

**Maximilian Krone** (TU Ilmenau)

## **Schnitt-Überdeckungen in azyklischen Digraphen**

Ein Schnitt in einem Digraphen ist die Menge aller Kanten aus einer Menge von Ecken in ihr Komplement. Der Vortrag untersucht die Überdeckbarkeit der Kantenmenge mit  $k$  Schnitten. Eine äquivalente Eigenschaft ist die  $k$ -Färbbarkeit der Kanten so, dass Kanten der Art  $uv, vw$  verschiedene Farben erhalten.

Eine Eckenfärbung mit höchstens  $M(k)$  Farben ist hinreichend für die Existenz einer Überdeckung mit  $k$  Schnitten (und notwendig im Fall symmetrischer Digraphen). Hierbei ist  $M(k)$  der mittlere Binomialkoeffizient „ $k$  über  $\lfloor k/2 \rfloor$ “. Insbesondere ist das zugehörige Entscheidungsproblem für  $k \geq 3$  NP-vollständig, sogar für symmetrische Digraphen. Auch im azyklischen Fall ist das Problem NP-vollständig, und für  $k=3$  sogar für azyklische und planare Digraphen mit maximalem Ein- und Ausgrad 3.

Jeder azyklische Digraph mit maximalem Eingrad  $M(k)-1$  kann durch  $k$  Schnitte überdeckt werden, da er eine Eckenfärbung mit  $M(k)$  Farben besitzt. Es wird gezeigt, dass diese Schranke bestmöglich ist, und dies löst ein von *Alon, Bollobás, Gyárfás, Lehel* und *Scott* gestelltes Problem. Ähnliche Resultate erhält man für die abgeänderte Bedingung, dass Ecken beschränkten Eingrades sowie Ecken beschränkten Ausgrades gleichzeitig zugelassen werden.

Es wird gezeigt, dass die  $d$ -te Potenz beliebig langer gerichteter Pfade genau dann mit  $k$  Schnitten überdeckt werden kann, wenn  $d \leq (c-o(1)) 2^k$ , für ein  $c \in [1/e, 1/2]$ . Es bleibt offen, ob die gleichzeitige Beschränkung des Ausgrades zusätzlich zum Eingrad auch im Allgemeinen eine Überdeckung mit weniger Schnitten ermöglicht.