

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch A1
Institut für Physik	Temperaturstrahlung	Seite 1

1. Aufgabenstellung

- 1.1. Das Verhältnis der Planck- zur Boltzmann-Konstante h/k ist aus der Temperaturabhängigkeit der spektralen Strahldichte einer Wolfram-Bandlampe für zwei verschiedene Lichtwellenlängen zu bestimmen.
- 1.2. Die Gültigkeit des Stefan-Boltzmann-Gesetzes für die temperaturabhängige Energieabstrahlung ist zu überprüfen.

2. Grundlagen

Alle Körper mit einer Temperatur oberhalb des absoluten Nullpunkts emittieren elektromagnetische Strahlung in einem weiten Spektralbereich, die *Temperaturstrahlung* oder auch *Wärmestrahlung*. Trifft diese Strahlung auf andere Körper, dann wird ein Teil von ihr absorbiert, der Rest wird reflektiert oder hindurchgelassen. Das unterschiedliche Absorptionsverhalten von Körpern ist durch ihren *Absorptionsgrad* α gekennzeichnet, der das Verhältnis von absorbiertem *Strahlungsfluss* Φ_a zu dem auf den Körper treffenden Strahlungsfluss Φ_0 angibt:

$$\alpha(\lambda, T) = \frac{\Phi_a}{\Phi_0}. \quad (1)$$

Dabei hängt α von der Temperatur T des absorbierenden Körpers und von der Wellenlänge λ der auftreffenden Strahlung ab. Ein *schwarzer Körper* ist ein idealisierter Körper, der die gesamte auf ihn auftreffende Strahlung restlos absorbiert, d.h. sein Absorptionsgrad α ist für alle Wellenlängen und Temperaturen gleich 1.

Die Intensität und die spektrale Verteilung der vom schwarzen Körper ausgesendeten Wärmestrahlung hängen nur von seiner Temperatur ab. Der schwarze Körper ist daher als Vergleichskörper zur Beschreibung und Messung der Temperaturstrahlung von Körpern geeignet. Der *Emissionsgrad* ε eines Körpers gibt an, wie hoch seine *Strahldichte* L_e im Vergleich zur Strahldichte $L_{e,s}$ eines schwarzen Körpers ist:

$$\varepsilon(\lambda, T) = \frac{L_e}{L_{e,s}}. \quad (2)$$

Definitionsgemäß ist also für einen schwarzen Körper der Emissionsgrad gleich 1. Für nichtschwarze Körper lässt sich zeigen, dass im thermischen Gleichgewicht für alle Temperaturen und Wellenlängen Absorptionsgrad und Emissionsgrad gleich sein müssen (*Kirchhoff'sches Strahlungsgesetz*, 1859):

$$\varepsilon(\lambda, T) = \alpha(\lambda, T). \quad (3)$$

Der Zusammenhang zwischen *spektraler Strahldichte*, emittierter Wellenlänge und Temperatur eines schwarzen Strahlers war seit den 1850ern experimentell gut erforscht und konnte zunächst durch eine empirische Formel beschrieben werden. Die theoretische Begründung hingegen gelang Max Planck unter der Annahme, dass einzelne schwingende Atome im Festkörper bei Absorption bzw. Emission von Strahlung nur diskrete Energiebeträge aufnehmen bzw. abgeben können:

$$E = n \cdot h \cdot f \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch A1
Institut für Physik	Temperaturstrahlung	Seite 2

wobei f die Frequenz der Strahlung und h das Planck'sche Wirkungsquantum, eine elementare Naturkonstante mit $h=6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, bezeichnet. Da die Energiezustände der schwingenden Atome gequantelt sind, muss auch die Strahlung gequantelt sein. Die Annahme von Lichtquanten bzw. Photonen begründete die klassische Quantentheorie und erlaubte Max Planck 1900 die Herleitung seines Strahlungsgesetzes:

$$L_{e\lambda,s} d\lambda = \frac{2hc^2}{\Omega_0 \lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\lambda kT} - 1} d\lambda. \quad (4)$$

Hierbei bedeuten $L_{e\lambda,s}$ - spektrale Strahlendichte, Ω_0 - Raumwinkeleinheit, c - Vakuumlichtgeschwindigkeit, k - Boltzmannkonstante und $d\lambda$ - infinitesimales Wellenlängenintervall. Das Plancksche Strahlungsgesetz ist in Abb. 1 für verschiedene Temperaturen T dargestellt.

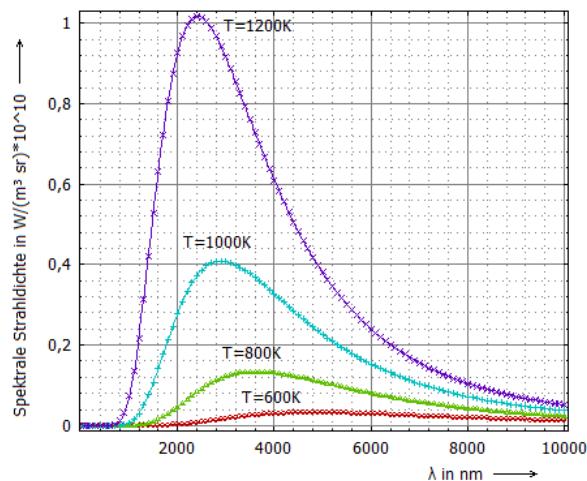


Abb. 1: Plancksches Strahlungsgesetz: Strahlungskurven des schwarzen Körpers für verschiedene Temperaturen

Das Plancksche Strahlungsgesetz enthält alle zu dem Zeitpunkt bereits bekannten Strahlungsgesetze:

1. Stefan-Boltzmann-Gesetz (1879/84)

Integriert man Gl. (4) über den gesamten Wellenlängenbereich, kann man die von einem schwarzen Körper ausgehende Gesamtstrahlendichte $L_{e,s}$ berechnen. Für die insgesamt emittierte Strahlungsflussdichte $M_{e,s}$ erhält man mit $M_{e,s} = \pi \cdot L_{e,s} \cdot \Omega_0$:

$$M_{e,s} = \sigma T^4 \quad (5)$$

mit der Konstanten $\sigma = 2\pi^5 k^4 / (15c^2 h^3)$. Hieraus kann mit A , der strahlenden Fläche des Körpers, der gesamte abgegebene Strahlungsfluss $\Phi_{e,s}$ angegeben werden:

$$\Phi_{e,s} = AM_{e,s} = \sigma A T^4 \approx 5,670 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}^4} \cdot A T^4. \quad (6)$$

Für nichtschwarze Körper mit dem (integralen) Emissionsgrad $\varepsilon < 1$ und unter der Annahme, dass die Umgebung ($T_u > 0\text{K}$) Energie auf den Körper zurückstrahlt, gilt:

$$\Phi_e = \varepsilon(T) \sigma A (T^4 - T_u^4). \quad (7)$$

2. Wiensches Verschiebungsgesetz (1896)

Die Lage des Maximums der spektralen Strahlendichte verschiebt sich mit steigender Temperatur zu kleineren Wellenlängen hin. Um die Wellenlänge λ_{max} zu bestimmen, bei der das Maximum liegt, leitet man (4) ab. Nullsetzen liefert:

$$\lambda_{\text{max}} T = b, \quad (8)$$

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch A1
Institut für Physik	Temperaturstrahlung	Seite 3

mit $b = hc/(4,965k) \approx 2898 \mu\text{mK}$ als Wien-Konstante.

3. Wien'sches Strahlungsgesetz (1896)

Wien stellte rein empirisch aus den bekannten experimentellen Beobachtungen folgende Formel auf:

$$L_{e\lambda,s} d\lambda = \frac{2hc^2}{\Omega_0 \lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}} d\lambda, \quad (9)$$

mit den Ausdrücken $2hc^2$ und hc/k als empirische Konstanten. Dieses Gesetz stimmt für kleine Wellenlängen und niedrige Temperaturen gut mit dem Planck'schen Strahlungsgesetz überein.

3. Messanleitung

Der vorliegende Versuchsaufbau ermöglicht es, die spektrale Strahldichte einer Wolfram-Bandlampe bei unterschiedlichen Wellenlängen als Funktion der Temperatur zu untersuchen. Für die im Versuch erzielten Temperaturen und durch die Beschränkung auf den sichtbaren Spektralbereich, ist die Anwendung der Näherung (9) gerechtfertigt.

Bei einer Wolfram-Bandlampe wird ein in einem Glaskolben befindliches Wolframband durch elektrischen Gleichstrom zum Glühen gebracht. Beim Umgang mit der Lampe ist Sorgfalt geboten. Von 0A startend ist der Lampenstrom langsam zu erhöhen und nach Versuchsende langsam wieder auf 0A zu verringern. Für Justagezwecke ist der Lampenstrom so niedrig wie möglich einzustellen (z.B. 7A). Erschütterungen des Lampengehäuses sind zu vermeiden.

Zur Bestimmung der Temperatur der Bandlampe wird ein Glühfaden-Pyrometer verwendet. Das Messprinzip basiert auf einem Vergleich der *Leuchtdichten* von Messobjekt und einem Glühfaden, dessen Heizstrom-Temperatur-Zusammenhang bekannt ist. Die Anzeige erfolgt in °C eines schwarzen Körpers (ϑ_s), das Messergebnis muss daher für reale Strahler korrigiert werden.

Durch Einsetzen eines Filters direkt vor der Fotodiode wird aus dem emittierten Spektrum eine bestimmte Wellenlänge ausgewählt. Die Linse zwischen Bandlampe und Fotodiode sammelt die emittierte Strahlung innerhalb eines bestimmten Raumwinkels $\Delta\Omega$ und bündelt diese wieder auf die Fotodiode. Das resultierende Messsignal, der Fotostrom I_F , lässt sich mithilfe von (2) und (9) angeben als:

$$I_F(\lambda, T) = K(\lambda) \varepsilon(\lambda, T) L_{e\lambda,s} \Delta\Omega \Delta\lambda \sim e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}. \quad (10)$$

Die wellenlängenabhängige Funktion K enthält im Wesentlichen die spektrale Empfindlichkeit der Fotodiode. Der Emissionsgrad ε ist unter den vorliegenden Versuchsbedingungen konstant.

Justieranleitung für den optischen Aufbau

- Den Strom der Bandlampe auf 7A, Rotfilter am Okular des Pyrometers ausschwenken, durch Heraus- bzw. Hereindrehen des Okulars Dioptrienausgleich vornehmen, so dass der Glühfaden scharf zu sehen ist.

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch A1
Institut für Physik	Temperaturstrahlung	Seite 4

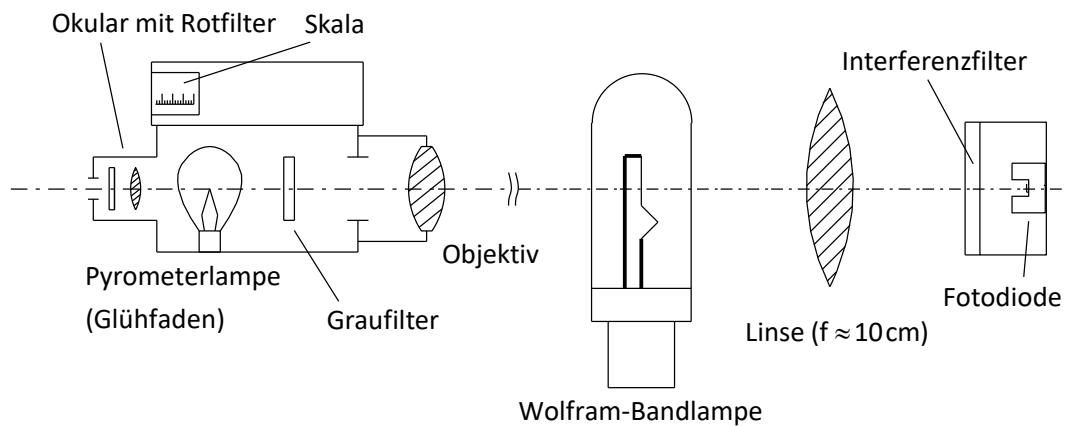


Abb. 2: Optische Anordnung zur Messung der spektralen Strahlendichte

- Das Objektiv des Pyrometers ist so einstellen, dass auch das Wolfram-Band der Lampe scharf sichtbar ist. Im Glühband der Lampe ist eine kleine Kerbe als Markierung für die Messstelle der Temperatur angebracht. Durch leichtes Bewegen/ Drehen des Pyrometerobjektivs kann erreicht werden, dass der Scheitel des Glühfadens neben der Kerbe erscheint (vgl. Abb. 3, links).

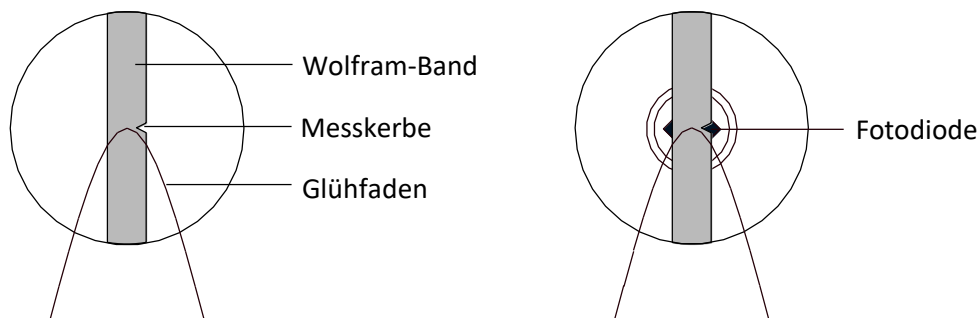


Abb. 3: links: Gesichtsfeld des Pyrometers, rechts: korrekt justierte Fotodiode

- Die Abbildungslinse und Fotodiode so positionieren, dass sich ungefähr eine 1:1-Abbildung des Wolfram-Bandes auf der Fotodiode ergibt. Die Brennweite der Linse beträgt $f \approx 10\text{ cm}$.
- Die Fotodiode mit der Mikroskopierlampe so beleuchten, dass im Gesichtsfeld des Pyrometers der lichtempfindliche Chip gut erkennbar ist. Durch Feinjustage der Linsenhalterung ist der Chip in die gezeichnete Position (Abb. 3, rechts) zu bringen und soll scharf abgebildet werden.
- Das Rotfilter am Okular wieder einschwenken. Es ist sicherzustellen, dass das Graufilter in den Strahlengang des Pyrometers eingeschwenkt ist, hierzu Rändelknopf auf der rechten Seite des Gerätes mit schwarzem Punkt nach oben stellen, es gilt jetzt die untere Skala (Bereich höherer Temperaturen).
- Eines der beiden Filter in die Halterung einsetzen und so nah wie möglich an das Empfängergehäuse schieben, um störendes Fremdlicht zu reduzieren.

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch A1
Institut für Physik	Temperaturstrahlung	Seite 5

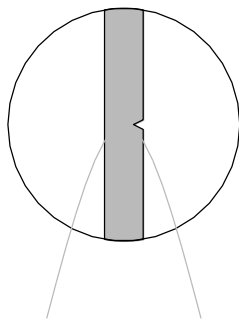
Elektrischer Signalweg

Der Fotostrom der Fotodiode wird in einen Strom-Spannungs-Wandler geleitet und ein geeigneter Arbeitsbereich ist auszuwählen. Die ausgegebene Spannung liegt in einem Bereich von $-10V...+10V$ und wird mit einem Multimeter gemessen. Sollte das Multimeter höhere Spannungen anzeigen, ist der Arbeitsbereich des Strom-Spannungs-Wandlers anzupassen. Vor Beginn der eigentlichen Messung ist bei ausgeschalteter bzw. verdeckter Wolfram-Bandlampe der Offset am Strom-Spannungs-Wandler möglichst auf 0 zu stellen bzw. auf einen möglichst kleinen Wert und dieser ist zu notieren. Sollte sich im Verlauf des Versuchs das Umgebungslicht verändern, dann ist dieser Offset erneut zu bestimmen und zu notieren.

Messung der spektralen Strahldichte

Für verschiedene Lampenströme $I_L = (7,0 \dots 9,0)A$ in Schritten von $\Delta I_L = 0,2A$ sind die Temperatur ϑ_s der Bandlampe und der Fotostrom der Fotodiode, der nach (10) der spektralen Strahldichte proportional ist, zu messen. Der Fotostrom ergibt sich als Produkt von angezeigtem Spannungswert des Multimeters und eingestellter Verstärkung am Strom-Spannungs-Wandler in A/V .

Nach jeder Veränderung des Stroms I_L ist eine angemessene Zeit zur Temperaturstabilisierung der Lampe abzuwarten. Die am Lampennetzgerät angezeigte Spannung ist als Näherungswert für die Lampenspannung U_L zur späteren Berechnung der aufgenommenen elektrischen Leistung zu notieren.



Zur Temperaturbestimmung des glühenden Wolframbandes an der gekennzeichneten Messstelle hält man den oberen Tastschalter des Pyrometers gedrückt, blickt durch die Optik und stellt mithilfe des Potentiometerringes den Strom durch die Pyrometerlampe so ein, dass die Leuchtdichten von Messobjekt und Glühfaden gleich sind. Der parabelförmige Bogen des Glühfadens darf vor dem Hintergrund des Wolframbandes nicht mehr erkennbar sein (Abb. 4).

Auch nach Loslassen des Tastknopfes ist der Zeiger fixiert, so dass die Temperatur ϑ_s bequem abgelesen werden kann.

Die Messung ist ebenso für das zweite Filter zu wiederholen. Die Wellenlänge maximaler Durchlässigkeit des Filters ist auf seiner Fassung angegeben, wobei die Bandbreite $\Delta\lambda \approx 10nm$ beträgt.

4. Auswertung

Die vom Leuchtdichte-Pyrometer angezeigte Temperatur ϑ_s ist die Temperatur eines schwarzen Körpers. Nach Umrechnung in die absolute Temperatur T_s ist also noch die tatsächliche Temperatur T des Wolfram-Bandes ($\varepsilon < 1$) zu berechnen. Diese muss bei gleicher Leuchtdichte gemäß (2) und (9) höher als die des schwarzen Körpers sein. Mit $\lambda_{OK} = 650nm$ als die durch das Okularfilter vorgegebene Beobachtungswellenlänge und $\varepsilon_w = 0,44$ als der im gemessenen Temperaturbereich gemittelte Emissionsgrad von Wolfram erhält man:

$$\varepsilon_w \frac{2hc^2}{\Omega_0 \lambda_{OK}^5} \exp\left(-\frac{hc}{\lambda_{OK} kT}\right)_{\text{Wolframband}} d\lambda = \frac{2hc^2}{\Omega_0 \lambda_{OK}^5} \exp\left(-\frac{hc}{\lambda_{OK} kT_s}\right)_{\text{schwarz}} d\lambda. \quad (11)$$

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch A1
Institut für Physik	Temperaturstrahlung	Seite 6

Umgestellt ergibt dies

$$\frac{\lambda_{OK} k}{hc} \ln \varepsilon_w = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_s}, \quad (12)$$

d. h. für alle Temperaturen T_s wird die Korrektur als konstante Verschiebung auf der reziproken Temperaturskala vorgenommen.

4.1. Verhältnis der Naturkonstanten h/k

Für beide Filter sollten die aus den Messwerten berechneten Fotoströme I_F eine Temperaturabhängigkeit nach (10) aufweisen:

$$I_F(\lambda, T) \sim \exp\left(-\frac{hc}{\lambda k T}\right). \quad (13)$$

Normiert man Gl. (13) auf den Fotostrom $I_{F,0}$ einer beliebigen, fest gewählten Strahlertemperatur T_0 , dann zeigt der natürliche Logarithmus dieses Quotienten einen linearen Zusammenhang zum Kehrwert der absoluten Temperatur:

$$\ln\left[\frac{I_F(T)}{I_{F,0}(T_0)}\right] = -\frac{hc}{\lambda k} \cdot \frac{1}{T} + \frac{hc}{\lambda k} \cdot \frac{1}{T_0}. \quad (14)$$

Eine entsprechende grafische Darstellung mit anschließender linearer Regression (Praktikumsprogramm *PhysPract*) liefert den Geradenanstieg S , aus dem das Verhältnis der Naturkonstanten h/k ermittelt werden kann. Das gefundene Ergebnis ist, unter Berücksichtigung seiner Standardunsicherheit, mit dem Tabellenwert zu vergleichen.

4.2. Stefan-Boltzmann-Gesetz

Zur Überprüfung von Gl. (7) ist vereinfachend von folgenden Annahmen auszugehen:

- Die der Wolfram-Bandlampe zugeführte elektrische Leistung wird ausschließlich als elektromagnetische Strahlung abgegeben, Wärmeleitung und Konvektion sind vernachlässigbar.
- Das Wolfram-Band hat bei einem eingestellten Strom überall dieselbe Temperatur T , die aus dem gemittelten Wert ϑ_s beider Teilmessungen und der Korrekturrechnung nach (12) zu bestimmen ist.

Trägt man in einem Diagramm die von der Lampe aufgenommene elektrische Leistung P über T^4 auf, dann sollte sich wieder ein linearer Zusammenhang zeigen. Es ist abzuschätzen, ob die unter a) und b) vorgenommenen Näherungen gerechtfertigt sind. Hierzu ist aus dem Anstieg der Ausgleichsgeraden die erwartete Strahlerfläche A zu berechnen. Warum braucht die Umgebungstemperatur T_U nicht berücksichtigt zu werden?

Herstellerangabe zu den Abmessungen des Wolfram-Bandes: $(22 \times 1,8 \times 0,03) \text{ mm}^3$

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch A1
Institut für Physik	Temperaturstrahlung	Seite 7

5. Kontrollfragen

1. Was bezeichnet man als schwarzen Körper?
2. Was beschreibt das Planck'sche Strahlungsgesetz?
3. Wozu dient ein Pyrometer? Warum muss der Emissionsgrad des untersuchten Körpers bekannt sein?
4. Was bedeutet in der Optik 1:1-Abbildung? Wie realisiert man diese?