Übersicht über die Berechnung von Lichtstärkeverteilungen aus Rayfiles mit ihren Vor- und Nachteilen unter Verwendung verschiedener Raumwinkeltypen

Markus Katona, Ingo Rotscholl, Klaus Trampert, Cornelius Neumann*
Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe, Deutschland
**markus.katona@kit.edu*

1 Zusammenfassung

Die Lichtstärkeverteilungskurve (LVK) ist die abstandsunabhängige Beschreibung des Abstrahlverhaltens einer Lichtquelle im Winkelraum. Ihr liegt die Annahme einer Punktlichtquelle zugrunde, d.h. die örtliche Ausdehnung der Quelle wird vernachlässigt. Hierzu wird die LVK normalerweise in großer Entfernung gemessen, so dass die Ausdehnung der Quelle gegenüber dem Messabstand vernachlässigt werden kann [1]. Studien zeigen hingegen, dass die typische verwendete Messentfernung vom zehn- bis fünfzehnfachen der Messobjektgröße nicht für jede Lichtquelle ausreichend ist [2,3]. Eine andere Möglichkeit die LVK einer Lichtquelle zu ermitteln ist die Berechnung aus Datenformaten, die die Lichtquellengröße berücksichtigen [1]. Leuchtdichteverteilungskörper (Rayfiles) beschreiben das Verhalten einer Lichtquelle im Orts- und Winkelraum in Form von Strahlen. Eine LVK Berechnung aus diesen Datenfiles umgeht die vorher erwähnte Fernfeldproblematik.

Für die LVK Berechnung aus Rayfiles müssen die Strahlen ins Unendliche projiziert und dort innerhalb eines Raumwinkels integriert werden. Dies entspricht einer Integration der Leuchtdichte über die Fläche der Lichtquellengeometrie bei gegebenem Beobachtungswinkel. Die Einteilung des Winkelraums kann dabei auf unterschiedliche Weise erfolgen. Typischerweise wird in der Lichttechnik der in Kugelkoordinaten beschriebene Winkelraum in konstante Winkelschritte in Azimut- (φ-Richtung) und Polarrichtung (ϑ-Richtung) unterteilt. Allerdings sind andere Raumwinkeltypen möglich, die je nach Anwendung von Vorteil sein können. In diesem Beitrag werden verschiedene „Raumwinkeltypen“ zur LVK Berechnung gegenübergestellt und analysiert. Neben kartesischen Polarkoordinatenabschnitten und kanonischen Raumwinkeln werden auch triangulierte Raumwinkel diskutiert.

2 Einleitung und mathematische Grundlagen

Die Lichtstärke I ist die SI-Basiseinheit der Photometrie. Sie gibt den auf den Raumwinkel $d\Omega$ bezogenen Teillichtstrom $d\Phi$ an, der von einer Lichtquelle in eine Raumrichtung (φ, ϑ) emittiert wird. Sie ist somit eine abstandsunabhängige Größe:

$$I(\varphi, \vartheta) = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\Omega} \tag{1}$$

Diese Betrachtungsweise einer Lichtquelle setzt die Annahme einer Punktlichtquelle (PLQ) voraus [4]. Wird die Lichtstärke über den gesamten Winkelraum aufgetragen ergibt sich die Lichtstärkeverteilungskurve (LVK). Dabei ist es üblich den Winkelraum im Kugelkoordinatensystem zu beschreiben.

Da eine reale Lichtquelle keine ideale PLQ sein kann, ist die Lichtstärke nur im Unendlichen definiert. Um dennoch ihre Charakteristik hinreichend genau zu ermitteln, muss in großer Entfernung gemessen werden. In der Metrologie gilt die Entfernung r als ausreichend, ab der das photometrische Entfernungsgesetz (2) unter einer Toleranz $\delta_{\%,max}$ von üblichen 1% gültig ist ($\delta_{max} = 0{,}01$):

$$I = \frac{E}{r^2}\cos(\varepsilon) \cdot (1 \pm \delta) \quad mit \quad |\delta| < \delta_{max} \tag{2}$$

Beim Fernfeldgoniometer wird dieser Zusammenhang verwendet um aus der messbaren Beleuchtungsstärke E eines Detektors im Abstand r zur Lichtquelle die Lichtstärke I zu bestimmen. Der $\cos(\varepsilon)$-Term gibt die Ausrichtung der Empfängerfläche zum Lichtzentrum an. Er entfällt üblicherweise, da die Normale der Detektorfläche parallel zur Beobachtungsrichtung ausgerichtet ist, d.h. $\varepsilon = 0$ und somit $\cos(0) = 1$.

Mithilfe eines Nahfeldgoniometers kann die Leuchtdichteverteilung L einer Lichtquelle bestimmt werden. Sie gibt einen Teillichtstrom an, der von einem Punkt der Lichtquelle (x, y, z) in eine Raumrichtung (φ, ϑ) emittiert wird:

$$L(x, y, z, \varphi, \vartheta) = \frac{\mathrm{d}^2\Phi(x,y,z,\varphi,\vartheta)}{\cos(\varepsilon\prime)\mathrm{d}A \cdot \mathrm{d}\Omega} \tag{3}$$

Der Winkel ε' beschreibt dabei den Winkel zwischen der Flächennormalen der Teilfläche dA und der Raumrichtung (φ, ϑ). Das gängige Datenformat zur Beschreibung der Leuchtdichteverteilung ist das Rayfile (siehe Abbildung 1).

Es besteht aus M Strahlen von denen jedem Strahl i ein Startort (x_i, y_i, z_i) sowie eine Richtung (a_i, b_i, c_i) und ein Teillichtstrom $d\Phi_i$ zugeordnet ist. Es gibt zwei Arten von Rayfiles. Bei Rayfiles konstanter Strahlamplitude ($\mathrm{d}\Phi_1 = \mathrm{d}\Phi_2 = \cdots = \mathrm{d}\Phi_i = konst.$) ist die Information in der Strahldichte kodiert. Bei Rayfiles variabler Strahlamplitude ($\mathrm{d}\Phi_1 \neq \mathrm{d}\Phi_2 \neq \cdots \neq \mathrm{d}\Phi_i \neq konst.$) ist die Information in den Strahlamplituden enthalten. Für die hier durchgeführten Rechnungen werden Rayfiles konstanter Strahlamplituden verwendet, da Strahlen nur gezählt werden müssen und die Berechnung dadurch einfacher und schneller stattfinden kann. Je nach Anwendung werden Auflösungen der Datenfiles mit einer Million bis einer Milliarde Strahlen benötigt.

x	*y*	*z*	*a*	*b*	*c*	dΦ
x_1	y_1	z_1	a_1	b_1	c_1	$\mathrm{d}\Phi_1$
x_2	y_2	z_2	a_2	b_2	c_2	$\mathrm{d}\Phi_2$
x_3	y_3	z_3	a_3	b_3	c_3	$\mathrm{d}\Phi_3$
…	…	…	…	…	…	…

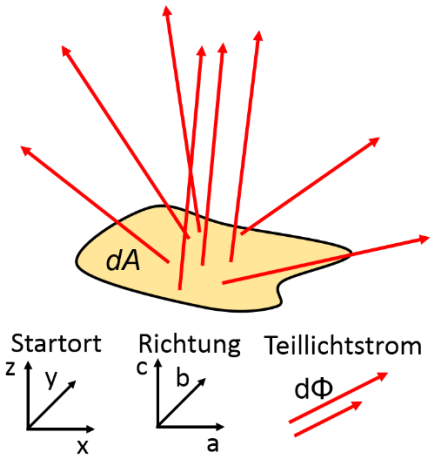


Abbildung 1: Darstellung eines Rayfiles in Tabellenform (a) und visualisiert (b).

2.1 Berechnung einer LVK aus Rayfiles

Um aus Rayfiles eine LVK zu berechnen muss der Raum in Raumwinkelabschnitte unterteilt werden, in denen die entsprechenden Strahlen aufsummiert und anschließend durch deren Raumwinkelgröße geteilt werden können. Die Größe eines Raumwinkels kann mit

$$\Omega = \frac{A_K}{r^2} \tag{4}$$

berechnet werden, wobei A_K die Teilfläche angibt, die der Raumwinkel Ω auf einer Kugelfläche im Abstand r einschließt. Um die „reale Lichtstärkeverteilung“ (die Lichtquelle ist eine PLQ) zu berechnen müssen lediglich die Richtungsvektoren der Strahlen (a_i, b_i, c_i) in ihre korrespondierenden Winkel-Koordinaten (φ_i, ϑ_i) umgerechnet und für den jeweiligen Raumwinkel $\Omega_j \in N$ der Stelle (φ_j, θ_j) aufsummiert werden. N entspricht dabei der Anzahl der Raumwinkel. Ist M die Menge aller Strahlen M_i, für die gilt:

$$M_i = \begin{cases} 1 & f\ddot{u}r \quad (\varphi_i, \vartheta_i) \in \Omega_j \\ 0 & sonst \end{cases} \tag{5}$$

dann berechnet sich die Lichtstärke I_j, bei Verwendung von konstanten Teillichtströmen, der Stelle (φ_j, θ_j) zu:

$$I_j(\varphi, \theta) = \mathrm{d}\Phi \frac{\sum_i^M M_i}{\mathrm{d}\Omega_j} \tag{6}$$

Abbildung 2 veranschaulicht die Strahlzuordnung für kartesische Polarkoordinatenabschnitte als Raumwinkel.

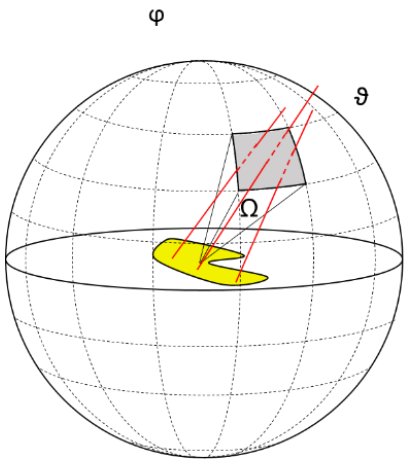


Abbildung 2: Strahlzuordnung und Raumeinteilung für kartesische Polarkoordinatenabschnitte als Raumwinkel.

3 Pseudo-LVK

In einigen Fällen ist es notwendig nicht die LVK zu berechnen, sondern die Pseudo-Lichtstärkeverteilungskurve (PLVK) für einen bestimmten Abstand zu ermitteln [5]. Dies entspricht einer mit dem Raumwinkel gewichteten Beleuchtungsstärkeverteilung auf einer Kugeloberfläche im Abstand r. Jede reale Messung von Lichtquellen entspricht daher immer einer „Pseudo-Lichtstärkeverteilungskurve“, da in einem endlichem Abstand r unter Annahme der Gültigkeit von Gleichung (2) gemessen wird. Für die Berechnung einer PLVK aus Rayfiles können die Richtungsvektoren der Strahlen nicht direkt verwendet werden. Die einzelnen Strahlen müssen wie in Abbildung 3 dargestellt nach Gleichung (7) auf eine Kugeloberfläche im Abstand r projiziert werden um dort die Beleuchtungsstärke E zu ermitteln.

$$\begin{pmatrix} a_{i,r} \\ b_{i,r} \\ c_{i,r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} + S \cdot \begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{pmatrix} \qquad \Big| \qquad r = \left| \begin{pmatrix} a_{i,r} \\ b_{i,r} \\ c_{i,r} \end{pmatrix} \right| \tag{7}$$

Die neu resultierenden Strahlvektoren können dann analog der LVK Berechnung zur PLVK Berechnung verwendet werden. Eine Überprüfung und ggf. eine Verschiebung des gemessenen Rayfiles in seinen Lichtschwerpunkt ist hier unbedingt zu beachten, sofern der Lichtschwerpunkt als Lichtzentrum festgelegt ist [6]. Sitzt der Schwerpunkt beliebig im Koordinatensystem, kann sich für jede Position eine andere PLVK ergeben.

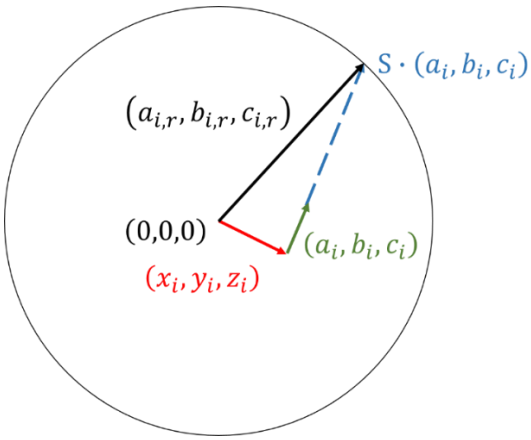


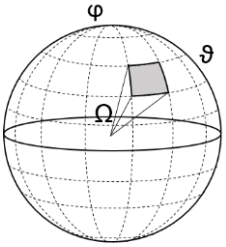
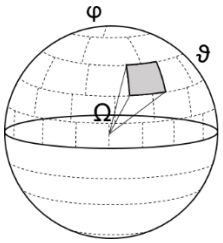
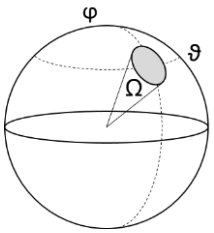
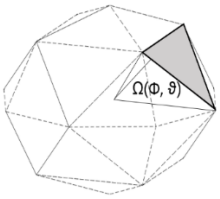
Abbildung 3: Strahlprojektion auf eine Kugel mit dem Radius r.

4 Raumwinkeltypen

Die hier untersuchten Raumwinkeltypen lassen sich in erster Linie nach ihrer Form klassifizieren. Die in der Photometrie gebräuchlichste Unterteilung erfolgt in **winkelkonstanten kartesischen Polarkoordinatenabschnitten** (Im Folgenden mit WKP abgekürzt). Dabei wird der Raum in konstante Winkelschritte in Azimut (φ-Richtung) und Polarrichtung (ϑ-Richtung) unterteilt. **Raumwinkelkonstante kartesische Polarkoordinatenabschnitte** hingegen haben zwar die selbe Form, ihnen liegt aber eine gleichmäßige Aufteilung des Winkelraumes zugrunde (Im Folgenden mit RKP abgekürzt). Neben diesen Raumwinkeltypen werden auch **kanonische Raumwinkel (KR)**, und **triangulierte Raumwinkel (TR)** untersucht. Tabelle 1 listet die Raumwinkeltypen auf und vergleicht folgende Eigenschaften miteinander.

- Die **Raumwinkelgröße** kann konstant oder variabel sein. Im Normalfall wird der Raum vor der LVK Berechnung in ein festgelegtes Raumwinkelmuster unterteilt. Darüber hinaus gibt es die Möglichkeit die Raumwinkelgröße dynamisch während der LVK Berechnung an die Strahldichte anzupassen.
- Der Parameter **Auflösung** dient zur Beschreibung der Raumwinkelauflösung.
- Die **Raumabdeckung** kann eindeutig, d.h. vollständig ohne Überlapp von den Raumwinkeln sein. Dabei wird jeder Strahl genau einem Raumwinkel zugeordnet. Überlappen die Raumwinkel und/oder bedecken sie nicht den vollen Raum werden einige Strahlen mehreren Raumwinkeln oder keinem Raumwinkel zugeordnet.
- Weitere Betrachtung finden **Form** und **Art der Strahlzuordnung**.

Tabelle 1: Übersicht der Raumwinkeltypen

	Kartesische Polarkoordinatenabschnitte (KP)		*Kanonische Raumwinkel (KR)*	*Triangulierte Raumwinkel (TR)*
	Winkelkonstant (WKP) $d\Phi$ = const; $d\vartheta$ = const.	Raumwinkelkonstant (RKP) $d\Omega \sim$ const.		
Darstellung				
Raumwinkel	*Variable:* $\Delta\varphi \cdot (cos\,\vartheta_1 - cos\,\vartheta_2)$	*Annähernd konstant:* $\Delta\varphi \cdot (cos\,\vartheta_1 - cos\,\vartheta_2)$	*Konstant:* $2\pi\left(1 - cos\left(\frac{\omega}{2}\right)\right)$	*Variabel:* $(\alpha + \beta + \gamma - \pi)$ *Innenwinkel des Kugeldreiecks: α, β, γ*
Auflösung	*dφ: Azimut-Auflösung* *dϑ: Polar-Auflösung*	N_{RW}*: Anzahl an Raumwinkel*	*ω: Öffnungswinkel* *dφ: Azimut-Auflösung* *dϑ: Polar-Auflösung*	$M_{SZ,min}$ *: minimale Strahlzahl pro Raumwinkel*
Raumabdeckung	*Überlappungsfrei und vollständig*	*Überlappungsfrei und vollständig*	*Überlappend oder unvollständig*	*Überlappungsfrei und vollständig*
Vorteile	*Einfache Strahlzuordnung*	*Gleichmäßige Verteilung nahezu größenkonstanter Raumwinkel*	*Beste Raumwinkelform (Kegel), beliebig anzuordnen*	*Iterative Berechnung, die Information ist in der Raumwinkelgröße kodiert*
Nachteile	*Größe der Raumwinkel variieren sehr stark. Große Bereiche am Äquator sehr kleine am Pol. Der Pol ist zu einer Singularität entartet.*	*Nicht exakt konstante Raumwinkel. Raumwinkel am Pol unförmig.*	*Überlappende Raumwinkel und/oder keine vollständige Raumabdeckung. Aufwändige Berechnung daher langsam*	*LVK Berechnung nur in endlichem Abstand* r *möglich, langsam*

4.1 Winkelkonstante kartesische Polarkoordinatenabschnitte (WKP)

Die Raumwinkel der traditionellen winkelkonstanten kartesischen Polarkoordinatenabschnitte (WKP) zeichnen sich durch konstante Winkelschritte $(d\varphi, d\vartheta)$ in φ- und ϑ-Richtung aus. Ein Raumwinkel an der Stelle (φ_i, ϑ_j) erstreckt sich somit in φ-Richtung von $\varphi_i - \frac{d\varphi}{2}$ bis $\varphi_i + \frac{d\varphi}{2}$ und in ϑ-Richtung von $\vartheta_j - \frac{d\vartheta}{2}$ bis $\vartheta_j + \frac{d\vartheta}{2}$. Ein entscheidender Vorteil der WKP ist die einfache Strahlzuordnung, da die Strahlen des Rayfiles lediglich in ihre beiden (φ, ϑ)-

Koordinaten umgerechnet und in einer Matrix dem entsprechenden Intervall: $\left(\left(\varphi_i - \frac{d\varphi}{2}, \varphi_i + \frac{d\varphi}{2}\right), \left(\vartheta_j - \frac{d\vartheta}{2}, \vartheta_j + \frac{d\vartheta}{2}\right)\right)$ zugeordnet werden. Die unförmigen, gerade in Pol-Richtung hin zu Dreiecken entartenden Raumwinkel können jedoch vor allem am Pol zu Artefakten führen.

Eine wichtige Eigenschaft der WKP ist die Raumabdeckung, welche überlappungsfrei und vollständig ist. Die Größe eines einzelnen kartesische Polarkoordinatenabschnittes lässt sich analytisch recht einfach als Integral (8) berechnen:

$$\mathrm{d}\Omega_{kartpol} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \sin\vartheta \, d\vartheta d\varphi = \Delta\varphi \cdot (\cos\vartheta_1 - \cos\vartheta_2) \tag{8}$$

4.2 Raumwinkelkonstante kartesische Polarkoordinatenabschnitte (RKP)

Eine andere Methode, auf Basis der kartesischen Polarkoordinatenabschnitte verwendet eine Raumabdeckung mit annähernd konstanten Raumwinkel [5,7,8]. Dafür werden im Kugelkoordinatensystem die (φ_i, ϑ_j)-Koordinaten der Raumwinkel so angeordnet, dass sie gleichmäßig im Raum verteilt liegen [7]. Während die Einteilung in ϑ-Richtung üblicherweise winkelkonstant erfolgt, wird die φ-Einteilung variabel angepasst, so dass die Größe der Raumwinkel über den gesamten Raum ungefähr konstant bleibt. Die Anpassung des Azimuts erfolgt in Abhängigkeit des Polarwinkels. Dies hat zur Folge, dass näher am Pol liegende ϑ-Intervalle eine geringere Anzahl an Raumwinkeln besitzen.

Die Berechnung der Lichtstärke aus der Leuchtdichteverteilung kann mithilfe eines k-d-Suchbaums und Histogrammen zuerst in ϑ-, dann in φ-Richtung erfolgen [5,8]. Der k-d-Suchbaum ordnet die in ihre (φ, ϑ)-Koordinaten umgerechneten Strahlen dem nächstgelegenen (φ_i, ϑ_j)-Raumwinkel-Mittelpunkt des Rasters zu. Diese Berechnungsweise ist parallelisierbar und dadurch schnell. Durch die raumwinkelkonstante Einteilung ergeben sich Raumwinkelelemente, die über den Polarwinkel hinweg deutlich weniger entarten. Die Raumabdeckung ist bei der RKP, wie bei der WKP Methode vollständig und eindeutig, d.h. ohne Überlappung. Die Auflösung erfolgt über den einzelnen Parameter der Anzahl N der gewünschten Raumwinkel. Die Raumwinkelgröße kann bei RKP, wie bei WKP, nach Gleichung (8) berechnet werden.

4.3 Kanonische Raumwinkel (KR)

Kreisförmige, d.h. kegelförmige Raumwinkel sind formtechnisch die günstigsten Raumwinkel für eine gleichmäßige Strahlzuordnung bei der LVK-Berechnung. Dies resultiert aus der

um den Raumwinkelmittelpunkt symmetrischen Raumwinkelform, welche nicht von der Position im Koordinatensystem abhängt. Der charakteristische Parameter ist der Öffnungswinkel ω des Raumkegels.

Für die LVK Berechnung durch Strahlzuordnung müssen die Winkelabstände eines jeden Strahls zu jedem Raumwinkelmittelpunkt berechnet und mit dem halben Öffnungswinkel verglichen werden. Diese Berechnung ist aufwendig und benötigt somit bei steigender Strahlzahl mehr Zeit als andere Verfahren.

Die Raumabdeckung der Raumwinkel ist nicht eindeutig. Zudem ist je nach Größe und Anzahl der Raumwinkelsegmente die Abdeckung entweder nicht vollständig oder überlappend, was in der Form der Kreise begründet liegt. Die Größe der Raumwinkel lässt sich über den Öffnungswinkel berechnen:

$$\mathrm{d}\Omega_{kanon} = 2\pi(1 - cos(\omega/2)\,) \tag{9}$$

4.4 Triangulierte Raumwinkel (TR)

Ein iteratives Verfahren zur LVK Berechnung bieten triangulierte Raumwinkel (TR) [9]. Hierbei wird der Raum in endlichem Abstand in Dreiecke unterteilt. Diese Dreiecke können dann wiederum in Dreiecke zerlegt werden, wobei jede Unterteilungsebene als Dimension, kurz *dim,* bezeichnet wird. Die Strahlzuordnung bei der LVK Berechnung erfolgt dabei durch eine in der Computergrafik übliche Schnittpunkts Berechnung zwischen Strahl und Dreieck. Abbildung 4(a)-(c) zeigt die Raumabdeckung für die Dimensionstiefen $dim = 0$ bis $dim = 2$.

Bei der Berechnung der LVK werden die Strahlen zuerst den triangulierten Raumwinkeln der Dimension $dim = 0$ zugeordnet. Diese Raumwinkel können dann wiederum in sich unterteilt werden. Damit sinkt mit steigender Dimension die Strahlzahl pro Raumwinkel. Die Unterteilung erfolgt so lange, bis die Strahlzahl im Raumwinkel eine minimale Anzahl $M_{SZ,min}$ erreicht. Ist der Raumwinkel so klein, dass die minimale Strahlzahl erreicht ist, wird dieser Raumwinkel nicht weiter unterteilt.

Die Information der LVK ist damit nur sekundär in der Anzahl der Strahlen pro Raumwinkel gespeichert, sondern primär in der Größe der Raumwinkel. Dadurch kommt es an Stellen hoher Strahldichte zu einer hohen Auflösung. Dieses Verfahren nennt sich Strahlzahlangepasste Raumwinkelberechnung. Die Auflösung dieser Methode ist somit dynamisch.

Da stets ein Schnittpunkt zwischen Dreieck und Strahl berechnet werden muss, können nur Pseudo-LVK in endlicher Entfernung berechnet werden. Eine Möglichkeit eine LVK zu berechnen ist daher den Startort eines jeden Strahls im Rayfile in den Koordinatenursprung zu legen und so das Objekt zu einer Punktlichtquelle zu transformieren.

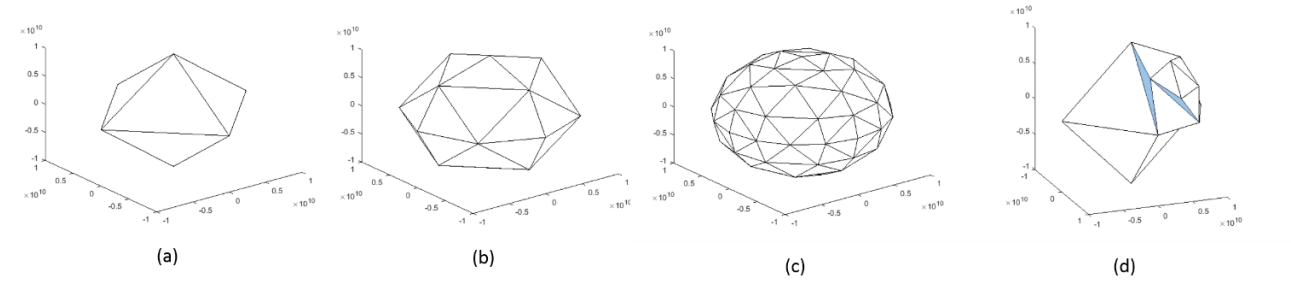


Abbildung 4: Verschiedene Dimensionstiefen der LVK Berechnung über triangulierte Raumwinkel. (a) zeigt die Dimension $dim = 0$, die einem Oktaeder entspricht. In (b) ist die Dimensionstiefe $dim = 1$ und in (c) $dim = 2$ zu sehen. (d) zeigt die dabei entstehende Problematik undefinierter Raumbereiche mit „Strahlenverlust“.

Sollen allerdings Pseudo-LVK in geringer Entfernung berechnet werden, sorgen die Abbildung 4(d) eingefärbten Flächen für Probleme. Diese undefinierten Flächen entstehen bei der iterativen Berechnung der Unterteilung der Fläche, da die Dreiecke mit steigender Auflösung aus der Ebene heraustreten. Strahlen, die diese undefinierten Bereiche durchstoßen gehen während der Berechnung für die folgenden iterativen Schritte verloren und verfälschen so das Ergebnis.

Aus diesem Grund ist eine Pseudo-LVK Berechnung mit diesem Verfahren (zumindest iterativ) nicht sinnvoll. Zudem ist die Berechnungszeit vergleichsweise hoch. Die Raumwinkelgröße berechnet sich über die Innenwinkel (α, β, γ) eines jeden Kugeldreiecks und ergibt sich zu:

$$\mathrm{d}\Omega_{triang} = (\alpha + \beta + \gamma - \pi) \tag{10}$$

5 Vergleich der verschiedenen Berechnungsmethoden

Die verschiedenen Raumwinkeltypen werden in diesem Abschnitt anhand folgender Beispiellichtquellen verglichen und validiert:

- Künstlich generierte, ideale Punktlichtquelle (PLQ) mit einer Lambert-Verteilung ($I = I_0 \cos(\vartheta)$)
- Scheibe mit Lambert Charakteristik einer Remote-Phosphor LED Quelle
- Engbündelnder LED-Spot

Von den drei Lichtquellen wurde aus Gründen der Praktikabilität je ein Rayfile mit 25 Millionen Strahlen untersucht, wobei zu beachten ist, dass mit höheren Strahlzahlen höhere Auflösungen bzw. ein geringeres Rauschen möglich sind.

5.1 Auflösungsproblematik

Die Auflösung ist ein wichtiger Faktor der LVK Berechnung. Einerseits hat die Wahl der Auflösung einen großen Einfluss auf die LVK an sich. Sie muss der Strahlzahl des Rayfiles und den Anforderungen an die LVK angepasst werden. Andererseits müssen für eine sinnvolle Gegenüberstellung der verschiedenen LVK-Berechnungsmethoden vergleichbare Auflösungsparameter gefunden werden. Um diesen beiden Anforderungen gerecht zu werden, wurde daher die Auflösungsvariable auf Basis der Berechnungsweise der RKP gewählt und diese auf die anderen Berechnungsmethoden umgerechnet. Abbildung 5 zeigt die Ausschnitte der LVK der Lambert-Punktlichtquelle für die Einteilung in RKP-Abschnitte, sowie die prozentuale Abweichung der aus dem Rayfile berechneten LVK zum idealen Lambert-Strahler.

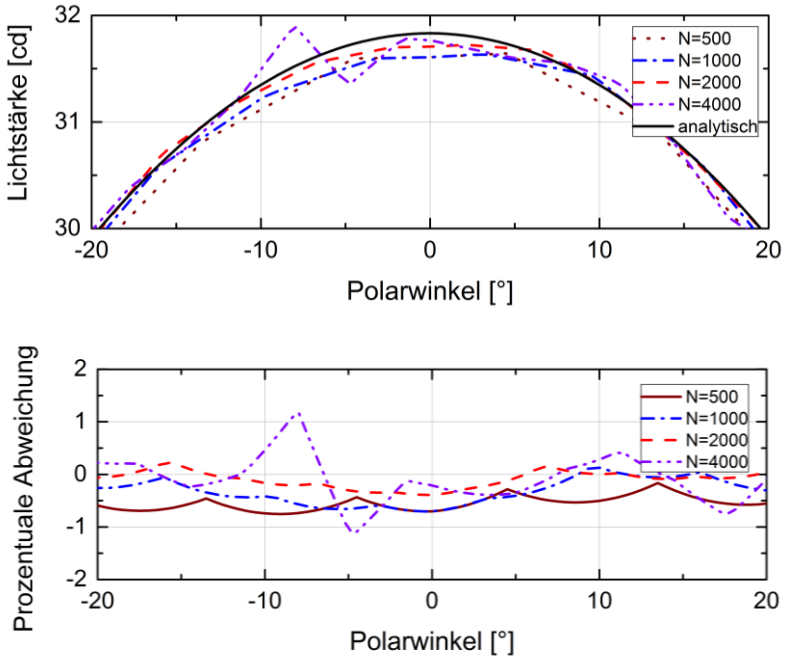


Abbildung 5:. Wahl der Auflösungsparameter für den Vergleich der Methoden am Beispiel der Lambert strahlenden PLQ. Grundlage ist die auf RKP basierende Berechnungsmethode: (a) zeigt die LVK in Hauptabstrahlrichtung. (b) zeigt die Prozentuale Abweichung der verschiedenen Auflösungsstufen.

Dabei gilt stets: Ist die Auflösung zu hoch gewählt, d.h. sind die einzelnen Raumwinkel zu klein, zeigen sich Rauschartefakte in der LVK. Ist die Auflösung zu klein gewählt, d.h. sind die Raumwinkel zu groß wird über einen zu großen Winkelbereich gemittelt. Somit können Winkelbereiche der LVK mit höherer Dynamik, d.h. hochfrequenten Winkelinformationen, nicht mehr dargestellt werden. Abbildung 5(a) zeigt ein Ausschnitt der LVK der idealen PLQ mit Lambert-Verteilung in Hauptabstrahlrichtung.

Es lässt sich gut erkennen, dass mit steigender Auflösung das Rauschen des Rayfiles sichtbar wird (siehe Abbildung 5 für $N = 4.000$), hingegen für geringe Auflösungen ($N = 500$ bzw. $N = 1.000$) gerade in Hauptabstrahlrichtung das Maximum durch die Mittelwertbildung der großen Raumwinkel reduziert wird. Um einen Kompromiss zwischen Auflösung und Mittelwertbildung einzugehen, wurde als Referenz für die anderen Berechnungsmethoden für diese Lichtquelle eine Auflösung von $N = 2.000$ gewählt Die Auflösung N bezieht sich für diese Berechnungsmethode auf den Vollraum: $N_{VR} = 2.000$. Mit $N_{HR} = 1.000$ wird hingegen die Auflösung des Halbraums angegeben. Die auf die anderen Berechnungsmethoden umgerechneten Parameter sowie die notwendigen Berechnungszeiten sind in **Fehler! Ungültiger Eigenverweis auf Textmarke.** aufgelistet.

Tabelle 2: Vergleich der gewählten Parameter und der Berechnungszeiten für die drei Beispiellichtquellen

		Kartesische Polarkoordinatenabschnitte (KP)			
		Winkelkonstant (WKP) $d\Phi$ = const; $d\vartheta$ = const.	*Raumwinkelkonstant (RKP) $d\Omega$ ~ const.*	*Kanonische Raumwinkel (KR)*	*Triangulierte Raumwinkel (TR)*
Lambert Punktlichtquelle	*Auflösung*	$(d\varphi, d\vartheta) = (30, 60)$ $N_{HR} = \frac{N_{VR}}{2} = 900$	$N_{HR} = 1000$	$\omega = 6{,}36°$	$N = 943$
	Rechenzeit	*2 s*	*10 s*	*>1000 s*	*440 s*
Lambert Scheibe	*Auflösung*	$(d\varphi, d\vartheta) = (65{,}60)$ $N_{HR} = 1950$	$N_{HR} = 2000$	$\omega = 4{,}55°$	$N = 2058$
	Rechenzeit	*2,2 s*	*7,5 s*	*>1000 s*	*800 s*
Spot	*Auflösung*	$(d\varphi, d\vartheta) = (50, 720)$ $N_{HR} = 18000$	$N_{HR} = 200000$	$\omega = 0{,}455°$	$N = 2668$
	Rechenzeit	*1,5 s*	*9,4 s*	*>1000 s*	*1066 s*

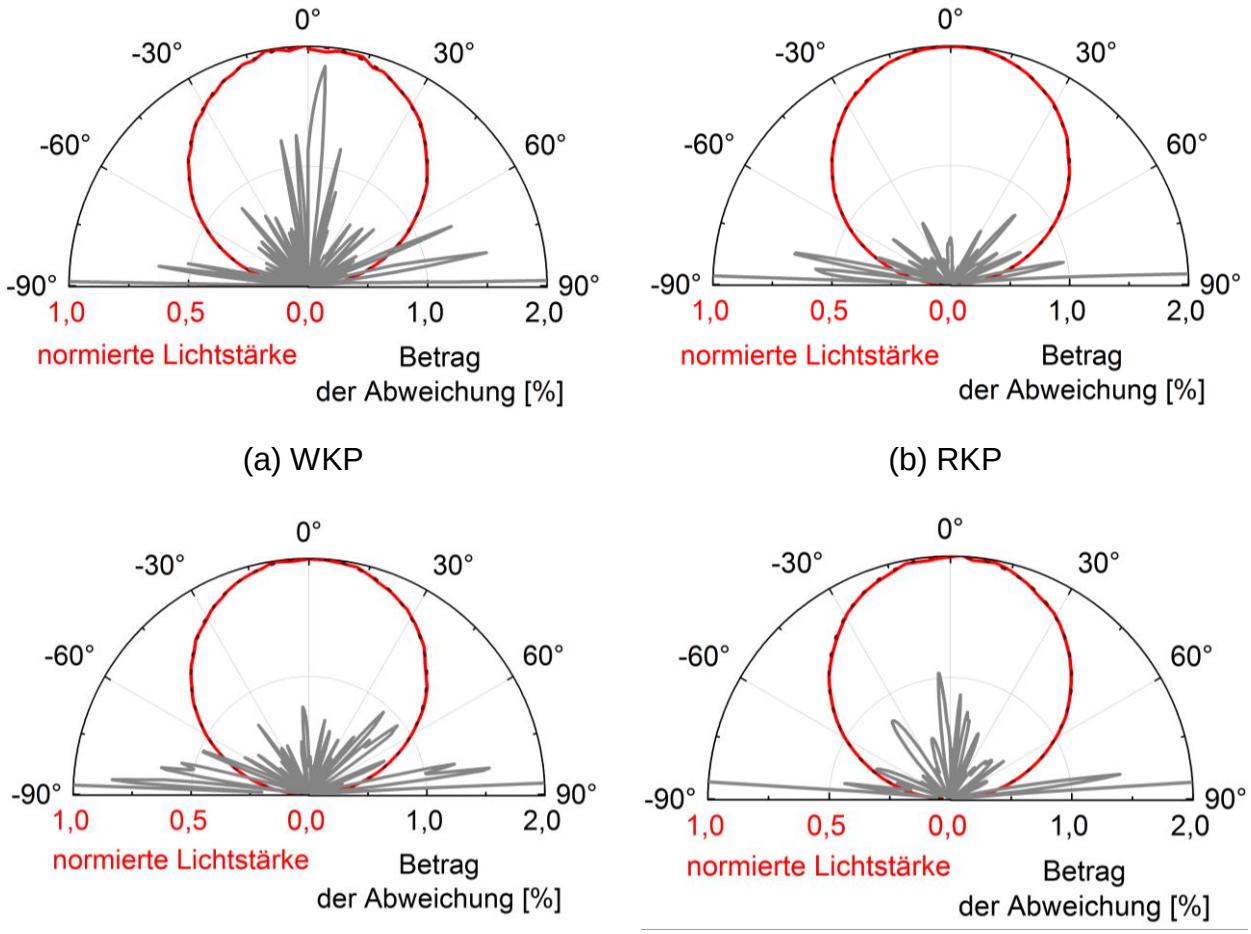
5.2 Künstlich generierte Lichtquelle

Abbildung 6 vergleicht die verschiedenen Raumwinkeltypen der künstlich generierten Lambert Punktlichtquelle miteinander. Dabei wird jeweils die normierte LVK des Simulationsergebnisses mit dem analytischen berechneten idealen Lambert-Strahler verglichen. Außerdem ist im Diagramm die relative Abweichung zur idealen analytischen Lösung dargestellt.

In Abbildung 6(a) ist die LVK für traditionelle winkelkonstante kartesische Polarkoordinatenabschnitte dargestellt, sowie der Betrag der Abweichung zwischen berechneter LVK und

einem analytisch berechneten Lambert-Strahler zu sehen. Abbildung 6(b) zeigt die entsprechende Darstellung für die raumwinkelkonstanten kartesischen Polarkoordinatenabschnitte, (c) zeigt die kanonische Raumwinkel und in (d) ist die Berechnung für triangulierte Raumwinkel zu sehen.

Die RKP Methode weist für diesen künstlich generierten Fall die geringste Abweichung von ihrer analytischen Ursprungsfunktion auf, während die TR ein leicht höheres Rauschen am Pol aufweisen. Bei den beiden Methode TR und RKP ist die prozentuale Abweichung, ähnlich der sehr gleichförmigen KR-Methode bis zu einem Polarwinkel von 75° mit kleiner ein Prozent recht gering. Demgegenüber weist die traditionelle WKP-Einteilung Artefakte vor allem in der Polrichtung auf. Generell muss dabei beachtet werden, dass die Parameterwahl ($N = 2000$), d.h. die Optimierung des Auflösungsparameters, auf Basis der RKP getroffen wurde.



(a) WKP

(b) RKP

(c) KRP

(d) TR

Abbildung 6: Vergleich der unterschiedlichen Berechnungsmethoden für die Lambert strahlende Punktlichtquelle.

5.3 Reale Lichtquellen

Da die LVK einer realen Lichtquelle nicht eindeutig analytisch beschrieben werden kann, findet im Folgenden der Vergleich der verschiedenen Berechnungsformen nur relativ zueinander statt. Als erste real vermessenen Lichtquelle dient hier eine Remote-Phosphor LED-Quelle mit einer fast perfekten Lambert-förmigen Abstrahlung. Die Emissionsfläche kann als eine Scheibe beschreiben werden. Bedingt durch die Größe der Quelle konnte hier eine höhere Auflösung von $N_{HR} = 2.000$ als bei der PLQ verwendet werden, ohne dass es zu großen Rauschartefakten kam. Die LVK dieser scheibenförmigen Quelle sind in Abbildung 7 gezeigt.

Vergleicht man in Abbildung 7 die mit den vier Einteilungen errechneten LVKs so zeigt sich eine sehr große Ähnlichkeit zwischen KR und der RKP Einteilung. Die TR Methode weißt hingegen ein leicht erhöhtes Rauschen in Polrichtung auf, während sich bei der WKP Einteilung am Pol bei 0° Artefakte zeigen.

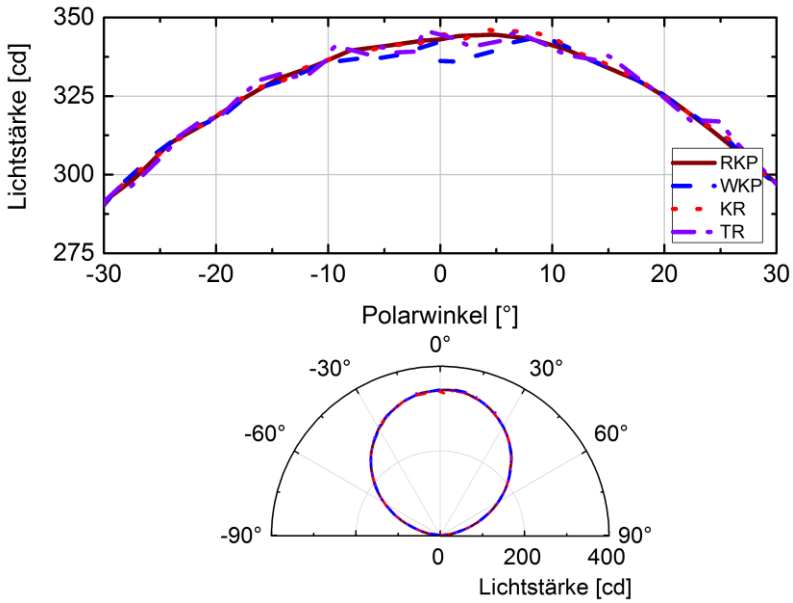


Abbildung 7: Scheibe mit Lambert Charakteristik einer Remote-Phosphor LED Quelle. Dargestellt ist die LVK als Polardiagramm einer C-Ebene sowie ein vergrößerter Ausschnitt um die Hauptabstrahlrichtung. Legende von oben nach unten: RKP, WKP, KR, TR.

Die zweite untersuchte Leuchte ist eine stark fokussierende LED-Taschenleuchte mit einer sehr geringen Halbwertsbreite von 6°. D.h. die Taschenleuchte bündelt das Licht so stark, dass die Lichtstärke bei dem halben Öffnungswinkel von 3° bereits auf ihren Maximalwert in Hauptabstrahlrichtung abgefallen ist. Die aus dem Rayfile berechneten LVK dieser Leuchte sind in Abbildung 8 gezeigt.

Bedingt durch die enge Fokussierung der Leuchte und die daraus entstehende Dynamik im Winkelraum mussten die Auflösungsbeinflussenden Parameter deutlich gesteigert werden.

Der in Abbildung 8 dargestellten LVK Berechnung wurde eine um Faktor 100 höhere Auflösung von $N_{HR} = 200.000$ für die RKP zugrunde gelegt.

Viel deutlicher sind dabei die Artefakte der WKP Methode am Pol zu erkennen, während hingegen die anderen drei Methoden die LVK annähern gleich abbilden.

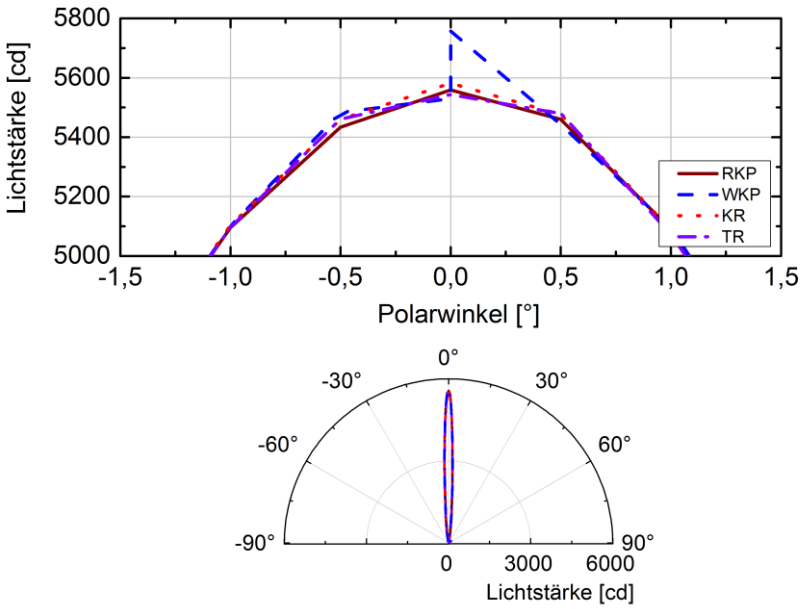


Abbildung 8: Engbündelnde LED Taschenleuchte. Dargestellt ist die LVK als Polardiagramm einer C-Ebene sowie ein vergrößerter Ausschnitt um die Hauptabstrahlrichtung.

6 Diskussion

In dieser Veröffentlichung wurden verschiedene Berechnungsmethoden gegenübergestellt, mit denen eine LVK aus Rayfile-Daten berechnet werden kann. Anhand eines künstlich generierten Rayfiles, deren LVK analytisch bekannt ist wurde zuerst die Funktionsweise der Berechnungsmethoden überprüft. Anschließend wurden die Berechnungen mit realen Messdaten eines Lambert-Strahlers sowie einer engbündelnden LED-Taschenleuchte durchgeführt und die Ergebnisse dargestellt. Dabei lässt sich zeigen, dass alle Berechnungsmethoden prinzipiell für eine LVK Berechnung geeignet sind. Für eine Pseudo-LVK Berechnung ist hingegen die triangulierte Berechnungsmethode nicht verwendbar, da hier Strahlen „verloren“ gehen können.

Die hier aufgeführten Ergebnisse sollen dabei keine Rangliste der verschiedenen Berechnungsformen darstellen, sondern vielmehr ihre Vor- und Nachteile herausarbeiten. Dabei erfolgt die Kategorisierung anhand folgender Faktoren:

- Berechnungsgeschwindigkeit
- Artefakte und Rauschen
- Raumeinteilung

6.1 Berechnungsgeschwindigkeit

In Bezug auf die benötigte Rechenzeit liegt die Methode WKP für eine Strahlzahl von 25 Millionen Strahlen klar vorne, dicht gefolgt von der RKP Berechnungsmethode. Dieser Vorteil der beiden Methoden ergibt sich aus einem reinen einsortieren von Strahlen in „Bins“. Bei der Berechnung mit KR muss für jeden Strahl der Abstand zu jedem Raumwinkelmittelpunkt berechnet werden, was sehr rechenintensiv ist. Aufgrund des sehr hohen Rechenaufwandes wurde für die KR Berechnungsmethode nur jeweils eine C-Ebene berechnet und nicht die LVK des gesamten Halbraums. Aus diesem Grund ist die genaue Berechnungszeit nicht bekannt, kann aber mit größer 1000 Sekunden angegeben. Bei der TR Berechnungsmethode werden die Strahlen iterativ ihrem Raumwinkel zugeordnet, es muss allerdings immer ein Schnittpunkt zwischen Strahl und Dreieck berechnet werden. Die Rechenzeit ist hoch, allerdings wurde in dieser Untersuchung die TR-Methode nicht hinsichtlich der Berechnungszeit optimiert.

Während bei der Berechnungsmethode für RKP die Berechnungszeit aufgrund des kd-Suchbaums mit $O(\log(n))$ ansteigt, ist dieser Anstieg bei der WKP Berechnungsmethode nur leicht höher. Bei der TR sowie der KR Methode ist die Berechnungsgeschwindigkeit stark von der Anzahl der Raumwinkel sowie der Strahlzahl abhängig. Aus diesem Grund eignen sich für die hier gewählte Implementierung diese beiden Berechnungsmethoden für hochauflösende LVK nicht, sofern die Rechenzeit von Relevanz ist. Während die Berechnungsweise für KR nach bestem Wissen optimiert wurde, basieren die TR auf einer Schnittpunkts Berechnung zwischen Strahl und Dreieck, was in der Computergrafikindustrie ein wesentliches Werkzeug ist und somit hierbei erwartungsgemäß noch Optimierungspotential vorhanden ist.

6.2 Artefakte und Rauschen

Artefakte und Rauschen sind einerseits stark von der Raumwinkelform und -größe abhängig, andererseits werden sie von der Strahlzahl beeinflusst. Da die Strahlzahl meist festgelegt ist, wird hierbei die Raumwinkelform evaluiert.

Während die Berechnung für RKP sowie für KR aufgrund ihrer konstanten Raumwinkel sehr geringe bis keine Artefakte aufweist, zeigt die traditionelle WKP Methode erwartungsgemäß starke Artefakte am Pol. Dies ist auf die an dieser Stelle stark entartenden Raumwinkel zurückzuführen, welche in dieser Region sehr klein werden. Daher ist diese Berechnungsmethode für geringe Strahlzahlen nicht sinnvoll. Ein Zusammenfassen mehrerer Raumwinkelbereiche zu einer „Raumwinkel-Mindestgröße“ kann dieses Problem lösen.

Die TR Berechnungsmethode weist gerade für Lambert-Strahler leichte Artefakte auf. Dies kann einerseits auf den Algorithmus zurückzuführen sein, der die berechneten Lichtstärke-

werte, deren (φ, ϑ)-Koordinaten nicht auf einer C-Ebene liegen, auf diese interpoliert. Andererseits sind Dreiecke unförmig und bevorzugen bei der Mittelwertbildung die Richtungen in die die Spitzen des Dreiecks zeigen.

Weiterhin bleibt anzumerken, dass hier die Parameterwahl auf Basis der RKP stattgefunden hat und aufgrund der Vergleichbarkeit auf die anderen Berechnungsmethoden umgerechnet wurde. Eine Optimierung hinsichtlich der Auflösungsparameter für jede einzelne Berechnungsmethode wurde nicht durchgeführt.

6.3 Raumeinteilung

Eine weitere wichtige Eigenschaft ist die Raumeinteilung. Während bei den RKP, den WKP und den KR die Raumeinteilung vor der Berechnung anhand der Auflösungsparameter festgelegt wird, passt die Berechnungsmethode für TR die Auflösung dynamisch am Ergebnis an. Dafür notwendig ist lediglich die Definition einer minimalen Strahlzahl pro Raumwinkelsegment. Dieser Vorteil ist enorm entscheidend, wenn die grobe Lichtstärkeverteilung unbekannt ist oder Lichtstärkebereiche hoher Frequenzen wie auch niedriger Frequenzen auftreten. Ein gutes Beispiel liefert hierbei der Vergleich der Parameterwahl des Lambert-Strahlers mit der engbündelnden Taschenleuchte. Der Auflösungsparameter liegt für RKP um das 100-Fache auseinander währen für TR die Angabe der minimalen Strahlzahl dieselbe ist.

Darüber hinaus können bei engbündelnden Lichtquellen und einer daraus resultierenden hohen Auflösung bei WKP und RKP große Gebiete ohne Lichtstärke entstehen. In der LVK werden somit viele „Nullen“ unnötigerweise mitgeführt, wie die LVK Berechnung der engbündelnden Taschenleuchte gezeigt hat. Dieses Problem kann ebenso mit einer dynamischen Anpassung gelöst werden. Ähnlich der TR Methode kann die Dynamik auch auf die anderen Raumwinkeltypen übertragen werden, indem zuerst eine LVK mit hoher Auflösung für das konstante Raster errechnet wird, und dann ein nachfolgender Algorithmus die Raumwinkel soweit zusammenfasst, bis eine Mindeststrahlzahl im Raumwinkel vorhanden ist.

6.4 Fazit

Die im vorherigen Abschnitt diskutierten Eigenschaften der vier Methoden werden nun gegenübergestellt und bewertet. Bewertet werden die Eigenschaften Berechnungsgeschwindigkeit, gleichmäßige Raumwinkelgröße, dynamische Raumeinteilung, eindeutige Raumabdeckung sowie die Möglichkeit zur Berechnung einer Pseudo-LVK. Die Tabelle 3 gibt eine Übersicht. Die Bewertung erfolgt in den drei Stufen gut geeignet (+), neutral (o) oder schlecht, bzw. nicht möglich (-).

Tabelle 3: Bewertung der unterschiedlichen Berechnungsmethoden.

	WKP	*RKP*	*KR*	*TR*
Berechnungsgeschwindigkeit	**+**	**+**	**-**	***o***
Gleichmäßige Raumwinkelgröße	**-**	**+**	**+**	***o***
Dynamische Raumeinteilung	***o***	***o***	***o***	**+**
Eindeutige Raumabdeckung	**+**	**+**	**-**	**+**
Pseudo-LVK Berechnung	**+**	**+**	**+**	**-**

7 Literatur

[1.] Comparison of techniques for measuring luminous intensity distribution overall and across segments, Dipl.-Ing. Chr. Schwanengel, TechnoTeam Bildverarbeitung GmbH, 2010.

[2.] V. Jacobs, P. Blattner, Y. Ohno, A. Bergen, U. Krüger, P. Hanselaer, P. Rombauts, and F. Schmidt, “Analysis of errors associated with photometric distance in goniophotometry,” CIE2015, 2015.

[3.] S. Bensel, S Völker, “Vergleich Goniophotometrischer Kennzahlen von LED-Leuchten mit getrennt emittierenden Bereichen,” in Licht 2014 den Haag, 2014

[4.] O. Reeb, Grundlagen der Photometrie. Braun, 1962.

[5.] Ingo Rotscholl, Markus Katona, Klaus Trampert, Udo Krüger, Franz Schmidt, and Cornelius Neumann, "Hyperspectral LED models for optical simulations," Opt. Express 24, A1597-A1611 (2016)

[6.] S. Wendel, S. Lück and C. Neumann, „Constructing multiple focal points using ray-files” LuxJunior 2011, Ilmenau.

[7.] M. Deserno, “How to generate equidistributed points on the surface of a sphere,” September 2004.

[8.] W. Cieszynski, J. Reiner and M. Wójcik, “Advanced Light Sources with rays for rendering engines,” in Proceedings of the International Light Simulation Symposium ILSIS, (Steinbeis-Edition, 2012) pp. 25–42

[9.] Sebastian Häring, Erweiterung des Simulationsprozesses von Lichtfeldern für die virtuelle Leuchtenentwicklung im Automobilbau, Dissertation, TU Ilmenau, 2009