

Wie wird Leuchtdichte subjektiv als Helligkeit wahrgenommen?

Christoph Schierz, TU Ilmenau, FG Lichttechnik, PF 100 565, D-98684 Ilmenau

Im Jahre 1924 wurde von der CIE der spektrale Hellempfindlichkeitsgrad $V(\lambda)$ des hell adaptierten Auges im 2° -Gesichtsfeld international vereinbart. Damit lässt sich bekanntlich aus einer spektralen Strahldichte einer Licht abstrahlenden oder reflektierenden Fläche deren Leuchtdichte in cd/m^2 ermitteln. Die Leuchtdichte wird oft als diejenige Größe angesehen, welche mit der subjektiven Wahrnehmung von Helligkeit (Helligkeitsempfindung) im Zusammenhang steht. Allerdings besteht zwischen dem sogenannten photometrischen CIE-Normalbeobachter und der von Personen wahrgenommenen Helligkeit keine 1:1-Beziehung. In Folgenden werden acht verschiedene Aspekte diskutiert, welche die Helligkeitsempfindung differenzierter erscheinen lassen als eine subjektiv wahrgenommene Leuchtdichte allein. Zu dieser Problematik sind bei der CIE seit 1924 viele Arbeiten durchgeführt und teilweise auch bereits zu einem Abschluss gebracht worden.

1. Die Größe des Seh winkels

Die Seh winkelgröße des Seh objektes kann von 2° abweichen. Das hat auf die Wahrnehmung zweierlei Auswirkungen: a) über der Fovea befindet sich ein gelber Bereich, der kurzwellige (blaue) Spektralbereiche stärker absorbiert als andere Spektralbereiche und b), die relative Zusammensetzung der Rezeptoren ändert sich mit zunehmendem Winkel. Im Fall a) wird mit zunehmendem Winkel der empfangene Blauanteil erhöht, weil immer größere Bereiche des Seh objektbildes außerhalb dieser Stelle zu liegen kommen (**Abb. 1 links**). Der gelb gefärbte Bereich über der Fovea heißt „gelber Fleck“ (Macula lutea). Für ein 10° -Feld wurde von der CIE die $V_{10}(\lambda)$ -Funktion definiert [1], die im blauen Spektralbereich deutlich höhere Werte aufweist als $V(\lambda)$ (**Abb. 3 links**). Die Auswirkung b) scheint geringere Folgen zu haben, solange keine Stäbchen die Helligkeitsempfindung beeinflussen (siehe dazu Kap. 4). Zwar nimmt mit zunehmendem Abstand von der Fovea die Anzahl im blauen Spektralbereich empfindlicher Zapfen zu. Diese haben aber einen geringen oder gar keinen Einfluss auf die spektrale Empfindlichkeitskurve (siehe aber Kap. 5).

2. Individuelle Unterschiede

Es gibt wohl keine zwei Personen, bei denen der spektrale Hellempfindlichkeitsgrad identisch ist. Möglicherweise variiert dieser sogar innerhalb der Person über den Tag. Den größten Einfluss hat hingegen das Alter: Die individuelle $V(\lambda)$ -Funktion vermindert ihre Werte im kurzwelligen Spektralbereich wegen einer altersbedingten Gelbfärbung der Augenlinse (**Abb. 1 rechts**). Die $V(\lambda)$ -Funktion der CIE wurde hauptsächlich mit Daten von jungen Versuchspersonen ermittelt. Daher bleibt bei jeder photometrischen Bewertung unberücksichtigt, dass bei älteren Personen nicht nur generell weniger Licht auf der Retina ankommt, sondern dass sie auch Reize dunkler sehen, welche starke Blauanteile beinhalten.

ten. Es wird daher vorgeschlagen, eine altersabhängige Photometrie zu entwickeln, indem die $V(\lambda)$ -Funktion durch eine altersabhängige Funktion $V_a(\lambda)$ ersetzt wird [8] (siehe **Abb. 2 links**).

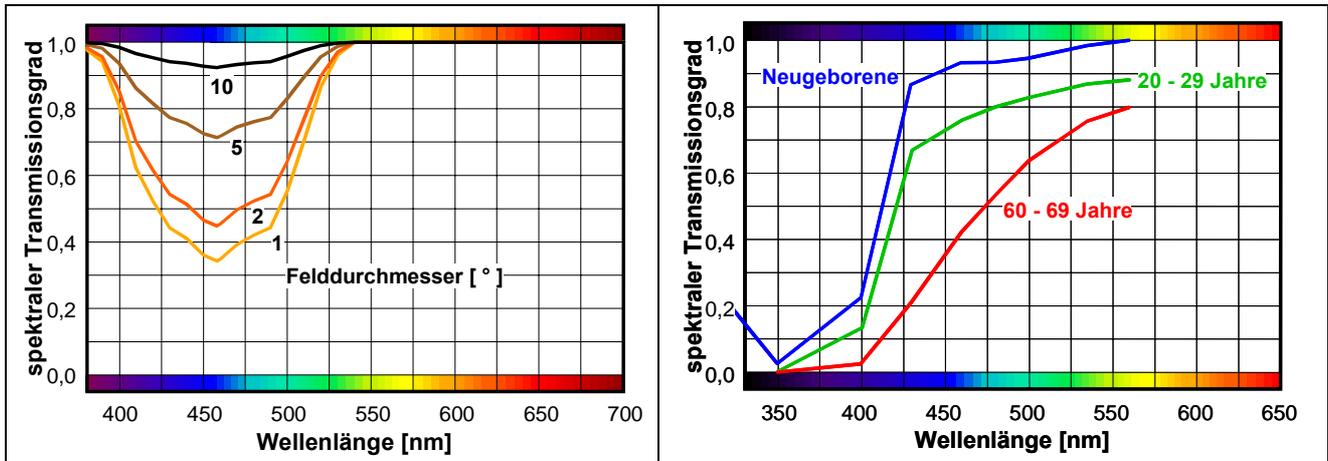


Abb. 1: Links: Licht, das zur Fovea gelangt muss zuerst den gelben Fleck durchlaufen. Dadurch wird der kurzwellige (blaue) Bereich des Lichtspektrums reduziert [2]. Der gelbe Fleck hat einen Durchmesser von ca. 1,5 mm. Je größer der Felddurchmesser des abgebildeten Objekts ist, desto geringer ist der Einfluss des gelben Flecks.

Rechts: Spektraler Transmissionsgrad des Auges für drei Altersgruppen [3].

3. Skotopisches Sehen

Bei geringen Lichtintensitäten sind die Zapfen unempfindlich und werden durch die Stäbchen als Rezeptoren abgelöst. Unterhalb von $0,001 \text{ cd/m}^2$ sind ausschließlich die Stäbchen aktiv – man spricht hier von skotopischem Sehen (Nachtsehen). Da die spektrale Empfindlichkeit der Stäbchen gegenüber $V(\lambda)$ ins kurzwellige (blaue) Ende des Spektrums verschoben ist (siehe **Abb. 3 links**), hat die CIE 1951 ein anderes photometrisches System eingeführt, mit einem spektralen Hellempfindlichkeitsgrad $V'(\lambda)$ für skotopisches Sehen [4][5].

4. Mesopisches Sehen

Mit mesopischem Sehen wird der Übergang zwischen dem skotopischen und dem photopischen Sehen, mit Leuchtdichten zwischen $0,001$ und 3 cd/m^2 bezeichnet. Es gibt noch kein offizielles photometrisches System für diesen Bereich. Dies liegt darin begründet, dass die spektrale Empfindlichkeit vom Leuchtdichteniveau abhängt. Je stärker man vom photopischen Sehen in den mesopischen Bereich gelangt, desto wirksamer wird bläuliches Licht im Vergleich zu rötlichem Licht. Dieses Phänomen ist unter dem Namen Purkinje-Effekt bekannt. Mesopisches Sehen tritt im Alltag z. B. nachts bei der öffentlichen Beleuchtung oder im Straßenverkehr auf.

Im mesopischen Bereich wird die sogenannte äquivalente Leuchtdichte L_{eq} verwendet. Ein Ansatz diese aus der photopischen Leuchtdichte L und der skotopischen Leuchtdichte L' zu ermitteln ist folgender [6]: $\log(L_{eq}) = a \cdot \log(L) + (1 - a) \cdot \log(L')$. Die Größe a bestimmt den Anteil der photopischen Leuchtdichte zur äquivalenten Leuchtdichte, welcher

mit zunehmender Leuchtdichte gegen 1 gehen muss: $a = L / (L + 0,05 \text{ cd/m}^2)$. Mit den Logarithmen wird in erster Näherung die Nichtlinearität des visuellen Systems berücksichtigt (siehe auch Kap. 6).

Es gibt neben der Helligkeit noch andere Zielgrößen, die für die Praxis im mesopischen Bereich von Bedeutung sind. Erwähnt sei die Sehschärfe oder die Reaktionsgeschwindigkeit im Straßenverkehr. Es ist möglich, dass hier andere spektrale Bewertungen verwendet werden müssen als für die Helligkeitswahrnehmung.

5. Helligkeit gesättigter Farben

Schon lange ist bekannt, dass ein Reiz bei gleicher Leuchtdichte umso heller erscheint, je gesättigter seine Farben sind. Dieses Phänomen wird als Helmholtz-Kohlrausch-Effekt bezeichnet. Die derzeit anerkannten Farbwahrnehmungsmodelle erklären dies so, dass Helligkeit als eine Zusammenfassung von drei visuellen Kanälen aufzufassen ist: Einem achromatischen (farblosen) Zapfenkanal, einem chromatischen Zapfenkanal und einem achromatischen Stäbchenkanal [6]. Der Stäbchenkanal wird erst bei geringen Leuchtdichten, beim skotopischen und mesopischen Sehen von Bedeutung (siehe Kap. 3 und 4). Der chromatische Zapfenkanal ist eine Kombination der Rot/Grün- und der Blau/Gelb-Gegenfarbensignale.

Es hat sich gezeigt, dass die $V(\lambda)$ -Funktion nur dann gültig ist, wenn allein der achromatische Zapfenkanal wirksam ist. Dies ist im photopischen Bereich der Fall, wenn a) nur entsättigte Farben vorkommen, b) nebeneinander liegende gesättigte Farbreize unter kleinem Sehwinkel erscheinen oder c) sich gesättigte Farbreize zeitlich schnell ablösen. Der Fall a) kommt zum Beispiel bei Arbeitsplatzbeleuchtungen vor, mit tageslichtweißer, neutralweißer oder warmweißer Lichtfarbe. Darum hat sich in diesem Bereich die $V(\lambda)$ -Bewertung der Photometrie bewährt. Den Fall b) lässt sich auf den Fall c) zurückführen, wenn man berücksichtigt, dass sich das Auge durch Sakkaden (Sprünge), Mikrosakkaden und Tremor in ständiger Bewegung befindet. An jeder Stelle der Netzhaut ändern sich die abgebildeten Farbreize in zeitlicher Folge. Der spektrale Hellempfindlichkeitsgrad $V(\lambda)$ wurde 1924 unter anderem mit Hilfe der sogenannten Flimmerphotometrie ermittelt. Bei diesem Verfahren tritt der Fall c) auf: Ein Referenz- und ein andersfarbiges Testfeld erscheinen in so schnellem Wechsel, dass sich eine Mischfarbe einstellt, welche nur noch in der Helligkeit flimmert. Da der chromatische Zapfenkanal langsamer ist als der achromatische, können die schnellen Farbton-Änderungen nicht mehr übertragen werden; nur die achromatischen Intensitätsänderungen bleiben sichtbar und können im Experiment bezüglich der wahrgenommenen Helligkeit aufeinander abgeglichen werden.

Ein weiterer wichtiger Aspekt in diesem Zusammenhang, ist das sogenannte Gesetz nach Abney. Es besagt, dass sich Leuchtdichten verschiedener Farbarten linear addieren. Es ist nur in den Fällen gültig, in denen $V(\lambda)$ angewandt werden kann. Gilt das Gesetz nicht, können mit einer entsprechenden spektralen Bewertungsfunktion (z.B. $V_{b,2}(\lambda)$, s.u.) auch keine über das Spektrum integrierte Größen gebildet werden. Bei statischen, großflächigen

gen gesättigten Farben muss der zusätzliche Einfluss des chromatischen Zapfenkanals berücksichtigt werden. So erscheinen bei direktem Helligkeitsvergleich monochromatischer Sehreize die Enden des sichtbaren Spektrums heller als auf Grund von $V(\lambda)$ zu erwarten wäre (siehe **Abb. 2 rechts**). Diese Hellempfindlichkeitsgrade wurden von der CIE für 2°- und 10°-Felder tabelliert und heißen $V_{b,2}(\lambda)$ bzw. $V_{b,10}(\lambda)$ [7]. Zudem gibt es Formeln, mit denen für jeden Farbort der Beitrag des chromatischen Zapfenkanals ermittelt werden kann (siehe z. B. [6]).

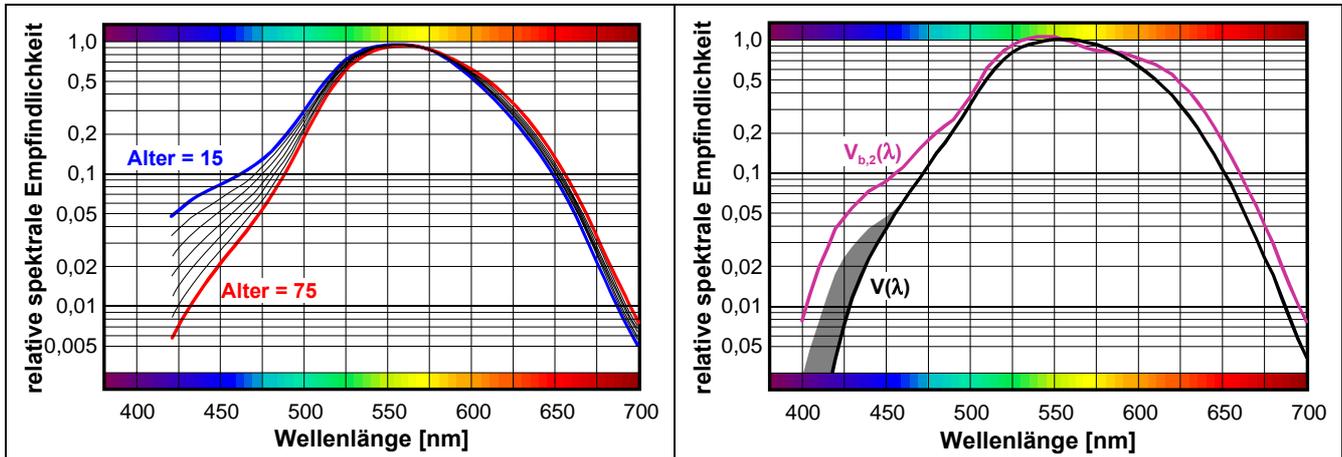


Abb. 2: Links: Spektrale Hellempfindlichkeit für unterschiedliche Altersgruppen in logarithmischer Darstellung nach [8]. Durch die Gelbfärbung der Augenlinse mit dem Alter reduziert sich der Transmissionsgrad im kurzwelligen Spektralbereich. Der Unterschied zwischen 15- und 75-jährigen umfasst bei 425 nm einen Faktor 7,9.

Rechts: Spektrale Hellempfindlichkeit monochromatischer Farbreize $V_{b,2}(\lambda)$ für 2°-Felder bei simultanem Helligkeitsvergleich nach [7], im Vergleich mit der $V(\lambda)$ -Funktion in logarithmischer Darstellung. Der graue Bereich zeigt eine Modifikation für $V(\lambda)$, welche von der CIE 1988 publiziert wurde [9]. Sie findet als $V_M(\lambda)$ in wissenschaftlichen Studien Anwendung, wurde aber nicht offiziell in die Photometrie eingeführt. Es ist ersichtlich, dass monochromatische Reize mehr als doppelt so hell wirken, als die $V(\lambda)$ -Kurve erwarten lässt.

6. Nichtlinearität der Helligkeitsempfindung

Eine verdoppelte Leuchtdichte bedeutet keine verdoppelte Helligkeitsempfindung. Der Zusammenhang zwischen Leuchtdichte und Helligkeitsempfindung ist also nichtlinear. Viele Sinnes- und Nervenzellen können Reizintensitäten von mehreren Zehnerpotenzen Intensitätsunterschied verarbeiten. Wie groß muss ein Reizunterschied sein, damit ihn das menschliche Auge gerade noch erkennt? Er hängt vor allem vom Absolutwert ab: Je höher die Leuchtdichte L ist, desto größer muss der Helligkeitsunterschied ΔL sein, um zwei verschieden stark beleuchtete Flächen voneinander unterscheiden zu können. Dieser Zusammenhang, ausgedrückt als $\Delta L / L = \text{konst}$ heißt Gesetz von Weber [10]. Unterstellt man, dass das Webersche Gesetz nicht nur für Unterschiedsschwellen, sondern auf größere Unterschiede extrapoliert werden kann, ergibt sich das psychophysische Gesetz von

Fechner [11]¹: Die Wahrnehmungsintensität S ist dem Logarithmus der Leuchtdichte L proportional: $S = \text{konst} \cdot \log(L / L_0)$. Dabei bedeutet L_0 die absolute untere Schwelle für eine Lichtwahrnehmung („Augenschwarz“).

In späteren Untersuchungen, die zu einem großen Teil von Stevens [12] durchgeführt wurden, mussten die Versuchspersonen keine Schwellen mehr detektieren, sondern direkt einschätzen, welchen Helligkeitsquotienten sie zwischen zwei unterschiedlichen Leuchtdichten wahrnehmen konnten. Eine Alternative dazu war, von drei Leuchtdichtereizen einen so zu verändern, dass seine subjektiv wahrgenommene Helligkeit genau in der Mitte der beiden anderen lag (siehe auch **Abb. 3 rechts**). daraus konnte die Potenzfunktion nach Stevens abgeleitet werden: $S = \text{konst} \cdot (L - L_0)^{1/3}$. Ist L gleich der absoluten Schwelle L_0 , wird S wie bei Fechner gleich Null. Für Körperfarben wird in der Farbmeterik ebenfalls eine Potenzfunktion verwendet [13]: Auch hier hängt die sogenannte Lightness L^* mit der 3. Wurzel der Leuchtdichte L zusammen: $L^* = 116 \cdot (L/L_A)^{1/3} - 16$. L_A ist die hellste Objektleuchtdichte, auf welche das Auge adaptiert ist. Zu Körperfarben siehe auch Kap. 8.

7. Helligkeitsadaptation

In dunkler Umgebung wirkt eine gegebene Leuchtdichte viel heller als in heller Umgebung. Die Helligkeitsadaptation des Auges muss also zusätzlich zur Objektleuchtdichte berücksichtigt werden. Welche Bereiche des Gesichtsfeldes die Adaptation bestimmen, ist noch weitgehend unklar. Man kann aber davon ausgehen, dass der Einfluss umso größer ist, je näher sich eine Leuchtdichte beim Sehobjekt befindet. Einen zusätzlichen Einfluss dürfte das Streulicht im Auge, erzeugt von weiter peripher liegenden Blendquellen haben. Eine eindeutige Adaptationsleuchtdichte kann in der experimentellen Situation eines Ganzfeldes definiert werden (180° Sehwinkel, mit konstanter Leuchtdichte). Die vergleichsweise kleinen Testzeichen mit 2° Durchmesser stören dabei die Adaptation kaum. Die Ergebnisse einer solchen Untersuchung sind in **Abb. 3 rechts** dargestellt. Beträgt zum Beispiel die Adaptationsleuchtdichte 3000 cd/m², werden Leuchtdichten unter 35 cd/m² nur noch als Schwarz mit subjektiver Helligkeit $S = 0$ wahrgenommen.

8. Helligkeitskonstanz

Das Zentrum unserer Netzhaut sieht viel genauer als die Peripherie. Zudem ergeben sich geometrische Verzerrung durch die Augenoptik und die gekrümmte Netzhaut. Würde ein Bild auf der Netzhaut im Auge 1:1 umgesetzt, entstünde sofort eine instabile Umwelt, wenn wir die Blickrichtung nur ein wenig ändern. Ständig ändernde Bildverzerrungen wür-

¹ Bereits kurz nach Fechners Arbeit wurde gezeigt, dass sein auf Weber beruhendes „Gesetz“, insbesondere für sehr kleine und sehr große Lichtintensitäten, nicht erfüllt ist. Für geringe Lichtintensitäten bei kleinen oder kurzzeitig präsentierten Sehobjekten gilt die nach de Vries und Rose benannte Beziehung $\Delta L \sim L^{1/2}$. Diese ergibt sich durch die einer Poissonverteilung folgende statistische Natur der eingestrahelten Photonennrate. Erst bei mittleren Intensitäten, großen Sehobjekten oder langen Integrationszeiten ergibt sich die Webersche Beziehung. Sind bei großen Lichtintensitäten die Adaptationsfähigkeiten des Rezeptors erschöpft, gerät er in Sättigung mit $\Delta L \sim L^2$ oder mit noch größeren Exponenten.

den uns verwirren. Niemand hat solche Verzerrungen wirklich wahrgenommen, obwohl sie vorhanden sind. Wir haben offensichtlich gelernt, sie zu unterdrücken und uns ein „richtiges“ subjektives Bild der objektiven Welt zu erstellen. Diese vorgegebenen und erlernten „Korrekturprozesse“, heißen Konstanzmechanismen. Als Beispiele seien die Konstanz von Winkeln, von Farben, von Größen und die Helligkeitskonstanz erwähnt. Letztere wird in **Abb. 4 links** anhand eines Gedankenexperiments erläutert: Die Beleuchtungsstärke nimmt von links nach rechts aufgrund der Distanz zur Lichtquelle ständig ab. Dadurch erscheint eine Stelle am rechten Rand des weißen Papiers in geringerer Leuchtdichte ist als die links sichtbare Stelle der schwarzen Unterlage. Dennoch nehmen wir auf Grund der Mechanismen der Helligkeitskonstanz das ganze Papier als weiß wahr.

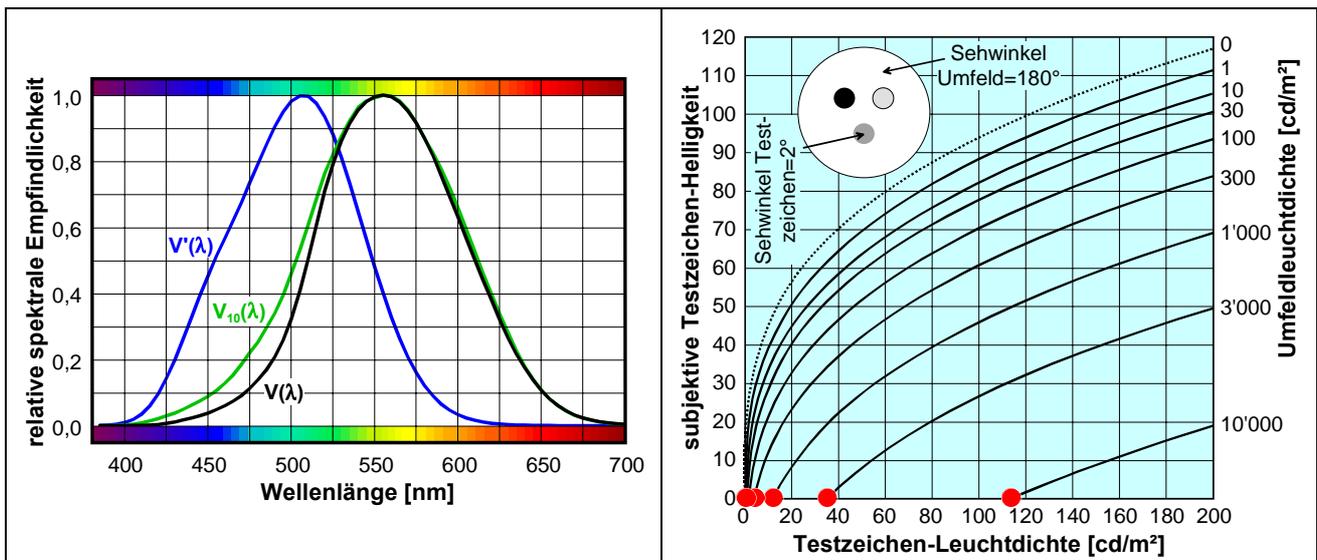


Abb. 3: Links: Spektrale Hellempfindlichkeiten für photopisches Sehen im 2°-Feld ($V(\lambda)$) und im 10°-Feld für photopisches Sehen ($V_{10}(\lambda)$) und skotopisches Sehen ($V'(\lambda)$). Rechts: Subjektiv wahrgenommene Helligkeit des unteren Testzeichens in Abhängigkeit von der Testzeichen-Leuchtdichte und der Umfeldleuchtdichte, die auch der Adaptationsleuchtdichte entspricht (nach [14]). Die Punkte auf der Abszisse stellen die Schwarzschwelle dar.

Es wird also unterschieden zwischen der Helligkeit, die ein Objekt aufgrund seiner Färbung hat (Hellbezugswert, Grauton, „Lightness“) und der Helligkeit die aufgrund der Leuchtdichte des Objekts wahrgenommen wird („Brightness“). Durch die Seherfahrung ist man offenbar in der Lage die verloren gegangene Information über den Reflexionsgrad der Objekte mehr oder weniger gut wieder zu rekonstruieren. Wie dies genau geschieht, wird auch heute noch nicht abschließend verstanden. Erwiesen ist, dass dazu nicht nur Information über die Intensitäten verwendet wird, sondern auch Kontextinformation zur räumlichen Struktur (**Abb. 4 rechts**). Eine historisch begründete, umfassende Beschreibung der Experimente und Theorien zur Wahrnehmung von Oberflächenhelligkeiten („Lightness“) gibt Gilchrist [15].

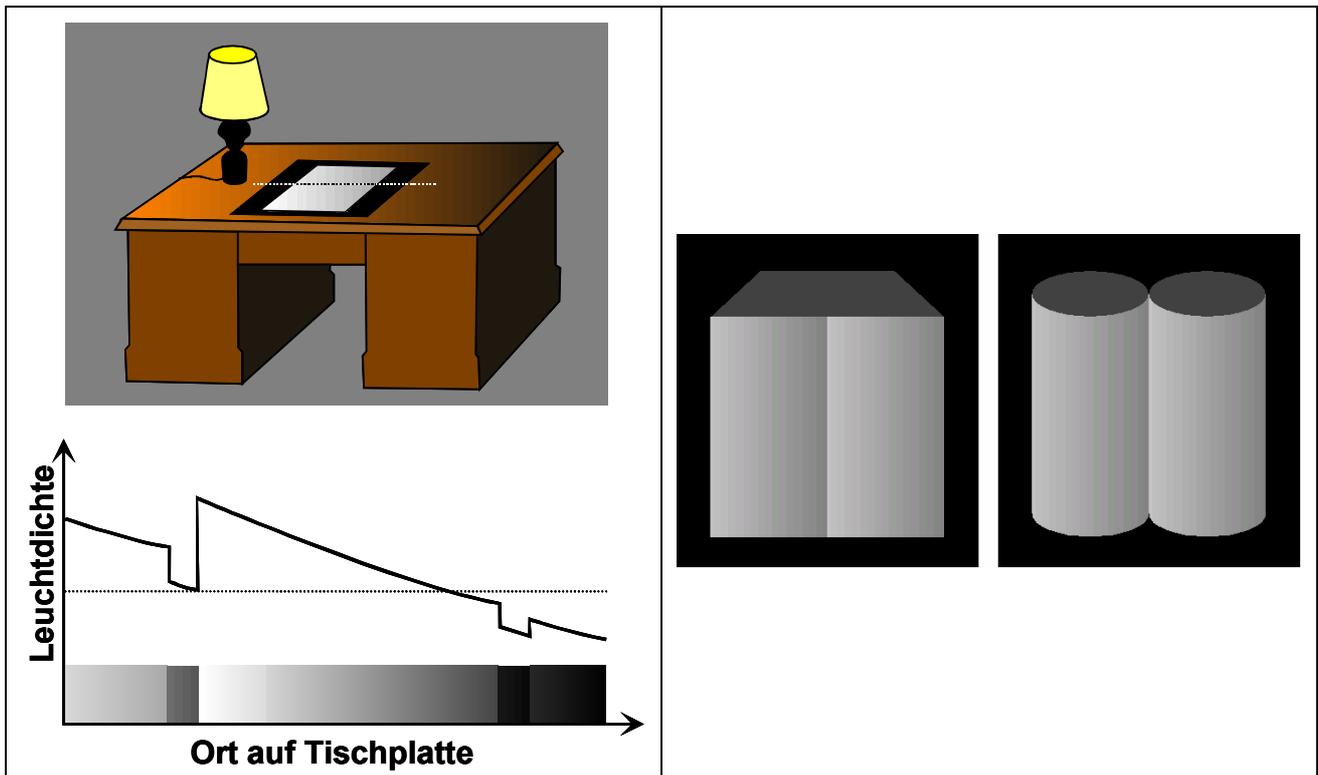


Abb. 4: **Links:** Zur Helligkeitskonstanz: Leuchtdichteverteilung auf einer Tischplatte mit schwarzer Schreibunterlage und weißem Papier. Obwohl eine Stelle des weißen Papiers dunkler ist als eine Stelle der schwarzen Unterlage, sehen wir das ganze Papier weiß.
Rechts: Obwohl der Leuchtdichteverlauf von links nach rechts in der Mitte der beiden Objekte identisch ist, wird das linke als gleichmäßig beleuchtet, aber ungleichmäßig gefärbt wahrgenommen, das rechte hingegen durch seine räumliche Struktur als ungleichmäßig beleuchtet, aber gleichmäßig gefärbt.

Schlussfolgerungen

Viele weitere Einflussgrößen, wie etwa die Pupillenweite oder Intraokularlinsen bei staroperierten Personen, sind in den acht Kapiteln nicht berücksichtigt worden. Zudem ist Helligkeit nur eine von drei Größen, welche die Farbe eines Sehreizes beschreiben. Dennoch lassen die bisherigen Erkenntnisse hoffen, dass bald eine Art „höhere Photometrie“ erreicht wird, welche nicht nur im wissenschaftlichen Labor, sondern auch in der Praxis der Lichtanwendung nutzen finden wird. In der Akustik werden ähnliche Anstrengungen unternommen, um von einem einfachen A-bewerteten Schallpegel zu einem besseren Mass für die wahrgenommene Lautheit zu gelangen (z.B. Sone, Bewertungsverfahren nach Zwicker [16]).

Es stellt sich nun die Frage, ob es denn überhaupt von Bedeutung ist, die subjektiv wahrgenommene Helligkeit besser vorhersagen zu können. In vielen Fällen ist dies nicht der Fall. So muss zum Beispiel der Einfluss der Stäbchen und der Farbkanäle nicht berücksichtigt werden, wenn man wie in der Innenbeleuchtung weiß, dass nur mehr oder weniger weißes Licht im photopischen Bereich zum Einsatz gelangt. Auch die Nichtlinearität spielt keine Rolle, solange man nur entscheiden muss, ob eine Helligkeit größer ist als die andere, bzw. größer als ein vorgeschriebener Normwert. In diesem Fall wird die Helligkeit nur

als Ordinalskala und nicht als Intervallskala verwendet, womit nur eine monotone Zunahme mit der Lichtintensität vorausgesetzt wird.

Anders sieht die Situation aus, wenn es um farbige Sehreize geht oder wenn von einer Situation z. B. mit hoher Umgebungsleuchtdichte auf eine mit geringerer Umgebungsleuchtdichte geschlossen werden muss. Ein Beispiel ist, wenn elektrische Anzeigen oder Ampeln mit einer Helligkeitsregelung ausgestattet werden sollen. Die Farbe Rot einer Ampel und ihr Umfeld – z. B. der Himmel oder ein dahinter stehendes dunkleres Gebäude – müssten zusätzlich berücksichtigt werden. Es reicht nicht, nur die Beleuchtungsstärke auf der Ampel zu messen. Auch wenn eine Alltagssituation mit üblicherweise hohem Leuchtdichteumfang als Simulation auf einem Bildschirm dargestellt werden soll, müssen die Leuchtdichten „hinuntertransformiert“ werden. Ziel wäre es, in beiden Situationen die gleiche subjektive Helligkeit herzustellen. Die Arbeit der CIE lässt hoffen, dass in absehbarer Zeit ein wichtiger Schritt in Richtung der genannten „höheren Photometrie“ getan wird.

Literatur

- [1] CIE Report 165 (2005): CIE 10 Degree Photopic Photometric Observer. CIE Central Bureau, Wien.
- [2] Vos, J. J. (1972): Literature review of human macular absorption in the visible and its consequences for the cone receptor primaries. Soesterberg, The Netherlands: Netherlands Organization for applied scientific research, Institute for Perception.
Siehe: <http://www.cvrl.org/database/text/maclens/macvos.htm>
- [3] Brainard et al. (1994), zitiert nach: Van Putten J., Begemann T. Westerlaken N. (2004): Licht und Senioren. Tagung Licht 2004, Dortmund.
- [4] CIE (1951): Compte Rendu, 12th Session, Stockholm V3, P32-40. CIE Central Bureau, Wien.
- [5] CIE Report 41 (1978): Light as a true visual quantity: Principles of measurement. CIE Central Bureau, Wien.
- [6] Sagawa K. (2006): Toward a CIE supplementary system of photometry: brightness at any level including mesopic vision. Ophthal. Physiol. Opt. V26 P240–245.
- [7] CIE Report 75 (1988): Spectral luminous efficiency functions based upon brightness matching for monochromatic point sources, 2 ° and 10 ° Fields. CIE Central Bureau, Wien.
- [8] Sagawa K., Takahashi Y. (2001): Spectral luminous efficiency as a function of age. J. Opt. Soc. Am. A, V18 N11 P2659-2667.
- [9] CIE Report 86 (1988): CIE 1988 2°-spectral luminous efficiency function for photopic vision. CIE Central Bureau, Wien.
- [10] Weber E.H.L. (1834): De pulsu, resorptione, auditu et tactu. Annotationes anatomicae et physiologicae. Koehler, Leipzig.
- [11] Fechner G.T. (1860): Elemente der Psychophysik. Breitkopf und Härtel, Leipzig.
- [12] Stevens S.S. (1975): Psychophysics. John Wiley and Sons.
- [13] CIE Report 15 (2004): Colorimetry, 3rd Edition. CIE Central Bureau, Wien.
- [14] Haubner P. (1977): Zur Helligkeitsbewertung quasi-achromatischer Reize. Diss. Univ.(TH) Karlsruhe.
- [15] Gilchrist A.L. (2006): Seeing Black and White. Oxford University Press.
- [16] DIN 45631 (1991): Berechnung des Lautstärkepegels und der Lautheit aus dem Geräuschspektrum. Verfahren nach Zwicker. Beuth Verlag, Berlin.