Übungsblatt 1

Aufgabe 1 Anwendung des Simplex Algorithmus

Man löse die folgenden linearen Optimierungsprobleme.

a) **MAX** $F = 6x - 8y + z$

$$\begin{aligned} 3x + y &\leq 10 \\ 4x - y &\leq 5 \\ x + y - z &\geq -3 \\ x, y, z &\geq 0 \end{aligned}$$

b) **MIN** $F = x - 3y + 2z$

$$\begin{aligned} 3x - y + 2z &\leq 7 \\ -2x + 4y &\leq 12 \\ -4x + 3y + 8z &\leq 10 \\ x, y, z &\geq 0 \end{aligned}$$

c) **MAX** $F = 20x + 15y$

$$\begin{aligned} x + y &\geq 7 \\ 9x + 5y &\leq 45 \\ 2x + y &\geq 8 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

d) **MAX** $F = 2x - y + z$

$$\begin{aligned} x + y - 3z &\leq 8 \\ 4x - y + z &\geq 2 \\ 2x + 3y - z &\geq 4 \\ x, y, z &\geq 0 \end{aligned}$$

e) **MIN** $F = x + y$

$$\begin{aligned} x + y &\leq 40 \\ -x + y &\leq 0 \\ -2x + 2y &\geq 2 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 2 Duale Lösung

Man bestimme das duale LOP zu folgendem LOP und berechne dessen Lösung.

$$\textbf{MAX } F = 3x + 4y$$

$$\begin{aligned} 2x + 4y &\leq 120 \\ 2x + 2y &\leq 80 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 3

Betrachtet wird das LOP:

$$\textbf{MIN } F = c^T x$$

$$\begin{aligned} Ax &= b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

Beweisen Sie die folgende Aussage: Ist der Vektor c als Linearkombination $c = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i a_i$ der Zeilenvektoren $a_1, \ldots, a_m$ der Matrix A darstellbar, so ist der zulässige Bereich entweder leer oder $z = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i b_i$ ist der optimale Wert der Zielfunktion, wobei $b = (b_1, \ldots, b_m)^T$.