationswinkels

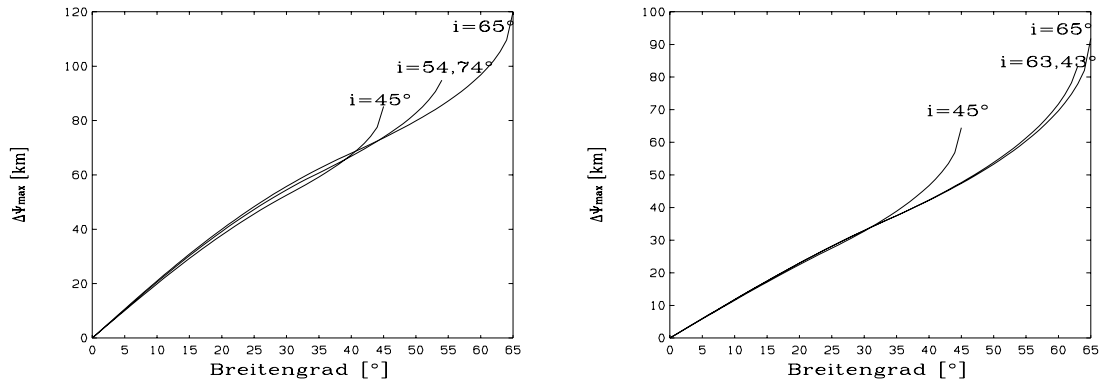
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.50: Variation des Azimuthwinkels für verschiedene Inklinationswinkel als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden

6.4.2.4 Relative Geschwindigkeit

Der Verlauf der relativen Geschwindigkeit (minimale, maximale und Variation für verschiedene Breitengrade) ist für die beiden ausgewählten Beispiele als Funktion des Inklinationswinkels in den Bildern 6.51a und 6.51b dargestellt. Beide Bilder zeigen, daß die minimale relative Geschwindigkeit mit steigendem Inklinationswinkel abnimmt und die maximale relative Geschwindigkeit mit steigendem Inklinationswinkel zunimmt. Die Variation ist bei Intersatellitenaufbau bis zum maximal möglichen Breitengrad identisch mit dem Intersatellitenaufbau bis zu den Breitengraden $\pm 45^\circ$. Bei Intersatellitenaufbau bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$ ergibt sich eine etwas kleinere Variation.

Dies kann anhand der Bilder 6.52 erklärt werden, in welchen die Variation der relativen Geschwindigkeit als Funktion des maximalen Breitengrades des Intersatellitenaufbaus für verschiedene Inklinationswinkel grafisch dargestellt ist. Man erkennt, daß für beide Beispiele die Variation der relativen Geschwindigkeit mit zunehmenden Breitengrad ansteigt, bis bei

einem bestimmten Breitengrad ein Maximum erreicht wird, ab der die Variation dann konstant bleibt.

Man erkennt aber auch, daß bei der Wahl eines Inklinationwinkels von 45° die kleinste Variation der relativen Geschwindigkeit und bei Wahl eines Inklinationwinkels von 65° die größte Variation der relativen Geschwindigkeit erreicht wird. Bei Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$ ist das Maximum der Variation noch nicht erreicht und die Variation ist etwas kleiner als bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 45^\circ$, wo das Maximum bei allen betrachteten Inklinationwinkels bereits erreicht ist.

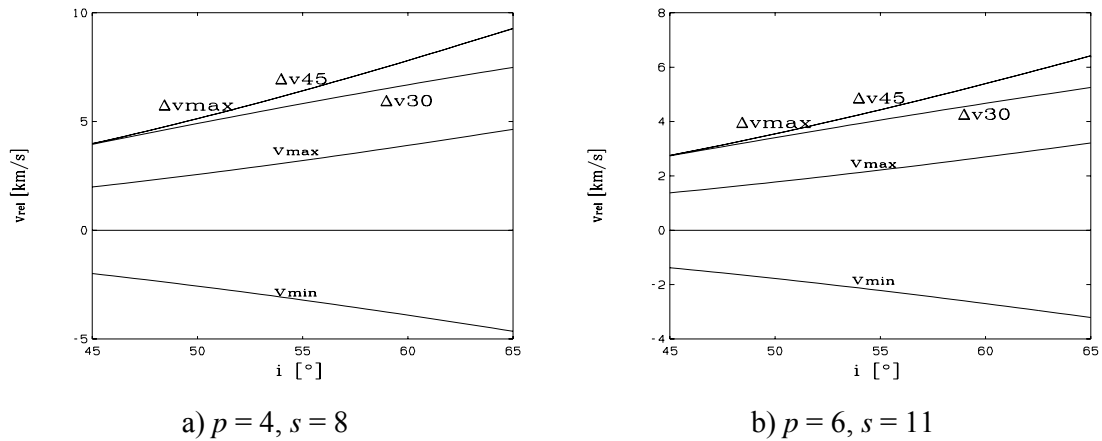


Abbildung 6.51: Verlauf der relativen Geschwindigkeit (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm \text{max.}$) als Funktion des Inklinationwinkels

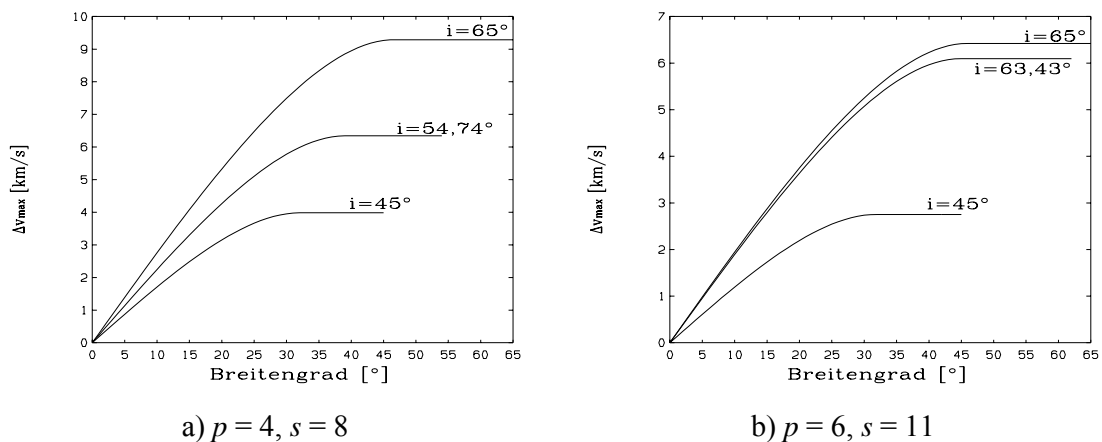


Abbildung 6.52: Variation der relativen Geschwindigkeit für verschiedene Inklinationwinkel als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden

6.4.2.5 Zusammenfassung

Die Variation der Intersatellitendistanz, des Elevationswinkels, des Azimuthwinkels und der relativen Geschwindigkeit wurde in den letzten vier Abschnitten als Funktion des Inklinationwinkels für die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation berechnet. Die minimalste Variation der Intersatellitendistanz ergibt sich bei einem Inklinationwinkel von

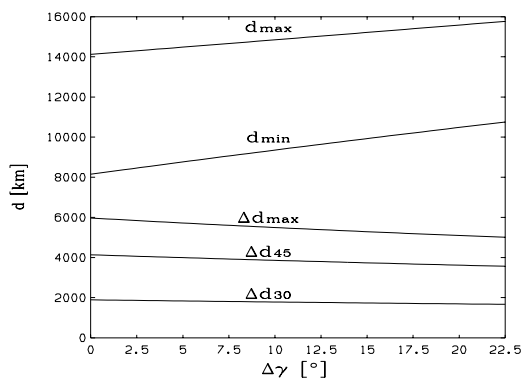
$i = 65^\circ$, was aber auch aus der kleineren Satellitenhöhe bei niedrigeren Inklinationen resultiert.

Die Variation des Elevationswinkels ist für die betrachteten Inklinationen nahezu konstant, nur bei der Variation bis zum maximalen Breitengrad ergibt sich ein Minimum bei einem Inklinationenwinkel von 45° . Die Variation des Azimutwinkels ist abhängig vom Breitengrad bis zu dem die Intersatellitenverbindung aufgebaut werden soll. Erst nach Festlegung dieses Breitengrades kann ein Inklinationenwinkel bestimmt werden, bei dem die Variation minimal wird. Die minimalste Variation der relativen Geschwindigkeit ergibt sich bei einem Inklinationenwinkel von 45° . Es zeigt sich also, daß es hier keinen allgemeinen Trend bei der Wahl des Inklinationenwinkels gibt. Ein Benutzer muß zuerst festlegen, bis zu welchem Breitengrad die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden sollen, anschließend kann dann ein optimaler Inklinationenwinkel bestimmt werden. Leider ist dann entweder die Variation der relativen Geschwindigkeit oder der Distanz nicht minimal.

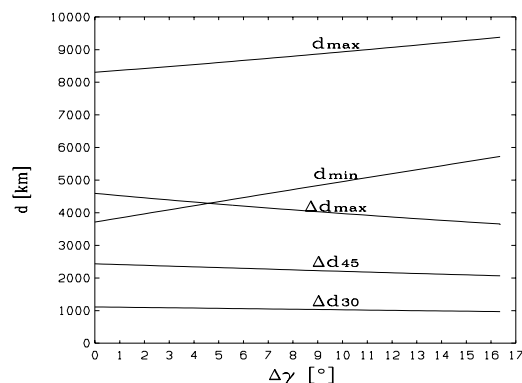
6.4.3 Variation des Phasenwinkels

6.4.3.1 Intersatellitendistanz

Die Bilder 6.53a und 6.53b zeigen die minimale und die maximale Intersatellitendistanz und die Variation der Intersatellitendistanz, bei Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis zu bestimmten Breitengraden. Als Inklinationenwinkel wird jeweils der optimale Inklinationenwinkel verwendet, im Fall a) eine Wert von $i = 54,74^\circ$ und im Fall b) der Wert $i = 63,43^\circ$. Hierbei wurde die Intersatellitendistanz als Funktion der Phasenwinkeldifferenz $\Delta\gamma$ zwischen zwei Satelliten benachbarter Orbits aufgezeichnet. Es zeigt sich, daß mit steigender Phasenwinkeldifferenz $\Delta\gamma$ die minimale und die maximale Intersatellitendistanz zunimmt, wobei die minimale Distanz schneller steigt als die maximale Distanz. Die Variation der Distanz fällt mit steigender Phasenwinkeldifferenz. Dieses Verhalten wird auch aus den Bildern 6.54a und 6.54b ersichtlich, wobei hier die Variation der Distanz als Funktion des Breitengrades aufgezeichnet ist, bis zu welchem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden. Es ergibt sich hier für eine Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 0^\circ$ die größte Variation und für $\Delta\gamma = 22,5^\circ$ (Beispiel a) bzw. $\Delta\gamma = 16,36^\circ$ (Beispiel b) die kleinste Variation für alle Breitengrade.



a) $p = 4, s = 8$



b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.53: Verlauf der Distanz (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm \text{max.}$) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz

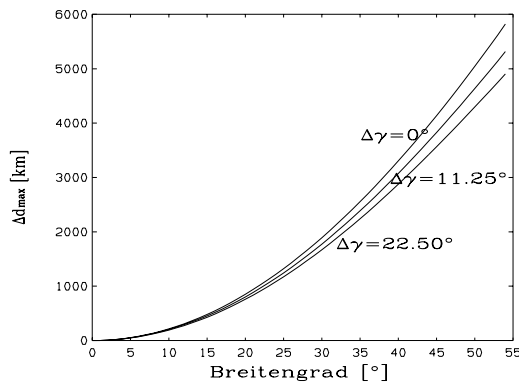
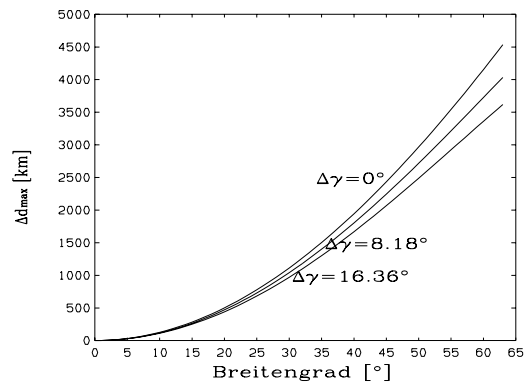
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.54: Variation der Intersatellitendistanz für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden

6.4.3.2 Elevationswinkel

Der Verläufe des Elevationswinkels zeigen ein ähnliches Verhalten wie die Verläufe der Intersatellitendistanz, nur in einer anderen Größenordnung. In den Bildern 6.55a und 6.55b ist dazu der minimale und der maximale Elevationswinkel und auch die Variation des Elevationswinkels, beim Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis zu bestimmten Breitengraden, dargestellt. In beiden Bildern erkennt man einen steigenden minimalen und maximalen Elevationswinkel und eine abnehmende Variation des Elevationswinkels bei zunehmender Phasenwinkeldifferenz.

Der Verlauf der Variation wird durch die Bilder 6.56a und 6.56b verdeutlicht, in denen die Variation des Elevationswinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen als Funktion des oben genannten Breitengrades gezeigt ist. Man bekommt die größte Variation bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 0^\circ$ und die kleinste Variation für eine Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 22,5^\circ$ (Beispiel a) bzw. von $\Delta\gamma = 16,36^\circ$ (Beispiel b).

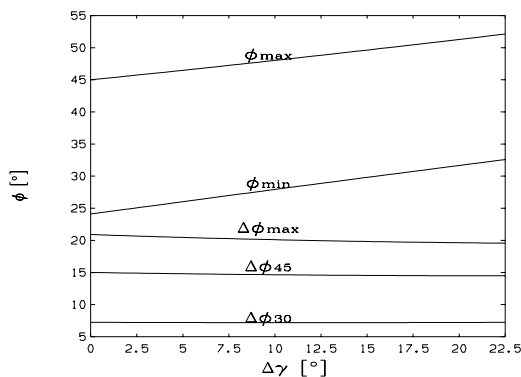
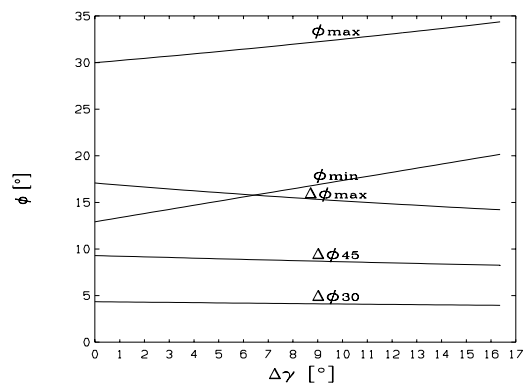
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.55: Verlauf des Elevationswinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm \text{max.}$) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz

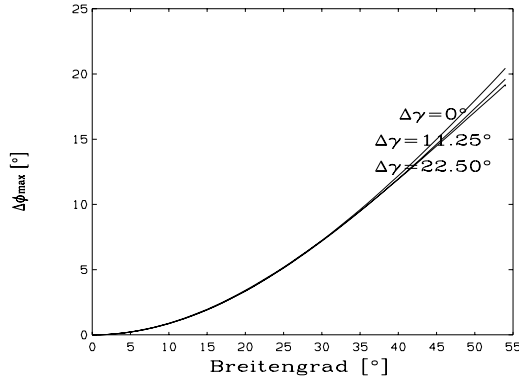
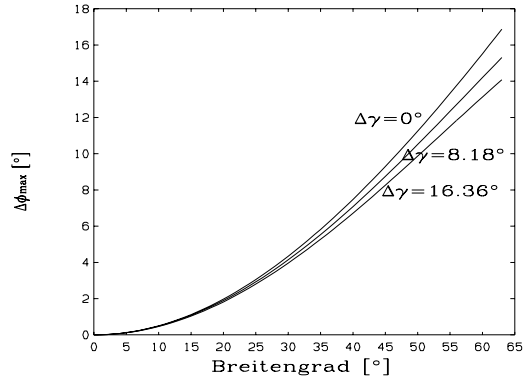
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.56: Variation des Elevationswinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden

6.4.3.3 Azimuthwinkel

Der Verlauf des minimalen und des maximalen Azimuthwinkels und die Variation des Azimuthwinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zu bestimmten Breitengraden ist in den Bildern 6.57a und 6.57b als Funktion der Phasenwinkeldifferenz für beide Beispiele dargestellt. In beiden Beispielen fällt der maximale Azimuthwinkel und der minimale Azimuthwinkel steigt mit zunehmender Phasenwinkeldifferenz $\Delta\gamma$. Ebenfalls in beiden Beispielen fällt die Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zum maximalen Breitengrad mit zunehmender Phasenwinkeldifferenz und erreicht ihr Minimum bei einem Wert von $22,5^\circ$ (Beispiel a) bzw. $16,36^\circ$ (Beispiel b). Bei Intersatellitenverbindungen bis zu einem Breitengrad von $\pm 45^\circ$ ergibt sich für Beispiel a) ein Minimum bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\approx 18,5^\circ$ und für Beispiel b) ergibt sich ein Minimum für eine Phasenwinkeldifferenz von 0° ; beide Verläufe sind aber, ebenso wie der Variationsverläufe bei Intersatellitenaufbau bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$, fast konstant.

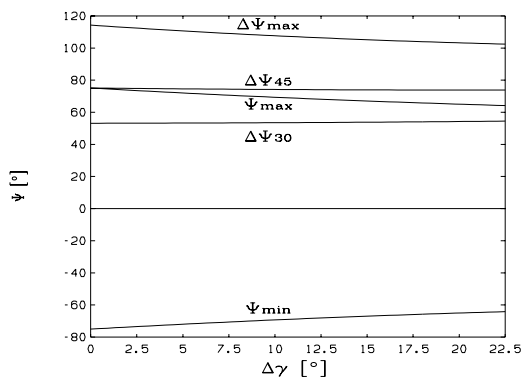
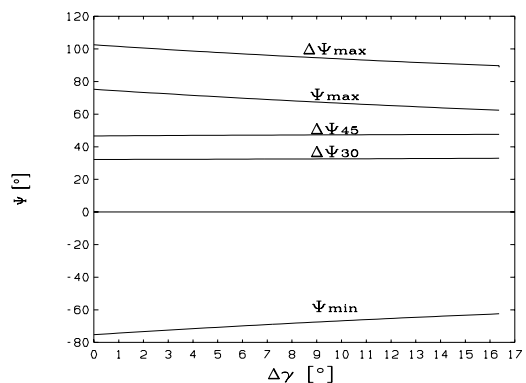
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.57: Verlauf des Azimuthwinkels (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm \text{max.}$) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz

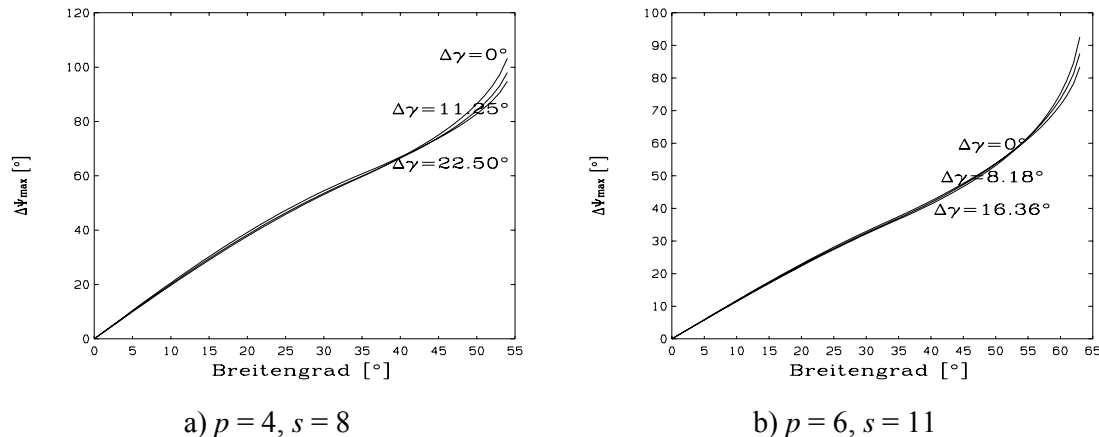


Abbildung 6.58: Variation des Azimuthwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden

Der Variationsverlauf des Azimuthwinkels ist für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden, in den Bildern 6.58a und 6.58b für beide Beispiele dargestellt. In den Bildern erkennt man, daß die Verläufe sowohl im Beispiel a) bis zum Breitengrad 50° als auch im Beispiel b) bis zu einem Breitengrad von ca. 60° für die ausgewählten Phasenwinkeldifferenzen nahezu identisch sind und sich erst danach unterscheiden. Bei hohen Breitengraden ergibt eine Phasenwinkeldifferenz von 0° die größte Variation, während durch die Wahl einer Phasenwinkeldifferenz von $22,5^\circ$ (Beispiel a) bzw. $16,36^\circ$ (Beispiel b) die kleinste Variation des Azimuthwinkels erreicht wird.

6.4.3.4 Relative Geschwindigkeit

Bei der relativen Geschwindigkeit ergeben sich für die Beispiele a) und b) ebenfalls identische Verläufe, nur mit anderen Größenordnungen. In den Bildern 6.59a und 6.59b ist die minimale und die maximale relative Geschwindigkeit und die Variation der relativen Geschwindigkeit bei Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis zu bestimmten Breitengraden gezeichnet. Man erkennt für beide Beispiele bei zunehmender Phasenwinkeldifferenz eine fallende maximale relative Geschwindigkeit und eine steigende minimale relative Geschwindigkeit. Die Variation der relativen Geschwindigkeit ist beim Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 45^\circ$ und bis zum maximalen Breitengrad identisch und fällt mit steigender Phasenwinkeldifferenz. Der Verlauf der Variation der relativen Geschwindigkeit bei Intersatellitenaufbau bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$ ist etwas kleiner. In den Bildern 6.60a und 6.60b ist diese Variation der relativen Geschwindigkeit als Funktion des oben genannten Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden, dargestellt. Anhand der Darstellungen erkennt man, daß für eine Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 0^\circ$ die größte Variation und für eine Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 22,5^\circ$ (Beispiel a) bzw. $\Delta\gamma = 16,36^\circ$ (Beispiel b) die kleinste Variation der relativen Geschwindigkeit erreicht wird. Die Variation erreicht dabei bei einem Breitengrad von ca. 38° (Fall a) bzw. ca. 45° (Fall b) einen konstanten Wert. Dies ist der Punkt, an dem der Extremwert der relativen Geschwindigkeit erreicht wird.

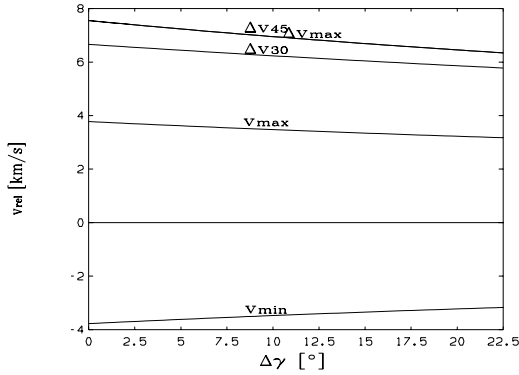
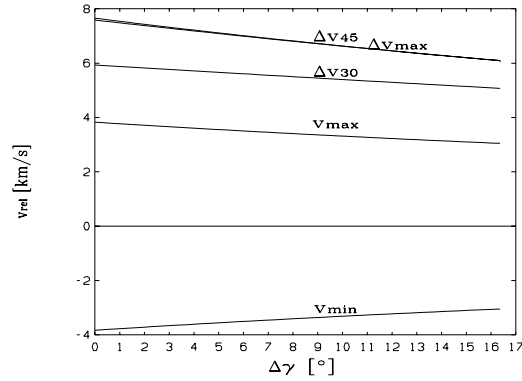
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.59: Verlauf der relativen Geschwindigkeit (minimal, maximal, Variation bei Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengraden $\pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm \max.$) als Funktion der Phasenwinkeldifferenz

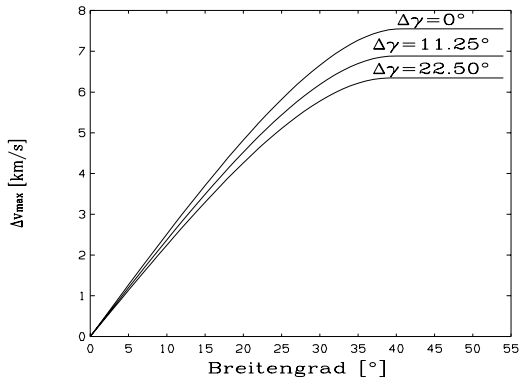
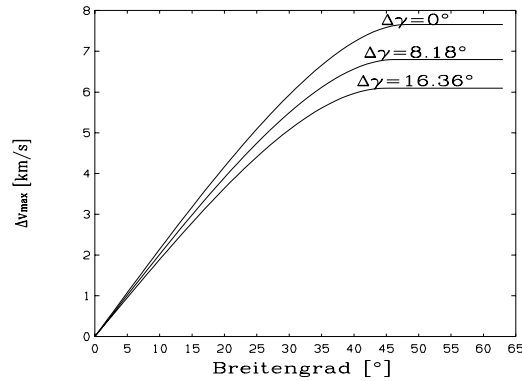
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.60: Variation der relativen Geschwindigkeit für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen als Funktion des Breitengrades, bis zu dem die Intersatellitenverbindungen aufgebaut werden

6.4.3.5 Zusammenfassung

In den Abschnitten 6.4.3.1 bis 6.4.3.4 wurde gezeigt, daß es für die Variation der Intersatellitendistanz, des Elevationswinkels, des Azimuthwinkels und der relativen Geschwindigkeit jeweils einen optimalen Wert gibt, bei welchen die Variation dieser Größen minimiert werden kann. Für die Intersatellitendistanz, dem Elevationswinkel und der relativen Geschwindigkeit ergibt sich eine Minimierung der Variation bei einem Phasenwinkel von π / s . Für den Azimuthwinkel ist der minimale Variationswert von dem Breitengrad abhängig, bis zu welchem die Intersatellitenverbindung aufgebaut wird. Zusammenfassend läßt sich damit sagen, daß in der Mehrzahl der Fälle, wie bei der polaren kreisförmigen Orbitkonstellation, ein Phasenwinkel von $\Delta\gamma = \pi / s$ verwendet werden sollte.

6.4.4 Variation des Inklinations- und Phasenwinkels

6.4.4.1 Intersatellitendistanz

In den Bildern 6.61a und 6.61b bzw. 6.62a und 6.62b ist die Variation der Intersatellitendistanz für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen $\Delta\gamma$ als Funktion des Inklinationswinkels beim Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis zu dem Breitengrad $\pm 45^\circ$ (Bild 6.61) bzw. bis zu dem $\pm 30^\circ$ (Bild 6.62) grafisch dargestellt. In den Bildern erkennt man, daß mit zunehmenden Inklinationswinkel die Variation für beide Breitengrade kleiner wird und die kleinste Variation bei einem Inklinationswinkel von 65° und einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 22,5^\circ$ (Fall a) bzw. $\Delta\gamma = 16,36^\circ$ (Fall b) erreicht wird. Umgekehrt erhält man die größte Variation bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 0^\circ$ und einem Inklinationswinkel von 45° .

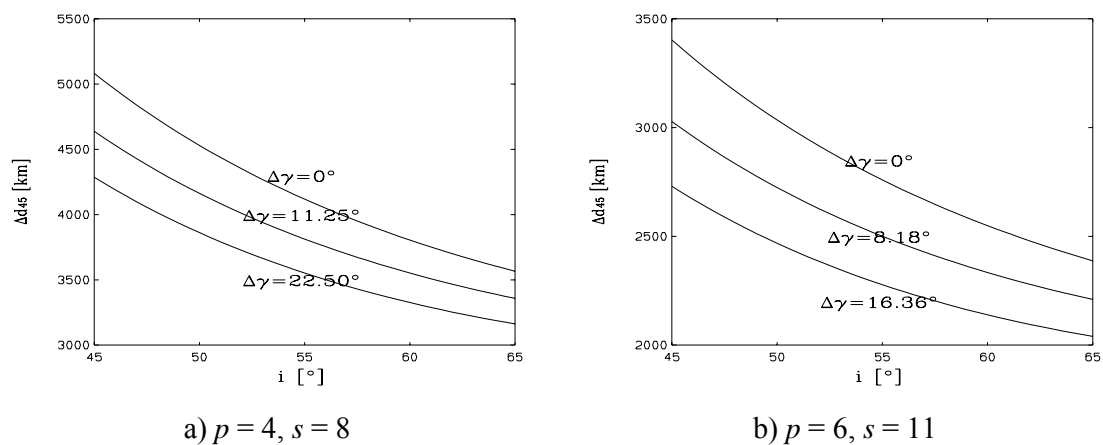


Abbildung 6.61: Verlauf der Intersatellitendistanz bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 45^\circ$ als Funktion des Inklinationswinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

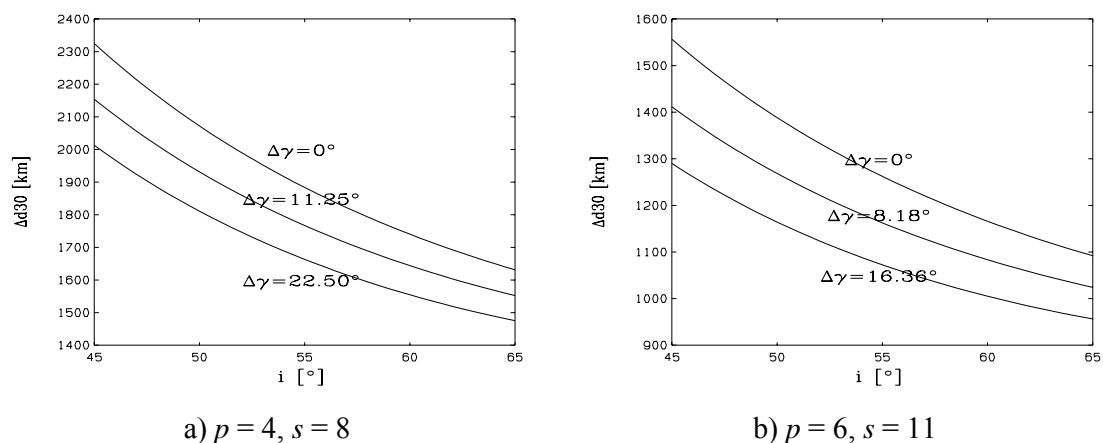


Abbildung 6.62: Verlauf der Intersatellitendistanz bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$ als Funktion des Inklinationswinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

6.4.4.2 Elevationswinkel

Der Verlauf der Variation des Elevationswinkels beim Aufbau von Intersatellitenverbindungen bis zu den Breitengrad $\pm 45^\circ$ ist in den Bildern 6.63a und 6.63b für beide Beispiele für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen als Funktion des Inklinationwinkels dargestellt. In den Bildern 6.64a und 6.64b ist der gleiche Verlauf aber für Intersatellitenverbindungen nur bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$ als Funktion dargestellt. Im Fall a) erkennt man in beiden Bildern eine steigende Variation des Elevationswinkels bei Zunahme der Inklinationwinkels bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 11,25^\circ$ und $\Delta\gamma = 0^\circ$. Bei Verwendung einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 22,50^\circ$ ($\Rightarrow \pi / s$) ergibt sich ein Minimum bei einem Inklinationwinkel von $\approx 54^\circ$, was dem optimalen Inklinationwinkel entspricht. Im Fall b) ergibt sich der minimalste Wert der Variation des Elevationswinkels bei einem Inklinationwinkel von 45° und einer Phasenwinkeldifferenz von $16,36^\circ$. In beiden Beispielen erhält man die größte Variation des Elevationswinkels bei einem Inklinationwinkel von 65° und einer Phasenwinkeldifferenz von 0° .

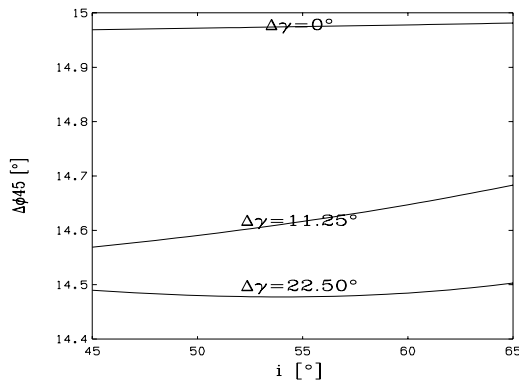
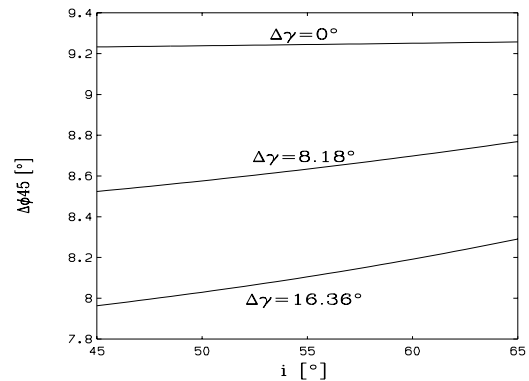
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.63: Verlauf des Elevationswinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 45^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

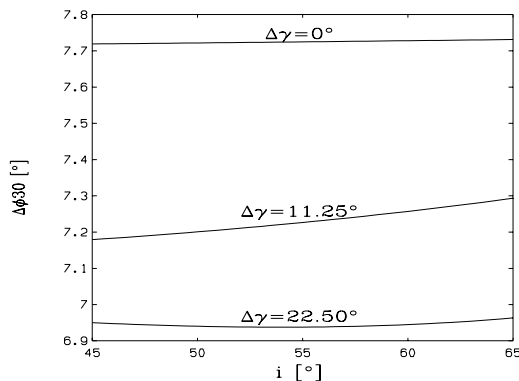
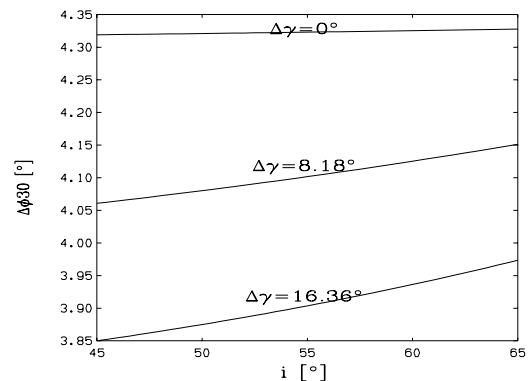
a) $p = 4, s = 8$ b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.64: Verlauf des Elevationswinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

6.4.4.3 Azimuthwinkel

Die Variation des Azimuthwinkels ist für beide Beispiele in den Bildern 6.65a und 6.65b bzw. 6.66a und 6.66b für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen als Funktion des Inklinationwinkels beim Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad von $\pm 45^\circ$ (Bild 6.65) und bis zum Breitengrad von $\pm 30^\circ$ (Bild 6.66) gezeichnet, wobei es hier zu unterschiedlichen Verläufen zwischen den Breitengraden kommt. Beim Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 45^\circ$ fällt die Variation mit steigendem Inklinationwinkel. Im Fall a) erhält man bis zum Inklinationwinkel von ca. 56° die minimalste Variation bei Verwendung einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 22,50^\circ$, zwischen den Inklinationswinkeln von ca. 56° bis ca. 58° bei Verwendung einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 11,25^\circ$ und bei größeren Inklinationswinkeln bei Verwendung einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 0^\circ$. Im Fall b) ergibt sich ein ähnlicher Verlauf: Bis zum Inklinationwinkel von 58° erhält man das Minimum der Variation für eine Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 16,36^\circ$, zwischen den Inklinationswinkeln von ca. 58° und ca. 59° bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 8,18^\circ$ und bei größeren Inklinationswinkeln bei Verwendung einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 0^\circ$.

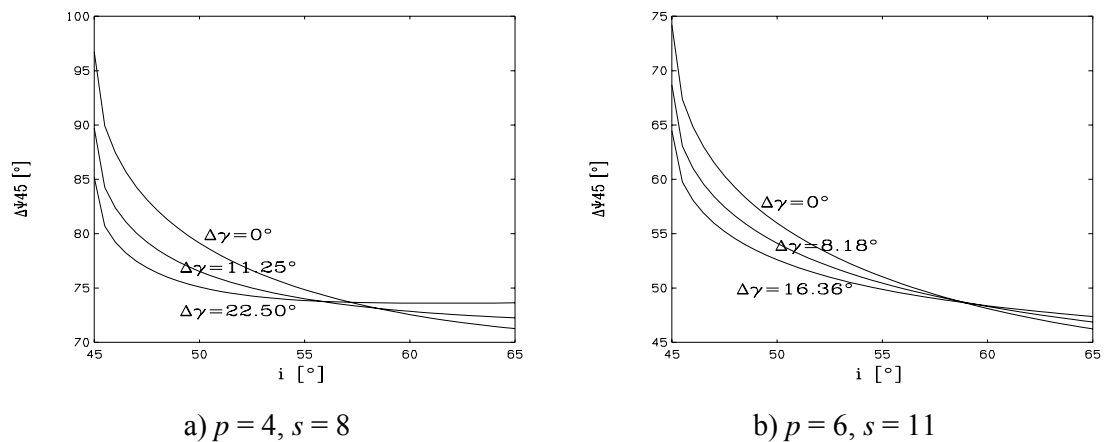


Abbildung 6.65: Verlauf des Azimuthwinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 45^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

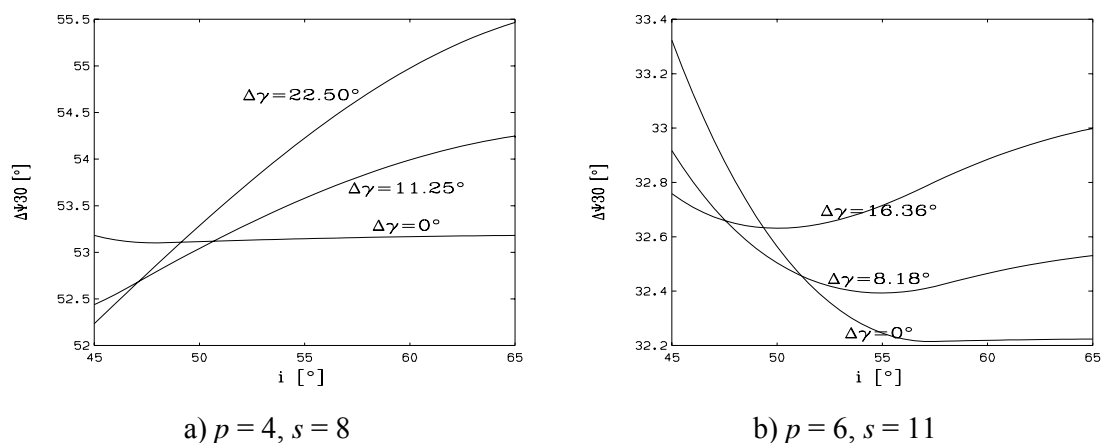
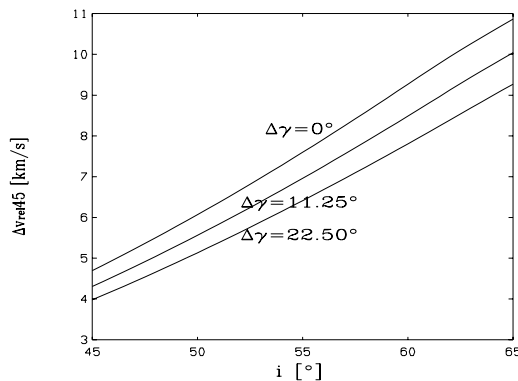


Abbildung 6.66: Verlauf des Azimuthwinkels bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

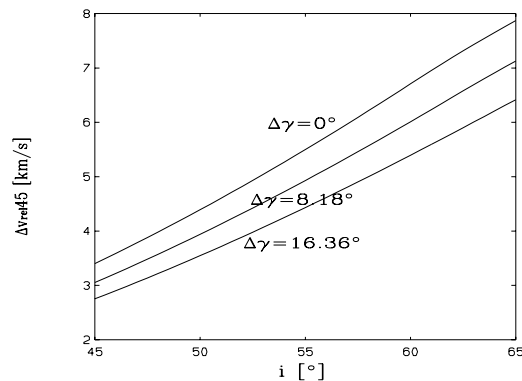
Bei Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$ ergibt sich ein vollkommen anderer Verlauf für die Variation. Im Fall a) steigt die Variation mit zunehmenden Inklinationen und man erhält die minimalste Variation bei einem Inklinationenwinkel von 45° bei Verwendung einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 22,50^\circ$. Im Fall b) fällt die Variation erst, bis sie ein Minimum erreicht, anschließend steigt sie wieder. Die minimalste Variation ergibt sich bei Verwendung einer Phasenwinkeldifferenz $\Delta\gamma = 0^\circ$ bei einem Inklinationenwinkel von ca. 57° .

6.4.4.4 Relative Geschwindigkeit

Bei Darstellung der Variation der relativen Geschwindigkeit für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen als Funktion des Inklinationenwinkels ergibt sich beim Aufbau der Intersatellitenverbindungen bis $\pm 45^\circ$ und $\pm 30^\circ$ identische Verläufe, nur in einer leicht anderen Größenordnung v.a. bei größeren Inklinationenwinkeln. Anhand der Bilder 6.67 und 6.68 erkennt man, daß die Variation der relativen Geschwindigkeit mit zunehmenden Inklinationenwinkel und abnehmender Phasenwinkeldifferenz steigt. Die kleinste Variation wird bei einem Inklinationenwinkel von 45° bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = 22,5^\circ$ (Beispiel a) bzw. $\Delta\gamma = 16,36^\circ$ (Beispiel b) erreicht.



a) $p = 4, s = 8$



b) $p = 6, s = 11$

Abbildung 6.67: Verlauf der relativen Geschwindigkeit bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 45^\circ$ als Funktion des Inklinationenwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

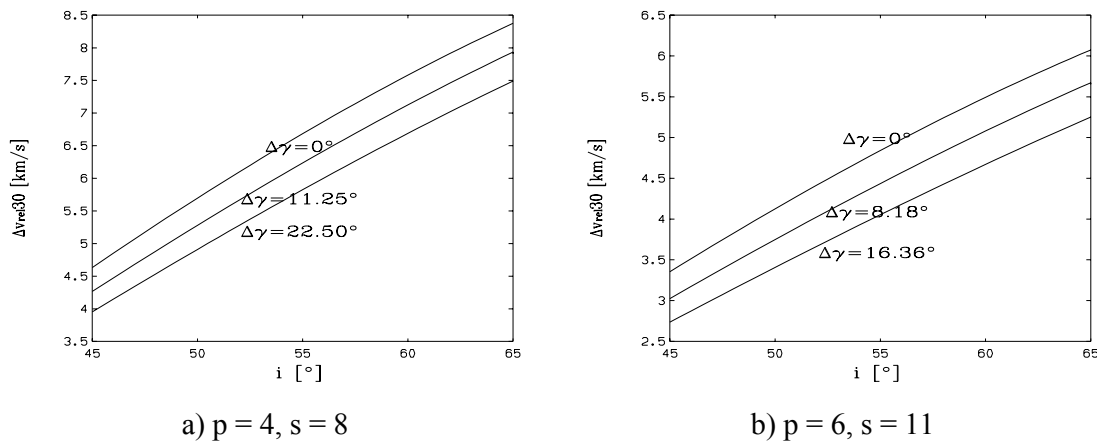


Abbildung 6.68: Verlauf der relativen Geschwindigkeit bei Intersatellitenverbindungen bis zum Breitengrad $\pm 30^\circ$ als Funktion des Inklinationwinkels für verschiedene Phasenwinkeldifferenzen

6.4.4.5 Zusammenfassung

In den Abschnitten 6.4.4.1 bis 6.4.4.4 wurde gezeigt, daß es für die Variation der Intersatellitendistanz, des Elevationswinkels, des Azimutwinkels und der relativen Geschwindigkeit jeweils einen optimalen Wert gibt, bei welchen die Variation dieser Größen minimiert werden kann. Für die Intersatellitendistanz ergibt sich eine Minimierung der Variation bei einem Phasenwinkel von π / s und einem Inklinationwinkel von 65° . Eine Minimierung des Elevationswinkels und der relativen Geschwindigkeit ergibt sich ebenfalls bei einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = \pi / s$, aber bei einem Inklinationwinkel von 45° . Das Minimum des Azimutwinkels ergibt sich je nach dem Breitengrad der maximalen Intersatellitenbedeckung, so daß hier keine einheitliche Aussage getroffen werden kann.

6.5 Beispiel einer Optimierung

Als Beispiel soll in diesem Abschnitt die Iridium-Konstellation hinsichtlich des Aufbaus von Intersatellitenverbindungen optimiert werden. Das Iridium-System besteht aus je 11 Satelliten in 6 Umlaufbahnen auf fast polaren Bahnen. In Abschnitt 4.7 wurde das System bereits ausführlich vorgestellt.

Die Konstellation soll nun für Intersatellitenverbindungen, welche bis zum Breitengrad 60° verfügen sollen, hinsichtlich Variation der Distanz, des Elevationswinkels, des Azimutwinkels und der relativen Geschwindigkeit optimiert werden.

Hierzu können die Ergebnisse aus Abschnitt 6.3.2 verwendet werden, wo ein polares System mit genau dieser Anzahl an Satelliten ($s = 11, p = 6$) bereits untersucht wurde.

Für die verschiedenen Parameter zum Aufbau von Intersatellitenverbindungen ergibt sich folgendes optimales Ergebnis:

- Für die Phasenwinkeldifferenz

(1) Distanz	$\Delta\gamma_{\text{optimal}} = \pi / s$ ($\Rightarrow 16,36^\circ$ für $s = 11$)	(Bild 6.30b)
(2) Elevationswinkel	$\Delta\gamma_{\text{optimal}} = \pi / s$ ($\Rightarrow 16,36^\circ$ für $s = 11$)	(Bild 6.32b)
(3) Azimuthwinkel	$\Delta\gamma_{\text{optimal}} = 0$	(Bild 6.34b)
(4) Relative Geschwindigkeit	$\Delta\gamma_{\text{optimal}} = \pi / s$ ($\Rightarrow 16,36^\circ$ für $s = 11$)	(Bild 6.36b)

Aufgrund der Ergebnisse ist die Wahl von $\Delta\gamma = \pi / s$ die beste Alternative (außer für die Variation des Azimuthwinkels), aber eine gleichzeitige optimale Wahl für alle vier Parameter ist, wie in Abschnitt 6.3.2 gezeigt, leider nicht möglich. Die gewählte Phasenwinkeldifferenz ist aber genau die Wahl, welche auch für die Iridium-Konstellation verwendet wird.

- Für den Inklinationswinkel (mit $\Delta\gamma = \pi / s$)

(1) Distanz	$i_{\text{optimal}} = 91^\circ$	(Bild 6.21b)
(2) Elevationswinkel	$i_{\text{optimal}} = 91^\circ$	(Bild 6.23b)
(3) Azimuthwinkel	$i_{\text{optimal}} = 90^\circ$	(Bild 6.25b)
(4) Relative Geschwindigkeit	$i_{\text{optimal}} = 93,5^\circ$	(Bild 6.27b)

Die Analyse der Ergebnisse zeigt, daß es auch hier keinen einheitlichen optimalen Inklinationswinkel gibt, die Wahl eines Inklinationswinkels von ca. 91° scheint aber hier die beste Alternative zu sein.

Man würde bei Wahl einer Phasenwinkeldifferenz von $\Delta\gamma = \pi / s$ ($\Rightarrow 16,36^\circ$) und einem Inklinationswinkel von $i = 91^\circ$ folgende Konstellationswerte erhalten:

p	s	n	θ [°]	Δ_1 [°]	h [km], $E = 8,2^\circ$	h [km], $E = 10^\circ$	h [km], $E = 20^\circ$
6	11	66	19,91	31,41	779,04	868,27	1435,55

Es ergäbe sich daraus folgende Veränderung der Variation der Intersatellitendistanz, des Elevations- und Azimuthwinkels und der relativen Geschwindigkeit im Vergleich zur realisierten Iridium-Konstellation:

(1) Distanz	$\Delta d = -25$ km	Verbesserung
(2) Elevationswinkel	$\Delta\phi = -0,06^\circ$	Verbesserung
(3) Azimuthwinkel	$\Delta\psi = +0,3^\circ$	Verschlechterung
(4) Relative Geschwindigkeit	$\Delta v_{\text{rel}} = -0,04$ km/s	Verbesserung

Es zeigt sich also, daß die Variation der Distanz, des Elevationswinkels und der relativen Geschwindigkeit verkleinert wird, lediglich die Variation des Azimuthwinkels vergrößert sich. Aufgrund des geänderten Inklinationswinkels kann, im Vergleich zum realisierten Iridium-System, auch die Höhe leicht verkleinert werden (780 km \rightarrow 779 km). Eine ähnliche Untersuchung findet sich auch bei [Kel95a, KSa96a].

Kapitel 7: Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden die Auswirkungen der Veränderung bestimmter Orbitparameter auf den Aufbau von Intersatellitenverbindungen untersucht. Hierzu wurden schrittweise die benötigten Verfahren zur Berechnung von Satellitenkonstellationen dargestellt.

Als erstes erfolgte die Darstellung der wichtigsten Grundgleichungen zur Berechnung der Bedeckung eines Satelliten (Bahnhöhe des Satelliten, Elevationswinkel auf der Erdoberfläche, usw.). Mit Hilfe der Methoden der Straße der Bedeckung (oder manchmal auch Streifenmethode genannt) und der Geometrie von Satellitentrios konnten zwei Verfahren zur Berechnung der Bedeckung mehrerer Satelliten eines Orbits bzw. mehrerer Orbits vorgestellt werden. Mit Hilfe dieser Methoden konnte die Anzahl der benötigten Satelliten eines Orbits bzw. die der gesamten Konstellation bestimmt werden. Weiterhin wurden verschiedene Störfaktoren auf die Umlaufbahn der Satelliten wie die Effekte durch eine nichtkugelförmige Erde, Dichte der Restatmosphäre, Gravitationseffekte durch andere Planeten und durch Sonnenstrahlung und Sonnenwind diskutiert und gezeigt wie diese Orbitstörungen bestimmt und kompensiert werden.

Zur Berechnung der wichtigsten Parameter zum Aufbau von Intersatellitenverbindungen erfolgte anschließend die Herleitung der mathematischen Gleichungen für den Intersatellitenabstand, den Elevations- und Azimutwinkel und der relativen Geschwindigkeit als Funktion der Orbitparameter und eine Diskussion der Gleichungen mit Berechnung der Nullstellen und Extremwerte.

Um die Untersuchungen zum Einfluß der Veränderungen von Orbitparameter auf die Intersatellitenverbindung durchführen zu können, wurden die beiden Verfahren zur Berechnung von Orbitkonstellationen, die polare und die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation, vorgestellt.

Die polare Orbitkonstellation ist dadurch gekennzeichnet, daß sie eine gleichmäßige globale Bedeckung der gesamten Erde gewährleistet, wobei jeder Satellit bzw. jede Umlaufbahn die gleiche (oder nahezu gleiche) Umlaufbahnhöhe besitzt, jeder Orbit die gleiche Anzahl an Satelliten hat und die Satelliten innerhalb eines Orbits gleichmäßig verteilt sind. Dabei haben alle Satellitenorbits den gleichen (oder nahezu gleichen) Inklinationwinkel von 90° , so daß sich alle Umlaufbahnen über den Polen schneiden, was zu einer mehrfachen Bedeckung über den Polen bzw. oberhalb bestimmter Breitengrade sowie einer schlechten Bedeckung über dem Äquator führt. Aufgrund des genannten Inklinationwinkels fliegen die Satelliten auf der einen Seite der Erde in nördlicher Richtung und auf der anderen Seite der Erde in südlicher Richtung. Dadurch gibt es zwei Nahtstellen, an welche sich die Satelliten in entgegengesetzter Richtung bewegen, weshalb der Abstand zwischen gegenlaufenden Orbits am Äquator kleiner ist als der Abstand der gleichlaufenden Orbits. Zur Herleitung der polaren kreisförmigen Orbitkonstellation wurde das Verfahren der Straße der Bedeckung angewendet. Aufgrund der Bedeckungseigenschaften eignet sich die polare Orbitkonstellation besonders für Systeme, welche eine gleichmäßige ein- oder mehrfache Bedeckung der gesamten Erde benötigen.

Durch die Erweiterung der polaren kreisförmigen Orbitkonstellation auf die fast polare kreisförmige Orbitkonstellation konnten auch Inklinationen von ungleich 90° verwendet werden. In einem weiteren Schritt wurde diese Orbitkonstellation nochmalig ergänzt, so daß auch eine variable Phasenwinkeldifferenz zweier benachbarter Satelliten verwendet werden können. Zu beiden Erweiterungen erfolgte die Angabe der modifizierten Bedeckungsformeln und einiger Beispielkonstellationen.

Bei der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation hat ebenfalls jeder Satellit und jede Umlaufbahn die gleiche (oder nahezu gleiche) Umlaufbahnhöhe und jeder Orbit besitzt die gleiche Anzahl an Satelliten. Dabei sind die Satelliten innerhalb eines Orbits wieder gleichmäßig verteilt und alle Satellitenorbits haben den gleichen (oder nahezu gleichen) Inklinationenwinkel im Bereich $45^\circ \dots 60^\circ$. Aufgrund dieser Inklinationenwinkel nimmt die Bedeckung in Richtung des Äquators zu und es ergibt sich mehrfache Bedeckung über dem Äquator bzw. zwischen bestimmten Breitengraden nahe des Äquators und fehlende oder schlechte Bedeckung über den Polen. Zur Herleitung der inklinierten kreisförmigen Orbitkonstellation wurde das Verfahren der Straße der Bedeckung oder das Verfahren der Geometrie von Satellitentrios angewendet. Beide Verfahren wurden so ergänzt, daß ebenfalls variable Inklinationenwinkel verwendet werden konnten. Die inklinierte kreisförmige Orbitkonstellation eignet sich besonders für Systeme, welche keine vollständige Bedeckung der Erde benötigt aber mehrfache Bedeckung bestimmter Breitengrade gewährleisten sollen. Im Vergleich zur polaren Orbitkonstellation muß, um die globale Bedeckung der gesamten Erde zu gewährleisten, eine größere Höhe als bei der polaren kreisförmigen Orbitkonstellation gewählt werden.

Mit Hilfe der angegebenen Verfahren zur Berechnung der Orbitkonstellationen und durch Anwendung der Formeln zur Berechnung der Parameter für den Aufbau von Intersatellitenverbindungen wurden anschließend polare und inklinierte kreisförmige Orbitkonstellationen berechnet und die Auswirkungen auf Veränderungen des Inklinationen- und Phasenwinkels untersucht. Es zeigte sich hierbei, daß für bestimmte Konstellationen optimale Inklinationen- und Phasenwinkel bestimmt werden konnten, in anderen Fällen aber keine genauen Aussagen gemacht werden konnten. Für einen Satellitenbetreiber empfiehlt es sich deshalb neben einer vollständigen Bedeckung auch die Variation der Intersatellitenverbindungen zu untersuchen. Hierbei sollte aber vorher festgelegt werden, ob Bedeckung bis zu einem bestimmten Breitengrad oder der ganzen Erde gewünscht wird. Anschließend können mit Hilfe der vorgestellten Formeln diese Intersatellitenverbindungen hinsichtlich der Variation der Distanz, des Elevations- und Azimutwinkels und der relativen Geschwindigkeit untersucht und optimiert werden. Als Beispiel wurde die Iridium-Konstellation hinsichtlich des Aufbaus von Intersatellitenverbindungen, welche bis zum Breitengrad 60° verfügen sollen, hinsichtlich Variation der Distanz, des Elevationswinkels, des Azimutwinkels und der relativen Geschwindigkeit optimiert. Es zeigt sich dabei, daß die Variation der Distanz, des Elevationswinkels und der relativen Geschwindigkeit verkleinert werden konnte, lediglich die Variation des Azimutwinkels vergrößerte sich. Aufgrund des geänderten Inklinationenwinkels konnte, im Vergleich zum realisierten Iridium-System, auch die Höhe leicht verkleinert werden.

Somit konnte nachgewiesen werden, daß die angegebenen Verfahren zu einer Optimierung der Parameter einer Intersatellitenverbindung führen.

Anhang

A1 Die wichtigsten Gesetze zur Berechnung von Umlaufbahnen

A1.1 Keplersche Gesetze

Kepler beschrieb die Planetenbahnen im Bezugssystem der ruhend gedachten Sonne nach drei nach ihm benannte Gesetze [DKV84a, Ore94a, GVo93a]. Diese Gesetze sind für die Satellitentechnik von fundamentaler Bedeutung.

1. Die Umlaufbahn eines jeden Planeten ist eine Ellipse, mit der Sonne im Brennpunkt. Das Gesetz kann auch auf Satelliten angewendet werden. Es sagt dann aus, daß ein Satellit einer elliptischen Bahn um einen Zentralkörper folgt.

Der Massenmittelpunkt eines Systems mit zwei Körpern befindet sich in einem der beiden Brennpunkte. Für den Fall eines die Erde umkreisenden Satelliten, fällt der Massenmittelpunkt, wegen der größeren Massenunterschiede zwischen der Erde und dem Satelliten, mit dem Erdmittelpunkt zusammen. Der Erdmittelpunkt liegt damit auf einem der beiden Brennpunkte. Um einen die Erde umkreisenden Satelliten zu beschreiben, werden zwei Parameter der Ellipse angegeben, die große Halbachse a und die Exzentrizität e . Die Umlaufbahn ist ellipsenförmig für $0 < e < 1$ und ist kreisförmig für $e = 0$, denn für kreisförmige Umlaufbahnen gilt: $a = b$. Weitere geometrische Eigenschaften der Ellipse können in [BSe87a] oder [Ras92a] ausführlich nachgelesen werden.

2. Der Radiusvektor von der Sonne zu einem Planeten überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen. Auf einen Satelliten angewendet heißt dies, daß ein Satellit in gleichen Zeitintervallen gleiche Flächen in der Ebene seiner Umlaufbahn überstreicht. Diese Bewegung wird anhand Bild A.1 [Rod91a] veranschaulicht. Der Satellit lege in jeweils der gleichen Zeit t die Strecken S_1 und S_2 zurück.

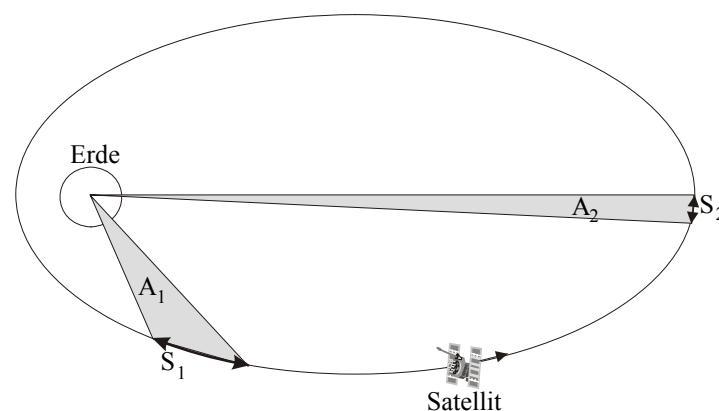


Abbildung A.1: Grafische Darstellung des zweiten Keplerschen Gesetzes

3. Bewegen sich zwei Körper um denselben Anziehungspunkt auf verschiedenen Ellipsenbahnen, deren Halbachsen a_1 und a_2 sind, so verhalten sich die Quadrate ihrer Umlaufzeiten T_1 und T_2 wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen, d.h. es gilt

$$T_1^2 : T_2^2 = a_1^3 : a_2^3 \quad (\text{A.1})$$

A1.2 Newtonsche Gesetze

Die Keplerschen Gesetze gründen sich auf Beobachtungen. Die Gesetze zur Bewegung von Körpern wurden von Isaak Newton erst Jahre später entdeckt. Diese wichtigen Gesetze lauten:

1. Jeder Körper bleibt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung, außer er wird durch angreifende Kräfte gezwungen diesen Zustand zu verändern.
2. Die Änderung der Bewegung ist proportional zur angreifenden Kraft und in die Richtung der angreifenden Kraft
3. Zu jeder Aktion gibt es immer eine gleichartige Reaktion. Reaktionskräfte zwischen zwei Körpern sind immer gleich, aber in entgegengesetzter Richtung

Mit Hilfe dieser drei Gesetze kann die relative Bewegung zweier Punktmassen M und m beschrieben werden. Dabei sei m die Masse eines Satelliten und M die Masse der Erde. Weiterhin wird angenommen, daß die Masse des Satelliten klein sei gegenüber der Masse der Erde und daß keine weiteren Körper das System beeinflussen. Für stabile Satellitenbahnen muß die Zentripetalkraft

$$F_z = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R \quad (\text{A.2})$$

gleich der Gravitationskraft

$$F_g = \gamma \frac{mM}{r^2} \quad (\text{A.3})$$

sein, wobei $\gamma = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ die Gravitationskonstante und $M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ die Erdmasse ist. Oft wird auch die Größe $\mu_E = \gamma M = 398601,2 \text{ km}^3/\text{s}^2$ verwendet. In den Gleichungen bezeichnet R den Krümmungsradius der Bahnkurve am jeweiligen Kurvenpunkt und r den Abstand des Satelliten zum Erdmittelpunkt.

Ein wichtiger Sonderfall der Ellipsenbahn ist die kreisförmige Umlaufbahn. Für eine kreisförmige Umlaufbahn gilt $R = r$ und der Zusammenhang zwischen der Bahnhöhe h (über der Erdoberfläche) und der Umlaufgeschwindigkeit v bzw. Umlaufzeit T läßt sich mit Hilfe von $R = r = h + R_E$ durch

$$v = \sqrt{\frac{\mu_E}{(h + R_E)}} \quad (\text{A.4})$$

und

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(h + R_E)^3}{\mu_E}} \quad (\text{A.5})$$

berechnet, wobei R_E der Erdradius ($R_E = 6378,173 \text{ km}$) ist.

A1.3 Die Umlaufbahnellipse

Die Bahnellipse einer Satellitenbahn wird durch zwei Größen festgelegt. Diese Größen sind die große Halbachse a und die Exzentrizität e . Die Geometrie der Bahnellipse ist in Bild A.2 dargestellt.

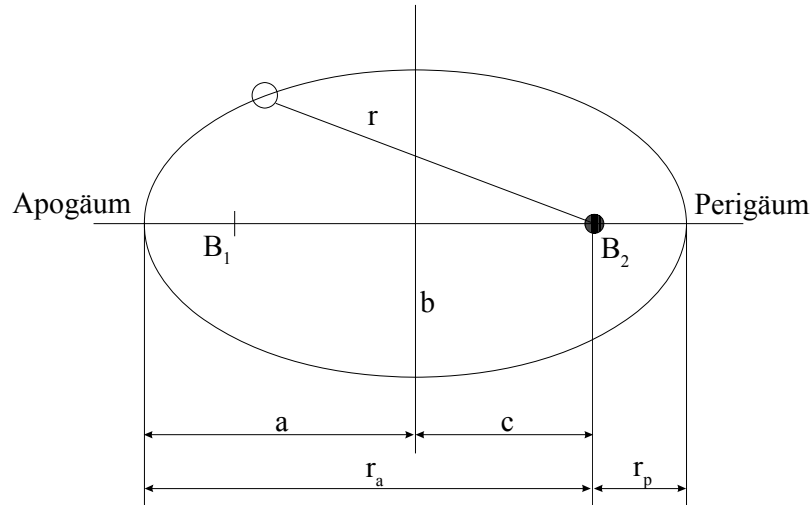


Abbildung A.2: Bahnellipse und ihre Kennzeichen

Die schwere Masse befindet sich dabei im Brennpunkt der Ellipse. Der entfernteste Punkt vom Schwerpunkt der Ellipse, in dem sich die schwere Masse befindet, wird Perigäum genannt, der nächste Punkt wird als Apogäum bezeichnet. Die beiden Abstände vom Schwerpunkt, die Apogäumsdistanz r_a und die Perigäumsdistanz r_p können durch folgende Gleichungen berechnet werden

$$r_A = a(1 + e) \quad (\text{A.6a})$$

$$r_p = a(1 - e) \quad (\text{A.6b})$$

wobei a die Länge der großen Halbachse und e die Exzentrizität der Ellipse bezeichnen, mit

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \quad (\text{A.6c})$$

A1.4 Die Umlaufbahnebene

Die Umlaufbahnebene ist eine Ellipse, wobei der Zentralkörper (hier: die Erde) genau in einem der beiden Brennpunkte der Ellipse ist. Es wird dabei davon ausgegangen, daß das Schwerfeld der Erde die einzige Kraft auf den Satelliten ist. Die große Halbachse der Ellipse wird wieder mit a und die kleine Halbachse wieder mit b bezeichnet (siehe Bild A.3).

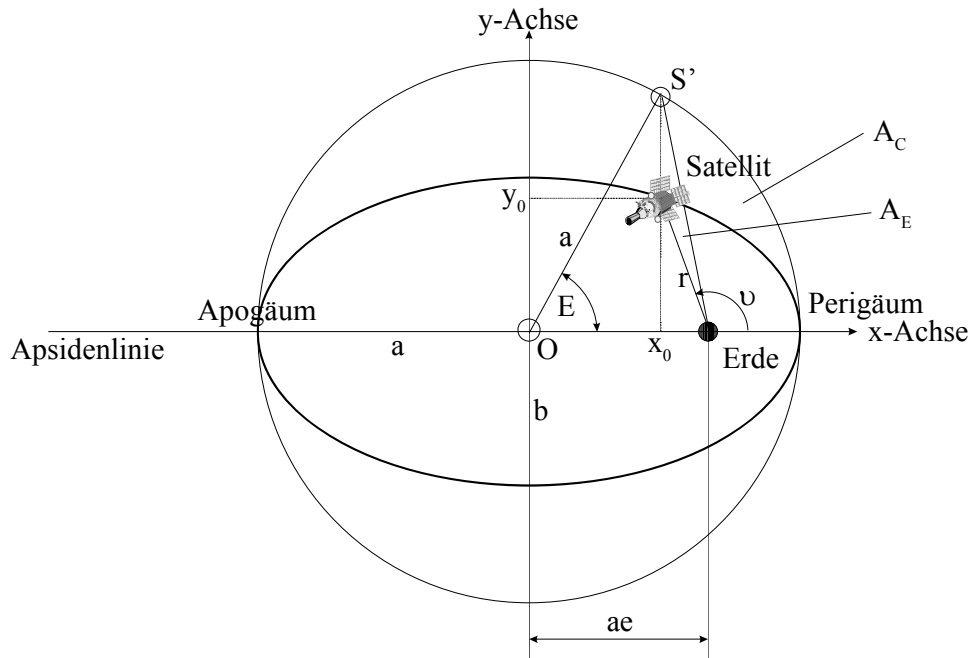


Abbildung A.3: Darstellung der Umlaufbahnebene

Exzentrische Anomalie

Kepler beschrieb die Position eines Punktes auf der Ellipse mit Hilfe des Winkels E , welcher auch exzentrische Anomalie (engl. „eccentric anomaly“) genannt wird. Um den Mittelpunkt der Bahnellipse wird ein Kreis mit Radius a gezeichnet. Von der Satellitenposition aus wird ein Lot auf die Apsidenlinie (engl. „line of apsides“) gefällt. Diese Linie wird anschließend verlängert, so daß sie sich mit dem äußeren Kreis schneidet. Die exzentrische Anomalie ist dann der Winkel zwischen der Apsidenlinie und der Verbindungslinie vom Mittelpunkt der Bahnellipse zum Schnittpunkt der Lotgeraden mit dem äußeren Kreis.

Für die Fläche A_C ergibt sich damit

$$A_C = \frac{1}{2} a^2 E - \frac{1}{2} (ae) a \sin E = \frac{1}{2} a^2 (E - e \sin E) \quad (\text{A.7})$$

wobei e die Exzentrizität der Ellipse ist. Für A_E erhält man

$$A_E = \frac{b}{a} A_C = \frac{ab}{2} (E - e \sin E) \quad (\text{A.8})$$

Für die Umlaufzeit eines Satelliten gilt

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\gamma m_E}} = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu_E}} \quad (\text{A.9})$$

Aufgrund des zweiten Keplerschen Gesetzes ist der Flächenzuwachs der Fläche A_E konstant, da der Winkelmoment des Satelliten ebenfalls konstant ist. Der Flächenzuwachs berechnet sich aus der Gesamtfläche geteilt durch die Orbitperiode zu

$$\dot{A} = \frac{ab\pi}{T} = \frac{ab}{2} \sqrt{\frac{\mu_E}{a^3}} = \text{konst.} \quad (\text{A.10})$$

Die Fläche A_E kann dann auch aus

$$A_E = \dot{A}(t - t_p) \quad (\text{A.11})$$

bestimmt werden, wobei t_p der Zeitpunkt beim Durchgang durch das Perigäum ist. Die Zeit t für einen Umlauf beginnt am Durchgang durch das Perigäum zu zählen. Gleichsetzen von Gleichung A.8 und A.11 ergibt dann

$$(E - \sin E) = \sqrt{\frac{\mu_E}{a^3}} (t - t_p) \quad (\text{A.12})$$

Oft wird auch noch die sog. mittlere Bewegung (engl. „mean motion“) n angegeben, für diese gilt

$$n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{\mu_E}{a^3}} \quad (\text{A.13})$$

Mittlere Anomalie

Die mittlere Anomalie (engl. „mean anomaly“) M ist definiert als

$$M = n(t - t_p) \quad (\text{A.14a})$$

und mit Hilfe der Gleichungen A.12, A.13 und A.14a ergibt sich dann

$$M = E - e \sin E = \left(\frac{2\pi}{T} \right) (t - t_p) \quad (\text{A.14b})$$

Die mittlere Anomalie M ist der Winkel, von der Erde aus betrachtet, der zwischen dem Perigäum und der momentanen Position eines gedachten, mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um die Erde fliegenden Satelliten aufgespannt wird. Die Größe M bestimmt damit den Winkel der Position eines Satelliten auf der Kreisbahn mit der Umlaufzeit T . Mit Hilfe der exzentrischen und der mittleren Anomalie läßt sich damit t herleiten (für $t_p = 0$) mit

$$t = \frac{T}{2\pi} (E - e \sin E) \quad \text{für } t_p = 0 \quad (\text{A.15})$$

Gleichung A.15 wird auch als Keplergleichung bezeichnet und muß gelöst werden, um die Position eines Satelliten in seinem Orbit als Funktion der Zeit zu erhalten.

Wahre Anomalie

Die Position eines Satelliten auf der Ellipse läßt sich durch die sog. wahre Anomalie (engl. „true anomaly“) ν beschreiben. Die wahre Anomalie ist der Wert des Winkels Perigäum-Erde-Satellit. Dieser Winkel hat einen Wert zwischen 0° und 360° und wird in Flugrichtung des Satelliten gezählt. Der Winkel hat den Wert 0° im Perigäum. In dieser Arbeit wurde das Argument des Perigäums ω immer $\omega = 0^\circ$ (d.h. der Schnittpunkt des aufsteigenden Knotens sei als Perigäumspunkt definiert). Als Zusammenhang zwischen dem Abstand vom Brennpunkt r , in dem sich die Erde befindet und der wahren Anomalie ergibt sich bei einer elliptischen Bahn

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \nu} \quad (\text{A.16})$$

und für die Kreisbahn

$$\nu = \frac{2\pi}{T} t \quad (\text{A.17})$$

Die Position eines Satelliten relativ zu seinem Brennpunkt (der Erde) ergibt sich dann zu

$$x = r \cos \nu = a(\cos E - e) \quad (\text{A.18a})$$

$$y = r \sin \nu = b \sin E = a\sqrt{1-e^2} \sin E \quad (\text{A.18b})$$

Mit Hilfe von Gleichung A.18a ergibt sich auch der Zusammenhang zwischen der exzentrischen und der wahren Anomalie

$$\tan^2 \frac{\nu}{2} = \frac{1 - \cos \nu}{1 + \cos \nu} = \frac{(1+e)(1 - \cos E)}{(1-e)(1 + \cos E)} = \frac{(1+e)}{(1-e)} \tan^2 \frac{E}{2} \quad (\text{A.19a})$$

$$\tan \frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \quad (\text{A.19b})$$

Oft wird auch die Geschwindigkeit eines Satelliten benötigt; diese erhält man durch Ableitung der beiden Gleichungen A.18a und A.18b nach t .

Für die Geschwindigkeit erhält man dann

$$\dot{x} = -\sqrt{\frac{\mu}{a(1-e^2)}} \sin \nu = -\sqrt{\frac{\mu}{a}} \frac{1}{1-e \cos E} \sin E \quad (\text{A.20a})$$

$$\dot{y} = \sqrt{\frac{\mu}{a(1-e^2)}} (e + \cos \nu) = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \frac{\sqrt{1-e^2}}{1-e \cos E} \cos E \quad (\text{A.20b})$$

A1.5 Die klassischen Orbitalelemente

Der Orbit eines Satelliten wird normalerweise in einem Koordinatensystem beschrieben, welches seinen Ursprung im Mittelpunkt der Erde hat (erdgebundenes Koordinatensystem, manchmal auch astronomisches Koordinatensystem genannt). Die x -Achse dieses Koordinatensystems zeigt zum Frühlingspunkt (Schnittpunkt der Sonnenbahn (Ekliptik) und dem Äquator am Tag des Frühlingsanfang, engl. „vernal equinox“), die z -Achse ist die Drehachse der Erde und die y -Achse steht senkrecht zur x - und z -Achse bzw. ist die Drehung der x -Achse um 90° gegen den Uhrzeigersinn. Leider benutzen verschiedene Institutionen auch verschiedene Zeitpunkte für den Frühlingspunkt. Im Jahre 1988 wurde deshalb von der International Astronomical Union die Weisung ausgegeben, daß als Frühlingspunkt der 1. Januar des Jahres 2000 um 12h UT (entspricht einen sog. Julian Date von JD 2451545) zu verwenden ist. In Bild A.4 ist dieses Koordinatensystem zusammen mit der schematischen Darstellung der Erde und der Satellitenbahn um die Erde veranschaulicht.

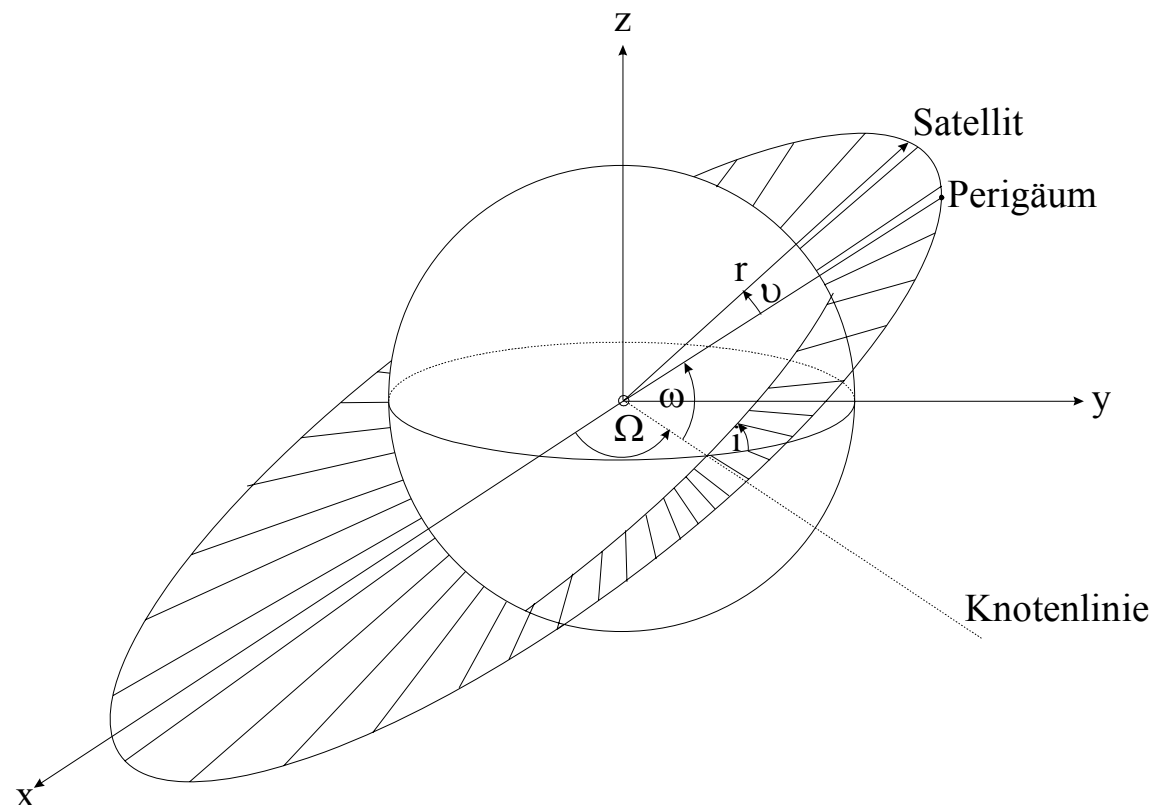


Abbildung A.4: Klassische Orbitalelemente

Zur Beschreibung der Satellitenbahn müssen aber einige Begriffe eingeführt werden:

Knotenlinie

Als Knotenlinie wird die Schnittgerade zwischen der Satellitenbahnebene und der Äquatorebene bezeichnet.

Aufsteigender Knoten

Der aufsteigende Knoten (engl. „ascension node“) ist der Schnittpunkt zwischen der Satellitenbahn und der Äquatorebene auf der Seite, wo der Satellit die Äquatorebene in nördlicher Richtung durchstößt.

Abfallender Knoten

Als abfallender Knoten (engl. „descending node“) wird der Schnittpunkt der Satellitenbahn mit der Äquatorebene bezeichnet, bei dem der Satellit die Äquatorebene in südlicher Richtung durchfliegt.

Mit Hilfe dieser Begriffe können nun die zusätzlichen Elemente zur Beschreibung der Bahn eines Satelliten angegeben werden:

Inklination

Die Inklination bzw. vollständig der Inklinationswinkel i ist die Neigung der Bahnebene gegenüber der Äquatorebene (siehe Bild A.4). Der Inklinationswinkel hat einen Wert zwischen 0° und 180° und wird positiv gezählt in Richtung des Nordpoles.

Rektaszension des aufsteigenden Knotens

Als die Rektaszension des aufsteigenden Knotens (kurz. RAAN, bzw. engl. „right ascension of ascending node“) wird der Winkel Ω zwischen der x-Achse und der Knotenlinie in Richtung Nord genannt. In Bild A.4 ist auch dieser Parameter eingezeichnet.

Argument der Perigäums

Das Argument der Perigäums ω ist der Winkel zwischen der Knotenlinie und der Linie vom Erdmittelpunkt zum Perigäum. In dieser Arbeit ist das Argument des Perigäums ω immer $\omega = 0^\circ$ (d.h. der Schnittpunkt des aufsteigenden Knotens sei als Perigäumspunkt definiert).

In Bild A.4 sind auch noch der **Radiusvektor** r (Verbindungsline zwischen dem Erdmittelpunkt und dem Satelliten) und die **wahre Anomalie** υ eingezeichnet.

Mit Hilfe dieser letzt genannten Größen und der großen Halbachse a , der Exzentrizität e und der mittleren Anomalie ist es nun möglich, die Position eines Satelliten in seiner Umlaufbahn genau anzugeben. Durch Störungen der Umlaufbahn (z.B. Hervorgerufen durch die Ausbuchtung am Äquator) wird eine Änderung von ω und Ω bewirkt. Es werden deshalb alle Größen für eine Bezugszeit oder Epoche bestimmt, die mit angegeben werden muß [NAS85a].

A1.6 Das ECI-Koordinatensystem

Jeder Vektor in Orbitalkoordinaten kann in das sog. ECI-Koordinatensystem(ECI = „earth centered inertial“) mit seinem Rotationswinkel ω , Inklinationswinkel i und Rektaszension des aufsteigenden Knotens Ω überführt werden. Eine Satellitenposition in Orbitalkoordinaten ergibt sich mit

$$r = a (1 - e \cos E) \quad (\text{A.21a})$$

zu

$$x_0 = r \cos \nu \quad (\text{A.21b})$$

$$y_0 = r \sin \nu \quad (\text{A.21c})$$

$$z_0 = 0 \quad (\text{A.21d})$$

Die Einheitsvektoren in diesem System werden mit x , y , z bezeichnet. Um vom Orbitalkoordinatensystem in das ECI-Koordinatensystem zu gelangen, muß folgende Gleichung gelöst werden.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

Für die Transformationsmatrix T gilt (reduzierte Form):

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \\ T_{31} & T_{32} \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

mit

$$T_{11} = \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \sin \omega \cos i \quad (\text{A.24a})$$

$$T_{12} = -\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos \omega \cos i \quad (\text{A.24b})$$

$$T_{21} = \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \sin \omega \cos i \quad (\text{A.24c})$$

$$T_{22} = -\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos \omega \cos i \quad (\text{A.24d})$$

$$T_{31} = \sin \omega \sin i \quad (\text{A.24e})$$

$$T_{32} = \cos \omega \sin i \quad (\text{A.24f})$$

Die vollständige Form ist in [BMW71a] angegeben.

Ein spezieller Punkt in diesem ECI-Koordinatensystem , wie z.B. als Anwendungsfall eine Erdfunkstelle, kann in kartesischen Koordinaten x , y , z oder durch Polarkoordinaten wie z.B. geographische Länge λ_{ECI} , oder right ascension α , geographische Breite ϕ_{ECI} , oder

Deklination δ und dem Radius r angegeben werden. In Bild A.5 ist ein Punkt r in diesem Koordinatensystem dargestellt [PBo86a].

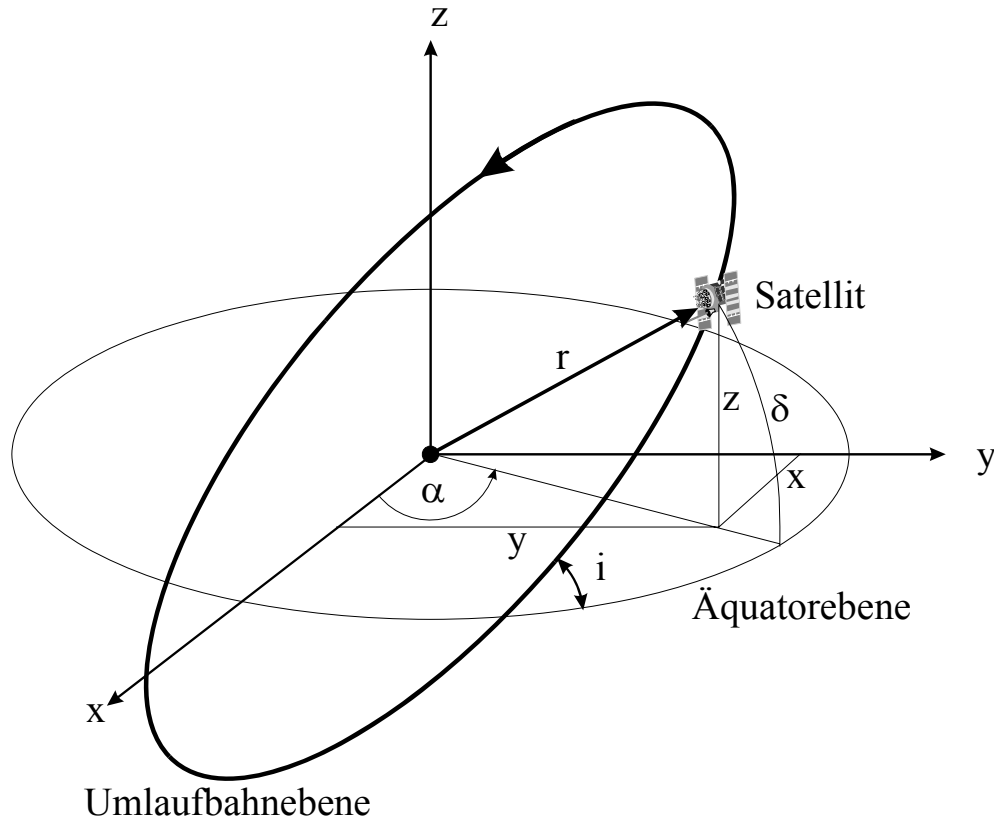


Abbildung A.5: Darstellung eines Punktes im ECI-Koordinatensystem

Es gilt in diesem Koordinatensystem (x, y, z : Kartesische Koordinaten, α, δ : Polarkoordinaten)

$$x = r \cos \delta \cos \alpha \quad (\text{A.25a})$$

$$y = r \cos \delta \sin \alpha \quad (\text{A.25b})$$

$$z = r \sin \delta \quad (\text{A.25c})$$

bzw.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (\text{A.25d})$$

Azimuth

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} \quad (\text{A.25e})$$

Elevation

$$\tan \delta = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (\text{A.25f})$$

A2 Sphärische Geometrie

Ein wichtiger geometrischer Bestandteil der sphärischen Geometrie ist der sog. Großkreis: Ein Großkreis ist die Schnittlinie einer Kugel mit einer Ebene, welche durch den Kugelmittelpunkt verläuft, z.B. ist der Äquator ein Großkreis der Erde. Es läßt sich damit durch zwei nicht entgegengesetzt liegende Punkte A und B, welche auf der Kugeloberfläche liegen, genau ein Großkreis legen. Die Länge des Großkreisbogens zwischen diesen Punkten \overline{AB} ist dann

$$\overline{AB} = Ra \quad , \quad (\text{A.26})$$

wobei R der Radius der Kugel und a der sog. Zentriwinkel (in Bogenmaß) des Bogens bezeichnet. Dieser Zentriwinkel ist der Winkel zwischen den Verbindungslinien von dem Kugelmittelpunkt zu den beiden Endpunkten des Bogens.

Drei sich schneidende Großkreise bilden ein sog. sphärisches Dreieck oder auch Kugeldreieck (siehe Bild A.1). Nach [Böt94a] sind zwei Arten von Winkeln zu unterscheiden: Die Dreieckswinkel, d.h. die Winkel zwischen den Seiten des Dreiecks (meist bezeichnet mit α , β und γ) sowie die zugehörigen Zentriwinkel (meist bezeichnet mit a , b und c). Diese Zentriwinkel werden auch oft als Seiten des Kugeldreiecks bezeichnet.

Für die Winkelsumme im sphärischen Dreieck gilt:

$$\pi < \alpha + \beta + \gamma < 3\pi \quad (\text{A.27})$$

und für die Summe der Zentriwinkel

$$0 < a + b + c < 2\pi \quad (\text{A.28})$$

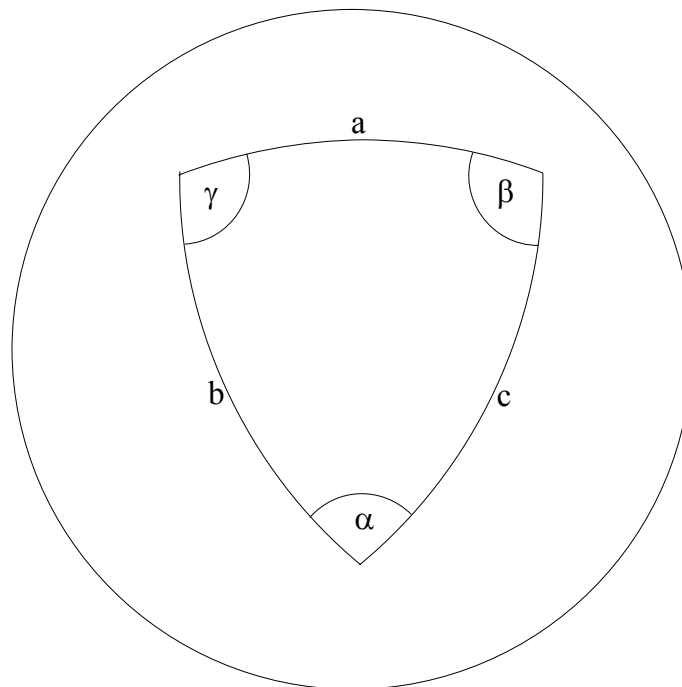


Bild A.6: Sphärisches Dreieck

Oft wird auch der sphärische Exzess benötigt, dieser ergibt sich zu

$$\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma - \pi \quad (\text{A.29})$$

Für ein beliebiges sphärisches Dreieck ABC mit den Zentriwinkeln a , b , c und den Dreieckswinkeln α , β und γ lautet dann der Sinussatz für Kugeldreiecke [BSe87a]

$$\frac{\sin \alpha}{\sin a} = \frac{\sin \beta}{\sin b} = \frac{\sin \gamma}{\sin c} \quad (\text{A.30})$$

Der Seitenkosinussatz ist

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos \gamma \quad (\text{A.31})$$

und der Winkelkosinussatz

$$\cos \gamma = -\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos c \quad (\text{A.32})$$

Die Fläche eines Kugeldreieckes kann durch

$$A = R^2 \varepsilon \quad (\text{A.33})$$

berechnet werden.

Der Abstand zweier Punkte A und B auf der Kugeloberfläche, wobei A die Koordinaten $A = (\lambda_1, \varphi_1)$ und B die Koordinaten $B = (\lambda_2, \varphi_2)$ habe, kann dann aus der Berechnung des Zentriwinkels bestimmt werden. Es ergibt sich also

$$\cos a = \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2) \quad (\text{A.34})$$

Eine ausführliche Beschreibung über sphärische Geometrie findet sich bei [BSe87a, Ras92a, Dör57a, Sto83a].

A3 Multiplikatormethode von Lagrange

Nach [Ras92a] gilt: Sollen bei einer Funktion $f: (x_1, \dots, x_n) \rightarrow f(x_1, \dots, x_n)$ die Originale die k ($k < n$) Nebenbedingungen

$$\psi_1(x_1, \dots, x_n) = 0 \quad (\text{A.35a})$$

$$\psi_2(x_1, \dots, x_n) = 0 \quad (\text{A.35b})$$

⋮

$$\psi_k(x_1, \dots, x_n) = 0 \quad (\text{A.35c})$$

erfüllen, so stehen zur Extremwertermittlung von f zwei Wege offen:

1. Lassen sich aus den k Nebenbedingungen k Variablen durch die restlichen $n-k$ Variablen ausdrücken, so kann man die Terme in den Term für $f(x_1, \dots, x_n)$ einsetzen und die freien Extrema der entstehenden Funktion von $n-k$ Variablen aufsuchen.

2. Man bildet die Funktion

$$(x_1, \dots, x_n) \rightarrow F(x_1, \dots, x_n) = f(x_1, \dots, x_n) - \lambda_1 \psi_1(x_1, \dots, x_n) \quad (\text{A.36a})$$

⋮

$$\lambda_k \psi_k(x_1, \dots, x_n) \quad (\text{A.36b})$$

und ermittelt die freien Extrema von F . Diese Methode wird auch als Multiplikatormethode nach Lagrange bezeichnet. Als notwendige Bedingung gilt

$$\frac{\partial F(x_{10}, \dots, x_{n0})}{\partial x_1} = \dots = \frac{\partial F(x_{10}, \dots, x_{n0})}{\partial x_n} = 0 \quad (\text{A.37})$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen und den k Nebenbedingungen hat man $n+k$ Gleichungen für die Unbekannten $x_{10}, \dots, x_{n0}, \lambda_1, \dots, \lambda_k$. Man kann folgende anschauliche Bedeutung der Multiplikatormethode von Lagrange angeben [Ras92a]:

Entlang der Kurve der Darstellung $\psi(x,y) = 0$ soll in der x - y -Ebene ein Extremum von $z = f(x,y)$ gefunden werden.

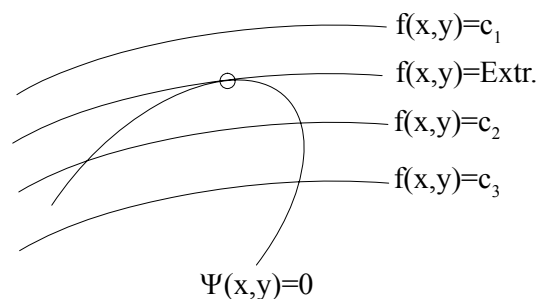


Bild A.7: Anwendung der Multiplikatormethode von Lagrange

A4 Literaturverzeichnis

- [All65a] Allen, R.R.: „Resonance effects for satellites with nominally constant ground track“, Royal Aircraft Establishment Technical Report 65232, 1965.
- [Alt94a] Alta Group of Cadence Design System: „SatLab-Satellite Laboratory User's Guide (for Use with BONE S DESIGNER).“, SAT8000-S4, Dec. 1994.
- [Ans96a] Anselmo, J.C.: „Motorola unveils new satcom plan“, Aviation Week & Space Technology, page 35, Sept. 16, 1996
- [ARi87a] Adams, W.S.; Rider, L.: „Circular Polar Constellations Providing Continuous Single or Multiple Coverage Above a Specified Latitude“, *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 35, No. 2, April-June 1987, S. 155-192.
- [Bal80a] Ballard, A.H.: „Rosette Constellations of Earth Satellites“, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-16, No. 5, Sept. 1980, S. 656-673.
- [Bat90a] Battin, R.H.: „An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics, AIAA, Washington 1990.
- [Bes78a] Beste, D.C.: „Design of Satellite Constellations for Optimal Continuous Coverage“, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-14, No. 3, May 1978, S. 466-473.
- [BMc72a] Buisson J.A.; McCaskill, T.B.: „Timing navigation satellite system constellation study“, NRL Report 7389, 1972.
- [BMW71a] Bate, R. R.; Mueller, D. D; White, J. E.: „Fundamentals of Astrodynamics“, Dow Publishing Inc., New York, 1971.
- [Bog74a] Bogen, A.H.: „Geometric performance of the Global Positioning System“, Aerospace Corporation Report SAMSO-TR-74-169, 1974.
- [Böt94a] Böttcher, A.: „Orbits und Raumgeometrie“, Seminarunterlagen CCG-Seminar IT11.41 Mobile Kommunikation über GEO- und LEO-Satellite, Kapitel 2, Carl-Cranz-Gesellschaft, Oberpfaffenhofen, 1994
- [BSe87a] Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A.: „Taschenbuch der Mathematik“, Veralg Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/ Main, 23. Auflage, 1987, ISBN 3-87144-492-8.
- [Bui73a] Buisson, J.A.: „Geometric considerations of 3-plane, 125°-inclination, 8- and 12- hour satellite orbits“, NRL Report 7581, 1973.
- [Bur66a] Burt, E.G.: „On space manoeuvres with continuous thrust“, Royal Aircraft Establishment Technical Report 66149, 1966.
- [CIR72a] Committee on Space Research: „CIRA 1972 COSPAR International Reference Atmosphere 1972“, Akademie-Verlag, Berlin, 1972.
- [DJe65a] Dalglish, D.I.; Jefferis, A.K.: „Some orbits for communication satellite systems affording multiple access“, Proceedings IEE, Vol. 112, No.1, 1965, S. 21-30.
- [DKV84a] Dobrinski, P.; Krakau, G.; Vogel, A.: „Physik für Ingenieure“, Teubner-Verlag, Stuttgart, 1984.
- [Dör57a] Dörrie, H.: „Ebene und sphärische Geometrie“, Oldenbourg-Verlag, 1957
- [EBr69a] Easton, R.L.; Brescia, R.: „Continuously visible satellite constellations“, NRL Report 6896, 1969.
- [Esc65a] Escobal, P.R.: „Methods of Orbit Determination“, John Wiley & Sons, New York, 1965.

- [ETS93a] ETSI (European Telecommunications Standards Institute); „Possible European Standardisation of Certain Aspects of Satellite Personal Communications Networks (S-PCN)“, ETSI Technical Report ETSI PT37V, Version 3.1, 30. April 1993.
- [FCC94a] Teledesic Corporation: „Amendment before the FCC“, File No. 22-DSS-P/LA-94, 30 December 1994.
- [Gag91a] Gagliardi, R. M.: Satellite Communication, Zweite Auflage, Van Nostrand Reinhold, New York, 1991
- [GKa95a] Gagliardi, R. M., Karp, S.: Optical Communication, Zweite Auflage, John Wiley & Sons, New York, 1995
- [Glo97a] Globalstar L.P.: „Description of the Globalstar System“, Rev. D, San Jose, Ca. 95164-0670.
- [GMo93a] Gordon, G. D., Morgan, W. L.: Principles of Communication Satellites John Wiley & Sons, New York, 1993
- [Gob61a] Gobetz, F.W.: „Satellite networks for global coverage“, AAS Preprint, 1961, S. 61-78
- [GVo93a] Gerthsen, C.; Vogel, H.: „Physik“, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 17. Auflage, 193, ISBN 3-540-56638-4
- [HaCa93a] Hatlelid, J.E.; Casey, L.: „The Iridium system personal communications anytime, anyplace“, in Proc. 3rd International Mobile Satellite Conference, IMSC 1993, Pasadena, pp. 285-190, June 1993.
- [Hed87a] Hedin, A.E.: „MSIS-86 Thermospheric Model“, Journal Geophysics Res., 92, 4649, 1987.
- [Iri99a] Iridium LLC: „Information about Iridium“, info@iridium.com
- [ITU88a] ITU/CCIR: „Handbook of Satellite Communication“, International Telecommunication Union, Genf, 1988.
- [Jac77a] Jacchia, L.G.: „Thermospheric Temperature, Density, and Composition: New Models“, Smithsonian Astrophysics Rept., No. 375, 1977.
- [Kat87a] Katzman, M. M. (ed.): Laser Satellite Communications, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, 1987
- [KBZ98a] Keller, H.; Blume, R.; Zerbe, V.: „Satellitennavigationssysteme und Geräte“, Infosat-Magazin, ISSN 0933-6907, Heft 1/98, Nr. 118, Luxembourg/Daun, S.130-135.
- [KBZ98b] Keller, H.; Blume, R.; Zerbe, V.: „Satellitennavigation- Systeme und Geräte“, *Infosat- Das Sat-, Multimedia- & Online-Magazin*, Euro-Info-Media S.A.R.L., Luxembourg / Daun, Heft 1/98, Nr. 118, ISSN 0933-6907, S. 130-135.
- [Kel95a] Keller, H.: „Bestimmung der optimalen Antennenausrichtung für Intersatelliten-Links des Satellitensystems Iridium“, in *Proceedings Workshop Multimediale Informations- und Kommunikationssysteme*, Ilmenau, 26.-27.10.1995, ISSN 1430-029X, S. 109-114.
- [Kel95b] Keller, H.: „Geplante Satelliten-Kommunikationssysteme- ein Überblick“, in *Proceedings Workshop Multimediale Informations- und Kommunikationssysteme*, Ilmenau, 26.-27.10.1995, ISSN 1430-029X, S. 121-128.
- [Kel97a] Keller, H.: „Die Satellitenpläne von Motorola - Weltweite Telefon & Datenkommunikation und Multimedia“, *Infosat- Das Sat-, Multimedia- & Online-Magazin*, Euro-Info-Media S.A.R.L., Luxembourg / Daun, Heft 10/97, Nr. 115, ISSN 0933-6907, S. 161-169.

- [Kel97b] Keller, H.: „Eine Welt - ein Telefon - das Sat-Handy, Iridium-Systemaufbau schreitet voran“, *Infosat- Das Sat-, Multimedia- & Online-Magazin*, Euro-Info-Media S.A.R.L., Luxembourg / Daun, Heft 12/97, Nr. 117, ISSN 0933-6907, S. 178-187.
- [KJo94a] Kedaj, J.; Jousen, F.: „Mobilfunk-Handbuch: Das Handbuch der mobilen Sprach-, Text- und Datenkommunikation“, Neue Mediengesellschaft Ulm, ISBN 3-923759-48-7, Juni 1994, Kapitel 9.1
- [KSa96a] Keller, H.; Salzwedel, H.: „Link Strategy for the Mobile Satellite System Iridium“, *IEEE VTS 46th Vehicular Technology Conference VTC'96*, April 28 - May 1, 1996, Atlanta, GA, USA, ISBN 0-7803-3157-5196, S. 1220-1224.
- [KSa97a] Keller, H.; Salzwedel, H.; Schorcht, G.; Zerbe, V.: „Comparision of the Probability of Visibility of the Most Important Currently Projected Mobile Satellite Systems“, *IEEE VTS 47th Vehicular Technology Conference VTC'97*, May 5-7, 1997, Phoenix, AZ, USA, ISBN 0-7803-33659-3, S. 1288-1292.
- [KSa97b] Keller, H.; Salzwedel, H.: „Untersuchungen zum Aufbau von Intersatellitenverbindungen für Satellitensysteme mit kreisförmigen polaren Orbits“, *42. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium IWK'97*, Ilmenau, 22.-25.9.1997, ISSN 0943-7207, S.421-426.
- [KSa98a] Keller, H.; Salzwedel, H.: „Untersuchungen zum Aufbau von Intersatellitenverbindungen für Satellitensysteme mit inklinierten kreisförmigen Orbits“, *43. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium IWK'98*, Ilmenau, 21.-24.9.1998.
- [KSF97a] Keller, H.; Salzwedel, H.; Freund, U.; Schorcht, G. „Examination of the Circular Polar Satellite Constellation for the Use of Intersatellite Links“, *in Proc. 1997 IEEE International Conference on Personal Wireless Communications ICPWC'97*, Bombay, India, 17.-20. Dec. 1997, ISBN 0-7803-4298-4, S. 283-287.
- [KSS98a] Keller, H.; Salzwedel, H.; Schorcht, G. Zerbe, V.: „Geometric Aspects of Polar and Near Polar Circular Orbits for the Use of Intersatellite Links for Global Communication“, *IEEE VTS 48th Vehicular Technology Conference VTC'98*, May 18-21, 1998, Ottawa, Canada.
- [KSS98b] Keller, H.; Salzwedel, H.; Schorcht, G. „Examination of Special Phased Circular Polar Orbit Constellations for the Use of Intersatellite Links“, *IEEE/IEE/URSI International Conference on Telecommunications ICT'98*, Porto Carras, Griechenland, 22.-25. Juni 1998.
- [KSw98a] Koekoel, A.M.; Swarttouw, R.F.: „Legendre/Spherical“, §1.8.3 in the Askey-scheme of hypergeometric orthogonal polynomials and ist q-analogue, Report 98-17, Delft, 1998.
- [Lan92a] Lang, K.R.: „Planet Earth“, Kap.2 in *Astrophysical Data: Planets and Stars*, Springer-Verlag, New York, 1992
- [LCa95a] Lambert, S. G., Casey, W. L.: *Laser Communications in Space*, Artech House, Boston, London, 1995
- [Leg85a] Legendre, A.M.: „Sur l'attraction des Spheroides“, *Mem. Math. Et Phys. Presentes a l'Ac. r. des sc. Par divers savants* 10, 1785.
- [Leo92a] Leopold, R.J.: „The Iridium Communications System“, *Communications for Competitive Advantage Conf. and Trade Exhibition*, Tuanz 1992.
- [Los99a] Lossau, N.: „Weltweit telefonieren via Satellit“, *dialog Zeitschrift für VDE-*

Mitglieder, Nr. 1, 1999, Frankfurt, ISSN 1430-4120, S. 3-5.

- [Lüd61a] Lüders, R.D.: „Satellite networks for continuous zonal coverage“, ARS Journal, Vol. 31, No. 2, 1961, S. 179.184.
- [Lut94a] Lutz, E.: „Satellitenmobilfunknetze“, aus Tagungsunterlagen CCG-Seminar Mobile Kommunikation über GEO- und LEO-Satelliten, IT 11.41, Carl-Cranz-Gesellschaft, Oberpfaffenhofen, 1994.
- [MBo93a] Maral, G., Bousquet, M.: Satellite Communication Systems, 2nd ed. John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [Mer66a] Merson, R.H.: „Single-station coverage for Earth-satellite orbits“, Royal Aircraft Establishment Technical Report 66029, 1966.
- [MGi00a] Montenbruck, O.; Gill, E.: „Satellite Orbits – Models, Methods, Applications“, Springer-Verlag, Berlin, 2000, ISBN 3-540-67280-X
- [Mor73a] Morrison, J.J.: „A system of sixteen synchronous satellites for worldwide navigation and surveillance“, Report FAA-RD-73-30, 1973.
- [Mot96a] Motorola Global Communication Inc.: „Application for the Authority to Construct, Launch and Operate the M-Star Satellite System“, Filing before the FCC, Washington, September 4, 1996.
- [Mot97a] Motorola Global Communication Inc.: „Application for the Authority to Construct, Launch and Operate the Celestri Multimedia LEO System“, Filing before the FCC, Chandler, Arizona, June 1997.
- [Moz73a] Mozhayev, G.V.: „The problem of continuous surveillance of the Earth and kinematically correct satellite systems“, Kosmiah., Vol. 2, No. 1, 1973, S. 59-69.
- [NAS85a] NASA: „NASA Prediction Bulletin“, Nasa Goddard Space Flight Center, Code 513.2, Greenbelt, MDo20771, November 21, 1985.
- [Ore94a] Orear, J.: „Physik“, Carl Hanser Verlag, München, 1992.
- [OWi90a] Oppenhäuser, G., Wittig, M.: The European SILEX Project: Concept, Performances, Status and Planning, SPIE Proceedings on Free Space Laser Communication Technology II, 1990, S. 27-37
- [Par96a] Parkinson, B.W.: „Global Positioning System: Theory and Application“, American Institute of Aeronautics and Astronautics AIAA, 1996.
- [PBo86a] Pratt, T., Bostian, C.W.: „Satellite Communications“, Wiley & Sons, 1986
- [Rap96a] Rapp, C.: Optical Space Communications Technologies for Intersatellite Links in Satellite Networks, Intersatellite Links in Satellite Networks, Proc. NOC, Mainz, 1996, pp. 255 – 263
- [Ras92a] Rast, J.: „Formeln der Mathematik“, Weltbild-Verlag, Augsburg, 1992, ISBN 3-89350-836-8.
- [Rid85a] Rider, L.: „Optimized Polar Orbit Constellation for Redundant Earth Coverage“, Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 33, April-June 1985, p. 147-161.
- [Rid86a] Rider, L.: „Analytic Design of Satellite Constellations for Zonal Earth Coverage Using Inclined Circular Orbits“, Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 34, January-March 1986, pp. 31-64.
- [Rod91a] Roddy, D.: „Satellitenkommunikation: Grundlagen - Satelliten - Übertragungssysteme“, Hanser-Verlag, München, 1991, ISBN 3-446-16000-0.
- [Sch94a] Schröder, F.: „GPS Satelliten Navigation“, Franzis-Verlag, München, 1994.
- [Sid97a] Sidi, M.J.: „Spacecraft Dynamics and Control“, Cambridge Aerospace Series, 1997, ISBN 0-521-55072-6.

- [SKe95a] Salzwedel, H.; Keller, H.: „Satellitenmobilfunksysteme bieten weltweites Telefonieren“, *Nachrichtentechnische Zeitschrift ntz*, VDE-Verlag, Berlin / Offenbach, ISSN 0948-728X, Heft 11/1995, S. 8-15.
- [SKe97a] Salzwedel, H.; Keller, H.: „Satellitenmobilfunksysteme bieten weltweites Telefonieren“, *Jahrbuch Elektrotechnik 97 - Band 16*, VDE-Verlag, Berlin / Offenbach, ISSN 3-8007-21783.
- [SKe98a] Salzwedel, H.; Keller, H.: „Comparision of the Probability of Visibility of New Planned Mobile Satellite Systems“, *IEEE VTS 48th Vehicular Technology Conference VTC'98*, May 18-21, 1998, Ottawa, Canada.
- [Sto83a] Stoer, J.: „Einführung in die numerische Mathematik 1“, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 4. Auflage, 1983
- [Tel94a] Teledesic Corporation: „Amendment of Teledesic Corporation“, File No. 22-DSS-P/LA-94, Dezember 30, 1994, Washington.
- [Tel97a] Teledesic L.L.C.: „Application for the Authority to Construct, Launch and Operate the Teledesic System“, Filing before the FCC, Washington, March 1997.
- [USc63a] Ullock, M.H.; Schön, A.H.: „Optimum polar satellite networks for continuous Earth coverage“, *AIAA Journal*, Vol. 1, No. 1, 1963, S. 69-72.
- [Var60a] Vargo, L.G.: „Orbital patterns for satellite systems“, *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 6, 1960, S. 709-725.
- [Wal63a] Walker, J.G.: „A sub-synchronous station-keeping communication satellite network using near-polar orbits“, Royal Aircraft Establishment Technical Memorandum 22, 1963.
- [Wal70a] Walker, J.G.: „Circular orbit patterns providing continuous whole earth coverage“, Royal Aircraft Establishment Technical Report 70211, 1970.
- [Wal71a] Walker, J.G.: „Some circular orbit patterns providing continuous whole earth coverage“, *Journal of the British Interplanetary Society*, Vol. 24, 1971, S. 369-384.
- [Wal73a] Walker, J.G.: „Continuous whole earth coverage by circular orbit satellites“, *IEE Conference Publication 95, Satellite Systems for Mobile Communications and Surveillance*, IEE, 1973, S. 35-38.
- [Wal73b] Walker, J.G.: „Continuous whole earth coverage by circular orbit satellites“, Royal Aircraft Establishment Technical Memorandum 194, 1973.
- [Wal77a] Walker, J.G.: „Continious whole-earth coverage by circular orbit satellite patterns“, Royal Aircraft Establishment, Technical Report, 77044, 1977
- [Wal84a] Walker, J.G.: „Satellite Constellations“, Royal Aircraft Establishment, *Journal of British Interplanetary Society*, Vol. 37, S. 559-571, 1984.
- [WDB97a] Werner, M.; Delucci, C.; Burchard, K.: „ATM Networking for Future ISL-Band LEO Satellite Constellations“, *Proceedings IMSC'97, 5th International Mobile Satellite Conference*, June 16-18, 1997, Pasadena.
- [WDV97a] Werner, M.; Delucchi, C.; Vogel, H-J.; Maral, G.; De Ridder, J-J.: „ATM-Based Routing in LEO/MEO Satellite Networks with Intersatellite Links“, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 15, No. 1, January 1997, S. 69-82.
- [Wer84a] Wertz, J. R.: „Spacecraft Attitude Determination and Control“, Reichel Publishing Co., Dordrecht, The Netherlands, 1984.
- [WGS00a] Department of Defense: „World Geodetic System 1984“, National Imagery and Mapping Agency NIMA, Technical Report, NIMA TR8350.2, 3rd edition, Amendment 1, 3 January 2000.
- [WMa97a] Werner, M.; Maral, G.: „Traffic Flows and Dynamic Routing in LEO Intersatellite Link Networks“, *Proceedings IMSC'97, 5th International Mobile*

- Satellite Conference*, June 16-18, 1997, Pasadena, S.
- [WVi93a] Wiedeman, R.A., Viterbi, A.J.: „The Globalstar mobile satellite system for worldwide personal communications“, Proceedings IMSC’93, 3rd *International Mobile Satellite Conference*, June 1993, Pasadena.
- [WWW99a] The Essentials of Geophysics Homepage:
<http://quake.mit.edu/~fjsimons/12.201-12.501.html>.
- [Zei00a] Zeiler, O.: „Entwicklung eines Kleinsatelliten-Simulators mit Untersuchung einer autonomen Orbitpositions-Regelung für niedrigfliegende Satelliten“, Fortschritt-Bericht Nr. 850, Reihe 8, VDI-Verlag, 2000
- [ZKB97a] Zerbe, V.; Keller, H.; Blume, R. „Systeme der Satellitennavigation“, *Nachrichtentechnische Zeitschrift ntz*, VDE-Verlag, Berlin/Offenbach, ISSN 0948-728X, Heft 7/97, S. 66-67.

Versicherung

Hiermit versichere ich,

Harald Keller, geb. 25.03.1968 in Nürnberg

- a) Daß die Dissertation von mir selbst angefertigt wurde und alle benutzten Hilfsmittel und Quellen in der Arbeit angegeben sind
- b) daß die Dissertation oder Teile davon noch nicht als Prüfungsarbeit für eine staatliche oder andere wissenschaftliche Prüfung eingereicht wurde
- c) daß eine gleiche oder ähnliche Abhandlung nicht bei einer anderen Fakultät oder einer anderen Universität als Dissertation eingereicht wurde

Ilmenau, 9.4.2001

(Harald Keller)

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Harald Keller
geboren am: 25.03.1968 in Nürnberg
Familienstand: ledig

Schulbildung

09/1974 - 07/1978 Grundschule Röthenbach a. d. Pegnitz
09/1978 - 06/1987 Gymnasium Röthenbach a. d. Pegnitz

Hochschulausbildung

10/1988 - 10/1990 Grundstudium Elektrotechnik an der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
10/1990 - 02/1994 Hauptstudium Elektrotechnik an der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

Studienschwerpunkte: Nachrichten- und Hochfrequenztechnik, technische Elektronik, Netzwerksynthese.

Abschluß: Diplom-Ingenieur Univ.

Berufstätigkeiten

08/1994 - 12/1994 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Nachrichtentechnik der Deutschen Forschungsanstalt für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Oberpfaffenhofen, Abteilung Digitale Netze

03/1995 - 10/1998 Tätigkeitsgebiete: LEO/MEO-Satellitensysteme
Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachgebiet System- und Steuerungstheorie, Fakultät Informatik und Automatisierung der Technischen Universität Ilmenau.

01/1999- Tätigkeitsgebiete: Mobile Satellitenkommunikation, System- und Steuerungstheorie, Satellitennavigation, GPS
System Designer bei der Fa. Ericsson Eurolab in Nürnberg, Abt. Entwicklung GSM/UMTS Basisstationen.
Seit 3/2000 Tätigkeit als Object leader