

Programmierung und Algorithmen WS 25/26

Übungsblatt 1

Die Lösungen der Aufgaben sind bis zum 26.10.25, 23:59 Uhr abzugeben.

Die Besprechung der Aufgaben erfolgt in KW 44.

Aufgabe 1 (Terme)

4 Punkte

Geben Sie den Wert der folgenden Terme an und *notieren Sie mindestens drei Zwischenschritte* während der Auflösung.

- (a) $14 + \text{if } (20 - 2 \cdot 5 < 4 \vee \neg \text{true}) \wedge 5 = 5 \text{ then } 4 \cdot 10 - 2 \cdot 4 \text{ else } 7 \cdot 4 \text{ fi}$
- (b) $\text{if } 19 \bmod 6 = \text{sign}(10 - 4) \text{ then if } 5 > 4 \text{ then even}(14) \Rightarrow \text{false else odd}(12 + 1) \text{ fi}$
 $\text{else } 4 \cdot 2 = 42 \text{ fi}$

Aufgabe 2 (Backus-Naur-Form und reguläre Ausdrücke)

2 + 4 + 4 + 4 Punkte

Geben Sie jeweils eine BNF sowie einen regulären Ausdruck an, welche folgende Konzepte beschreiben/matchen. Verwenden Sie dabei ausschließlich die in der Vorlesung vorgestellten Notationen! Ihre Lösung sollte dabei möglichst effizient sein.

Achtung: Sie dürfen in dieser Aufgabe die Abkürzung '...' bei folgenden Definitionen verwenden:

- Einstellige Zahlenfolgen wie $0|1|\dots|9$ bzw. $(0+1+\dots+9)$
- Buchstabenfolgen wie $a|b|\dots|z$ bzw. $(a+b+\dots+z)$

In allen anderen Fällen sind Abkürzungen *nicht* erlaubt! Dies gilt insbesondere für mehrstellige Zahlenfolgen wie $1|2|\dots|28$ oder $(100+101+\dots+190)$.

Hinweis: Nicht alle Konzepte lassen sich sowohl durch eine BNF als auch durch einen regulären Ausdruck beschreiben. Versuchen Sie in diesem Fall zu argumentieren, wieso eine Variante nicht möglich ist.

- (a) Alle gültigen Uhrzeiten der Form **hh:mm:ss** (z.B. 23:05:42).
- (b) Alle gültigen Datumsangaben der Form **tt.mm.jjjj** (zur Vereinfachung dürfen Sie davon ausgehen, dass der Februar immer 28 Tage hat).
- (c) Ein Passwort, welches nur aus Klein- und Großbuchstaben, den Sonderzeichen '?', '!' und '\$' sowie Dezimalziffern besteht und *insgesamt mindestens sechs Zeichen lang ist*. Im Gegensatz zur allgemeinen Empfehlung für Passwörter muss dabei nicht jede Zeichenart mindestens einmal vorkommen.
- (d) Palindrome mit mindestens einem Buchstaben über dem Alphabet $\{a, b\}$. Palindrome sind Zeichenketten, welche vorwärts und rückwärts gelesen die selbe Zeichenkette ergeben (Beispiele: ababa, abba).

Bitte wenden!

Aufgabe 3 (Rekursion)

2 + 2 Punkte

Ein beschränktes Maschinenmodell unterstütze als einzige Rechenoperation auf Ganzzahlen die Addition `add(x, y)` ($x, y \in \mathbb{Z}$).

- (a) Definieren Sie in Pseudocode eine *rekursive* Methode `mult(x, y)` zur Multiplikation zweier *natürlicher Zahlen* $x, y \in \mathbb{N}_0$ unter Verwendung der Additionsfunktion.
- (b) Nutzen Sie `add(x, y)` und `mult(x, y)` um die Funktion `fac(n)` zur Berechnung der Fakultät von $n \in \mathbb{N}_0$ rekursiv zu definieren.

Hinweis: Benutzen Sie ausschließlich die Schreibweise `add(x, y)` und nicht etwa `x - 1`.

Aufgabe 4 (Türme von Hanoi)

4 + 3 + 1 Punkte

Im Zuge einer Neugliederung der Verwaltungsgrenzen Hanois im letzten Jahr vergrößerte sich das Stadtgebiet erheblich. Es bietet nun genug Fläche für einen zweiten Arbeitsbereich, der bei der Verlegung des lokalen Wahrzeichens genutzt werden kann. Obwohl die Verlegung nun schneller ablaufen sollte, ist sich jetzt niemand mehr sicher, welches Verfahren am schnellsten zum Ziel führt.

- (a) Formulieren sie einen rekursiven Algorithmus in Pseudocode (er muss nicht optimal sein), welcher das bekannte Problem der Türme von Hanoi für n Scheiben unter Ausnutzung *aller 4 Plätze* (einschließlich Quelle und Senke) realisiert. Orientieren Sie sich dabei an der Notation aus der Vorlesung (Kapitel 2, Folie 26).
- (b) Führen Sie Ihren Algorithmus mit $n = 4$ Scheiben aus. Notieren Sie dabei den zeitlichen Ablauf der rekursiven Aufrufe und der Basisschritte ("bewege Scheibe von x nach y"). Orientieren Sie sich auch hier an der Notation aus der Vorlesung (Kapitel 2, Folie 27).
- (c) Wie viele elementare Bewegungen benötigt Ihr Algorithmus, um einen Turm aus $n = 4$ Scheiben von der Quelle zur Senke zu bewegen? Wie viele Bewegungen wären dafür beim herkömmlichen Algorithmus mit insgesamt nur drei Plätzen nötig gewesen?