

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch A2
Institut für Physik	Atomspektren	Seite 1

1. Aufgabenstellung

- 1.1. Ein Prismenspektrometer ist mit Hilfe der bekannten Spektren einer Hg-Lampe sowie einer He-Lampe zu kalibrieren.
- 1.2. Die Wellenlängen der ersten vier Linien der Balmerreihe des Wasserstoffs sind zu bestimmen.
- 1.3. Die Rydbergkonstante R_∞ und die Rydbergfrequenz R sind zu berechnen.

2. Grundlagen

2.1. Das Bohrsche Atommodell

Ausgangspunkt für *Niels Bohr* war das 1912 von *Ernest Rutherford* postulierte Planetenmodell der Atome. Danach bewegen sich negativ geladene Elektronen auf Keplerschen Bahnen (im einfachsten Fall Kreisbahnen) um einen kompakten, positiv geladenen Kern, in dem auch fast die gesamte Masse des Atoms konzentriert ist.

Für das leichteste Atom, das Wasserstoffatom, kann man die Energie E des kreisenden Elektrons mit einem einfachen mechanischen Ansatz als Funktion des Bahnradius' r berechnen. Die Coulombsche Anziehung (Coulombkraft F_C) zwischen den beiden Ladungen ist hierbei als Radialkraft zu verstehen:

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (1)$$

(m_e - Elektronenmasse, v - Bahngeschwindigkeit des Elektrons, e - Elementarladung und ϵ_0 - elektrische Feldkonstante). Man erhält hieraus für die kinetische Energie:

$$E_{kin} = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (2)$$

Die potentielle Energie E_{pot} eines Elektrons, das sich im Abstand r vom einfach geladenen positiven Kern aufhält, ergibt sich aus der Arbeit, die gegen die Coulombkraft verrichtet werden muss, um dieses aus dem Unendlichen bis in den Abstand r zu bringen:

$$E_{pot} = \int_{\infty}^r (-\vec{F}_C) d\vec{r} = \int_{\infty}^r (-F_C) \vec{e}_r d\vec{r} = \int_{\infty}^r \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{d\rho}{\rho^2} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (3)$$

Somit beträgt die Gesamtenergie im Abstand r :

$$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (4)$$

Nach diesem Modell müssten aber beliebige Bahnradien und somit Energiezustände im Atom möglich sein, darüber hinaus das Elektron als beschleunigte Ladung ständig elektromagnetische Wellen abstrahlen, dabei Energie verlieren und schließlich in den Kern stürzen. Diesem Modell widerspricht die Existenz stabiler Atome und auch die Beobachtung diskreter Frequenzen bzw. Wellenlängen bei der Abregung angeregter Atome.

Um diesen Widerspruch des Planetenmodells aufzulösen, führte *Niels Bohr* 1913 zwei Postulate ein:

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch A2
Institut für Physik	Atomspektren	Seite 2

1. Bohrsches Postulat: Im Atom gibt es nur bestimmte Bahnen, auf denen die Elektronen strahlungsfrei kreisen können. Diese Bahnen sind durch eine Quantelungsvorschrift für den Drehimpuls, $L_n = m_e v_n r_n$, festgelegt:

$$L_n = n \frac{h}{2\pi} = n \hbar, \quad (5)$$

($n=1, 2, 3, \dots$ - Hauptquantenzahl, h - Planck'sches Wirkungsquantum). Nach dieser Vorschrift können die erlaubten Bahnradien r_n und die hieraus resultierenden Bahnenergien E_n berechnet werden. Man erhält:

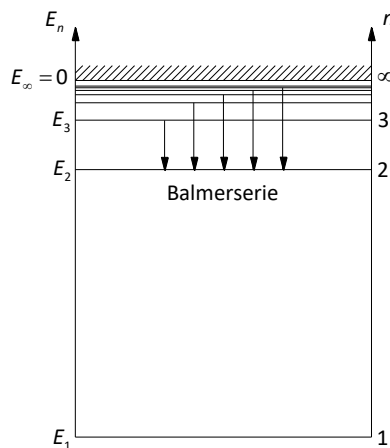
$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (6)$$

$n=1$ kennzeichnet hierbei den Grundzustand, $n > 1$ angeregte Zustände des Wasserstoffatoms.

2. Bohrsches Postulat: Elektromagnetische Strahlung soll lediglich beim Übergang zwischen zwei stationären Zuständen emittiert oder absorbiert werden. Die dabei auftretende Frequenz f_{mn} ergibt sich aus der Energiedifferenz der Zustände:

$$h f_{mn} = E_m - E_n. \quad (7)$$

Man beobachtet also ein Spektrum diskreter Frequenzen (Linienspektrum), wobei sich für f_{mn} nach (6) und (7) ein allgemeines Seriengesetz angeben lässt:



$$f_{mn} = \frac{E_m - E_n}{h} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad (8)$$

R ist hierbei die Rydbergfrequenz und enthält ausschließlich Naturkonstanten. Üblich ist auch die Darstellung des Seriengesetzes (8) mit der gemessenen Wellenlänge der emittierten Strahlung:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_m - E_n}{hc} = R_\infty \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (9)$$

wobei hier $R_\infty = R/c$ die Rydbergkonstante ist und c die Lichtgeschwindigkeit.

Abb. 1: Termschema des H-Atoms Jede Serie wird durch ein festes Endniveau n und variable Ausgangsniveaus $m > n$ beschrieben. Für die Balmer-Serie ist $n=2$ (siehe Termschema, Abb. 1). Die ersten vier Linien liegen im sichtbaren Bereich des elektromagnetischen Spektrums und sind mit dem Auge gut zu beobachten.

2.2. Prismenspektrometer

Gasentladungslampen emittieren diskrete Wellenlängen, wobei dieses sog. Linienspektrum charakteristisch für das verwendete Füllgas ist. Zur spektralen Untersuchung wird ein Prismenspektrometer eingesetzt (siehe Abb. 3).

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch A2
Institut für Physik	Atomspektren	Seite 3

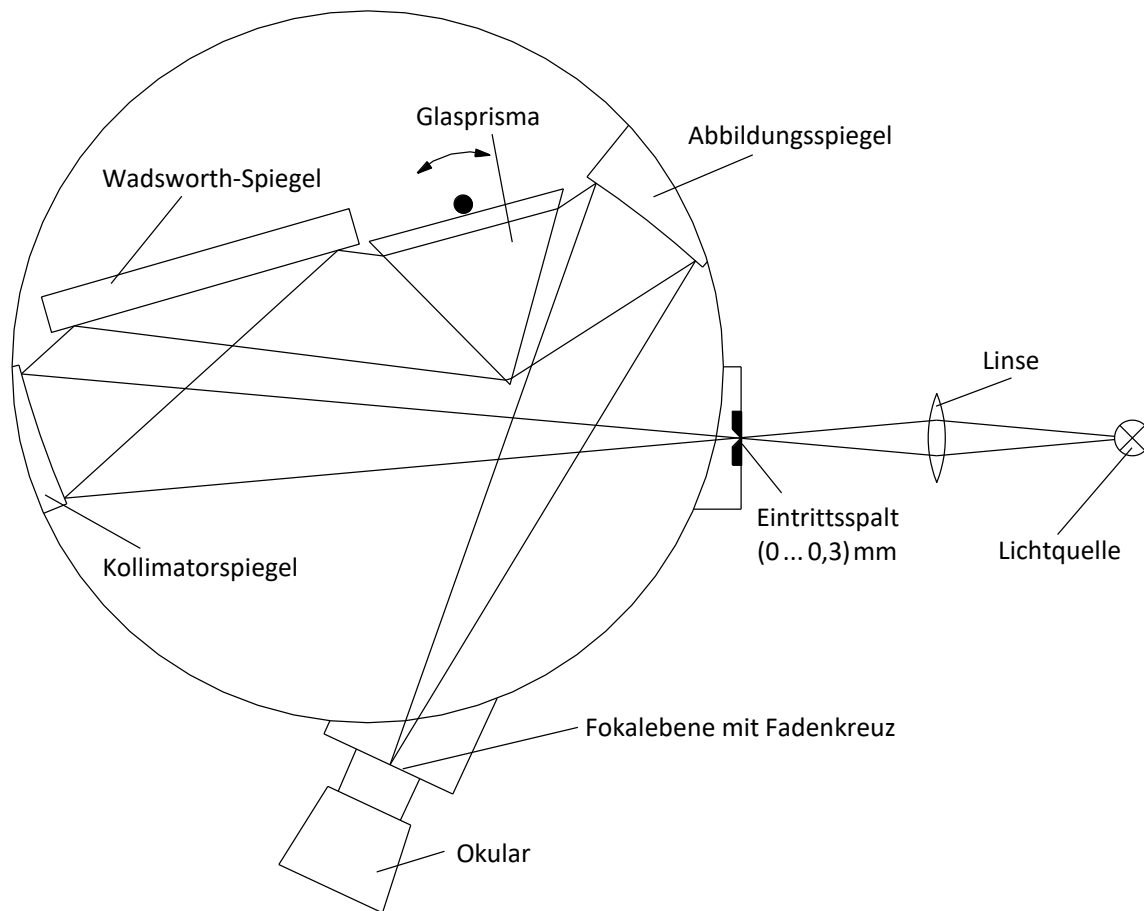
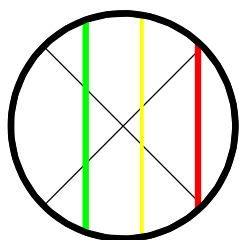


Abb. 3: Strahlengang im verwendeten Prismenspektrometer

Das Licht der zu untersuchenden Lampe wird mit einer Linse ($f \approx 50\text{mm}$) auf den einstellbaren Eintrittsspalt etwa 1:1 abgebildet. Der nachfolgende Kollimatorspiegel bildet den Spalt ins Unendliche ab, d. h. das Licht durchsetzt das Glasprisma als nahezu paralleles Strahlenbündel. Durch den Wadsworth-Spiegel im Strahlengang wird erreicht, dass im Prisma stets die Bedingung der Minimalablenkung erfüllt ist. Das heißt, der Einfallswinkel und Ausfallswinkel sind gleich. Das Prisma wird symmetrisch vom Strahl durchlaufen.

Der dahinter befindliche Abbildungsspiegel bildet den Eintrittsspalt in seiner Fokalebene ab, welche mit dem Okular beobachtet werden kann. Emittiert die Lichtquelle nur diskrete Wellenlängen (Linienspektrum), dann sind die verschiedenfarbigen Spaltbilder getrennt nebeneinander sichtbar.



Durch Verdrehen des Prismen­tis­chs mit Hilfe einer äußeren Messschraube kann eine gewünschte Spektrallinie ins Zentrum des Fadenkreuzes im Okular gebracht werden. Wegen der Dispersion im Okular muss man den Dioptrienausgleich jeweils an die betrachtete Lichtwellenlänge anpassen.

Abb. 2: Gesichtsfeld des Beobachtungso­ku­lars mit Fadenkreuz und Spektrallinien

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch A2
Institut für Physik	Atomspektren	Seite 4

3. Messanleitung und Auswertung

Zunächst ist das Prismenspektrometer zu kalibrieren. Hierzu stehen am Versuchsplatz eine Hg-Spektrallampe und eine He-Spektrallampe zur Verfügung. Die Wellenlängen der markantesten Spektrallinien sind in den folgenden Tabellen aufgelistet (Walcher, 2004):

Spektrallinien der Hg-Lampe	
404,66 nm	Violett, mittel
407,78 nm	Violett, mittel
435,84 nm	Blau, stark
491,60 nm	Blaugrün, mittel
546,07 nm	Grün, stark
576,96 nm	Gelb, sehr stark
579,07 nm	Gelb, sehr stark
623,44 nm	Rot, schwach
690,72 nm	Rot, schwach

Spektrallinien der He-Lampe	
438,79 nm	Blau, schwach
447,15 nm	Blau, stark
471,31 nm	Blau, schwach
492,19 nm	Blaugrün, mittel
501,57 nm	Blaugrün, mittel
504,77 nm	Grün, schwach
587,56 nm	Gelb, sehr stark
667,82 nm	Rot, stark
706,54 nm	Rot, schwach

Nacheinander werden alle gut sichtbaren Linien hinter das Fadenkreuz des Okulars gebracht und es wird jeweils die Anzeige der Messschraube notiert. Die Zuordnung zu den Wellenlängen der Spektrallinien erfolgt an Hand der Linienfarbe und -intensität. Eventuell kann es notwendig sein die Breite des Eintrittsspalt es etwas zu variieren. Zur Erstellung der Kalibrierkurve ist es empfehlenswert das Praktikumsprogramm *PhysPract* zu verwenden. Man trägt im Auswertefenster „*nichtlineare Regression*“ die angegebenen Wellenlängen für beide Lampen in einem gemeinsamen Diagramm über den abgelesenen Skalenteilen auf. Die Messwerte können dann durch eine in x- und y-Richtung verschobene Hyperbel der Form

$$y = \frac{a}{x - b} + c \quad (10)$$

angepasst werden. Die Parameter a , b und c werden vom Programm optimiert und mit den dazugehörigen Standardunsicherheiten angegeben.

Nach erfolgter Kalibrierung des Prismenspektrometers sind die Skalenteile für die sichtbaren Spektrallinien der Balmerlampe zu messen. Es ist auf eine einzelne, ganz schwache Linie am violetten Ende des Spektrums zu achten, die häufig übersehen wird. Mit Hilfe der Hyperbelgleichung können für alle beobachteten Linien der Balmerlampe die zugehörigen Wellenlängen berechnet werden. Nicht alle beobachtbaren Linien gehören zum Wasserstoffspektrum, da die Balmerlampe eine Wasserdampfampe ist. Die richtige Zuordnung der Balmerlinien erfolgt durch geeignete grafische Darstellung. Dazu zeichnet man die Kehrwerte der Wellenlänge $1/\lambda$ als horizontale Geraden von der Ordinate aus und die Differenzen $1/n^2 - 1/m^2$ als vertikale Geraden von der Abszisse aus in ein Diagramm. Nur die richtig zugeordneten reziproken Wellenlängen liegen auf einer Geraden durch den Ursprung mit dem Anstieg R_∞ (Rydbergkonstante, vgl. Abb. 4). Die Rydbergfrequenz erhält man gemäß Gl. (8) und (9) durch Multiplikation mit der Lichtgeschwindigkeit.

Die Unsicherheit der aus der Kalibrierkurve bzw. Hyperbelgleichung gefundenen Wellenlängen ist abzuschätzen und daraus die Standard- bzw. kombinierte Unsicherheit der Endergebnisse zu berechnen.

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch A2
Institut für Physik	Atomspektren	Seite 5

4. Auswahl der Balmerlinien im Spektrum der Wasserdampfampe mithilfe von „PhysPract“

Man öffnet ein Bearbeitungsfenster für die lineare Regression und geht dann folgendermaßen vor:

- Im Auswahlfeld „Berechnung“ wählt man die Gerade durch den Ursprung und trägt danach im Eingabegitter einen Punkt (0,0) ein.
- Der „Messpunkt“ kann jetzt mit dem Menübefehl *Aktionen | Messpunkte neu zeichnen* dargestellt werden. Neben dem Knopf *Gerade #1 zeichnen* der Schnellstartleiste lässt sich jetzt ein Optionsmenü öffnen. Das Setzen des Häkchens bei „Einzelwerte als Hilfslinien“ bewirkt, dass einzelne Zahlen im Eingabegitter, die gewöhnlich von Programm ignoriert werden, nun die Positionen horizontaler oder vertikaler Linien in der Grafik vorgeben.

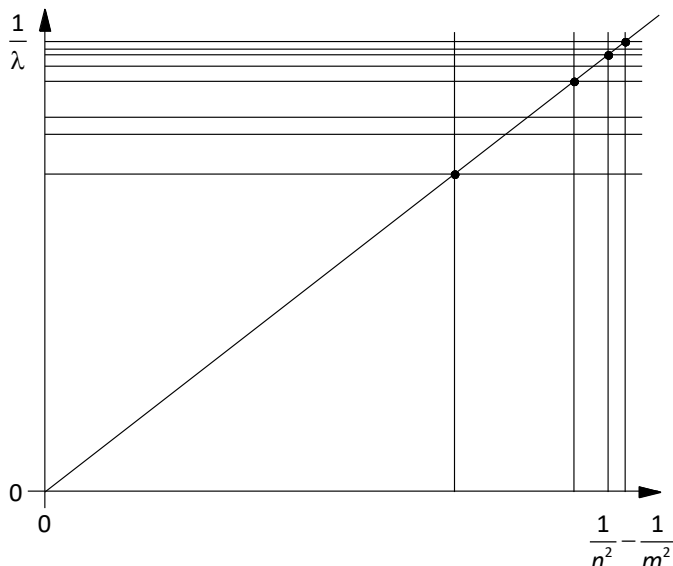


Abb. 4: Zur Auswahl der Balmerlinien

- Trägt man nun als einzelne X-Werte die Zahlen $1/n^2 - 1/m^2$ für die ersten vier Balmerlinien ein, dann erscheinen nach Ausführung des Zeichenbefehls vertikale Linien mit geringer werdendem Abstand (vgl. Abb. 1, Termschema). Analog verfährt man mit den aus den Messdaten berechneten Kehrwerten $1/\lambda$, indem man sie auch einzeln in Zellen für Y-Werte einträgt und anschließend zeichnet.
- Bei gleichzeitig gedrückt gehaltener Strg- und Alt-Taste klickt man nun mit der linken Maustaste in den skalierten Bereich der Grafik und kann sich eine geeignete Gerade durch die Schnittpunkte der Hilfslinien ziehen. Hierbei werden in hinreichender Nähe zur Geraden liegende Punkte farblich hervorgehoben. Die Hilfsgerade sowie die markierten Schnittpunkte bleiben beim Loslassen der Maustaste erhalten, wenn dabei wieder die Strg- und Alt-Taste gedrückt werden.
- Hat man die richtige Zuordnung gefunden, können in das Eingabegitter die zueinander gehörenden Wertepaare zusammengestellt und als Punkte dargestellt werden. Die nachfolgende Berechnung der Ausgleichgeraden liefert als Anstieg direkt die Rydbergkonstante R_∞ (vgl. Abb. 4).

5. Kontrollfragen

1. Was beinhaltet das Bohr'sche Atommodell? Wie lassen sich damit die diskreten Spektrallinien erklären?
2. Was ist die Balmer-Serie des Wasserstoffatoms? Warum wird diese im Experiment untersucht (und keine der anderen Serien)?
3. Wie kann man Licht in seine spektralen Anteile zerlegen?