

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E4
Institut für Physik	Millikan-Versuch	Seite 1

1. Aufgabenstellung

1.1. Aus der Steig- und Fallgeschwindigkeit im elektrischen Feld eines Plattenkondensators sind die Ladungen von 10 Öltröpfchen nach verschiedenen Methoden zu bestimmen.

1.2. Die berechneten Ladungen sind in einem geeigneten Diagramm darzustellen, die elektrische Elementarladung ist zu ermitteln.

Literatur:	Schenk, W., Kremer, F. (Hrsg.)	Physikalisches Praktikum Vieweg + Teubner Verlag Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 13., überarbeitete Auflage 2011, S. 319-321
	Walcher, W.	Praktikum der Physik B. G. Teubner Stuttgart Leipzig Wiesbaden 8. Auflage 2004, S. 310-313
	Becker, J., Jodl, H.-J.	Physikalisches Praktikum für Naturwissenschaftler und Ingenieure VDI-Verlag GmbH Düsseldorf 1991, S. 152-155

2. Grundlagen

Mithilfe der so genannten *Öltröpfchen-Methode* gelang *Robert Andrews Millikan* in den Jahren 1909 bis 1910 erstmalig eine präzise Bestimmung der elektrischen Elementarladung (Nobelpreis 1923). Das Messprinzip beruht auf der Beobachtung elektrisch geladener kleiner Öltröpfchen, die sich im homogenen elektrischen Feld eines Plattenkondensators befinden. Deren beispielsweise durch Reibungselektrizität erzeugte Ladung Q muss dabei ein Vielfaches n der Elementarladung e sein.

In Luft wirken auf ein solches Tröpfchen die Gewichtskraft \vec{F}_G , die Auftriebskraft \vec{F}_A , die elektrische Feldkraft \vec{F}_E sowie bei Bewegung die Reibungskraft \vec{F}_R . Infolge der Oberflächenspannung wird die Oberfläche des Tröpfchens minimiert, daraus ergeben sich seine kugelförmige Gestalt und damit das Stokesche Reibungsgesetz:

$$\vec{F}_R = -6\pi\eta r \vec{v} \quad (1)$$

mit η - dynamische Viskosität der Luft, r - Tröpfchenradius und \vec{v} - Geschwindigkeit. Bewegt sich das Tröpfchen anfangs noch beschleunigt, dann wächst $|\vec{F}_R|$ mit $|\vec{v}|$ und nach kurzer Zeit wird die resultierende Kraft Null, so dass $|\vec{v}|$ konstant bleibt. Man erhält mit den entsprechenden Ausdrücken für die Kräfte:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \vec{g} + ne\vec{E} - 6\pi\eta r \vec{v} = \vec{0}. \quad (2)$$

In einem eindimensionalen Koordinatensystem in Richtung der Erdbeschleunigung \vec{g} und nach Einführung einer effektiven Öldichte $\rho = \rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}$ lassen sich, abhängig vom Messparameter $E = |\vec{E}|$, folgende Fälle unterscheiden:

a) $E = 0$, das Tröpfchen bewegt sich unter dem Einfluss von Schwer- und Reibungskraft mit der Geschwindigkeit v_0 :

$$v_0 = \frac{2\rho g r^2}{9\eta}. \quad (3)$$

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E4
Institut für Physik	Millikan-Versuch	Seite 2

- b) Die elektrische Feldkraft zeigt in Richtung der Erdbeschleunigung \vec{g} , daraus ergibt sich eine erhöhte Fallgeschwindigkeit v_+ :

$$v_+ = \frac{neE + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g}{6\pi\eta r}. \quad (4)$$

- c) Die elektrische Feldkraft zeigt gegen die Erdbeschleunigung und ist zusammen mit der Auftriebskraft größer als die Gewichtskraft, d. h. $neE > \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$. Damit steigt das Tröpfchen mit der Geschwindigkeit v_- :

$$v_- = \frac{neE - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g}{6\pi\eta r}. \quad (5)$$

- d) Die elektrische Feldkraft zeigt gegen die Erdbeschleunigung und kompensiert zusammen mit der Auftriebskraft das Gewicht des Tröpfchens, somit schwebt es und man erhält:

$$neE = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g. \quad (6)$$

v_0 , v_- und v_+ sind hierbei die gemessenen *Beträge* der Geschwindigkeiten.

Mit üblichen Zerstäubern ergeben sich erfahrungsgemäß Öltröpfchen, deren Durchmesser mit der mittleren freien Weglänge $\bar{\lambda}$ der Luftmoleküle vergleichbar sind (für Luft unter Normalbedingungen ist $\bar{\lambda} \approx 6 \cdot 10^{-8} \text{ m}$). Dann ist η nicht mehr die Viskosität gegen makroskopische Körper, sondern von Tröpfchenradius r sowie Luftdruck p abhängig und muss daher modifiziert werden (*Cunningham-Korrektur*):

$$\eta_k = \frac{\eta}{1 + \frac{A}{r_k p}}. \quad (7)$$

In diesem Fall ist die Radienbestimmung in (3) bzw. der Kombination aus (4) und (5) so durchzuführen, dass die korrigierte Viskosität bereits den korrigierten Tröpfchenradius r_k enthält (siehe unten). Die unkorrigierte Viskosität η wird zunächst aus der zugeschnittenen Größengleichung

$$\eta(\vartheta) = [1,835 \cdot 10^{-5} - 4,9 \cdot 10^{-8} (20 - \vartheta)] \text{ Pa s} \quad (8)$$

berechnet. ϑ ist hierbei der Zahlenwert der Celsiustemperatur im Kondensator, für die näherungsweise die Temperatur in der Nähe des Versuchsplatzes benutzt wird. Für A wird der von Millikan gefundene Wert empfohlen: $A = 8,22 \cdot 10^{-3} \text{ Pa m}$.

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E4
Institut für Physik	Millikan-Versuch	Seite 3

Zur experimentellen Bestimmung der interessierenden Größen korrigierter Tröpfchenradius r_k und Tröpfchenladung $Q = ne$ ist immer die Kombination zweier der Fälle a) bis d) unter Beachtung von (7) nötig. Hieraus ergeben sich drei Messmethoden:

Schwebemethode: Man ermittelt gemäß d) die elektrische Feldstärke E_s , die ein geladenes Tröpfchen in der Schwebelage hält, und misst entsprechend a) seine Sinkgeschwindigkeit v_0 ohne Feld. Die Kombination der hierbei gültigen Gleichungen (3) und (7) ergibt:

$$r_k^2 = \frac{9\eta v_0}{2\rho g \left(1 + \frac{A}{r_k p}\right)} \Rightarrow r_k = -\frac{A}{2p} + \sqrt{\frac{9\eta}{2\rho g} v_0 + \left(\frac{A}{2p}\right)^2}; \quad (9)$$

$$ne = \frac{4\pi\rho g r_k^3}{3E_s}. \quad (10)$$

Dynamische Einfeldmethode: Man kombiniert a) und c), bestimmt also v_0 wie bei der Schwebemethode und die Steiggeschwindigkeit v_- in einem hinreichend starken elektrischen Feld. Der Tröpfchenradius ist wie bei der Schwebemethode nach (9) zu berechnen und für die Ladung erhält man:

$$ne = \frac{6\pi\eta_k r_k}{E} (v_0 + v_-). \quad (11)$$

Dynamische Zweifeldmethode: Hat man die Möglichkeit der Umpolung des elektrischen Feldes, ohne seinen Betrag zu ändern, dann kann man b) und c) kombinieren. Für Tröpfchenradius und Gesamtladung findet man:

$$r_k^2 = \frac{9\eta (v_+ - v_-)}{4\rho g \left(1 + \frac{A}{r_k p}\right)} \Rightarrow r_k = -\frac{A}{2p} + \sqrt{\frac{9\eta}{4\rho g} (v_+ - v_-) + \left(\frac{A}{2p}\right)^2}; \quad (12)$$

$$ne = \frac{3\pi\eta_k r_k}{E} (v_+ + v_-). \quad (13)$$

Man beachte, dass die Tröpfchenladungen in (11) und (13) mit der korrigierten Viskosität nach (7) berechnet werden.

3. Messanleitung

Die Messapparatur zur Bestimmung der Elementarladung besteht aus einem Plattenkondensator, dessen Innenraum zwischen den Elektroden durch einen Kunststoffmantel gegen Luftbewegungen und weitestgehend gegen Fremdlicht geschützt ist. Mit einem Zerstäuber können Öltröpfchen in einen aufgeklebten Zylinder gesprüht und durch Aufsetzen des Deckels über ein kleines Bohrloch in den Kondensator gedrückt werden.

Die Beleuchtung des Kondensators erfolgt seitlich vor einem dunklen Hintergrund, durch das angebrachte Mikroskop werden die Öltröpfchen dann als helle Punkte sichtbar, verschiedene Betrachtungsebenen können an der Rändelschraube für die Scharfstellung gewählt werden. Zur genauen

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E4
Institut für Physik	Millikan-Versuch	Seite 4

Vermessung der zurückgelegten Wegstrecken ist im Okular ein Liniengitter eingeschraubt, in Verbindung mit der angebrachten Videokamera und dem Monitor kann die Bewegung der Tröpfchen gut verfolgt werden (Abb. 1). Die Kamera ist so am Mikroskop angebracht, dass das ursprünglich umgekehrte Bild auf dem Monitor wieder richtig herum angezeigt wird.

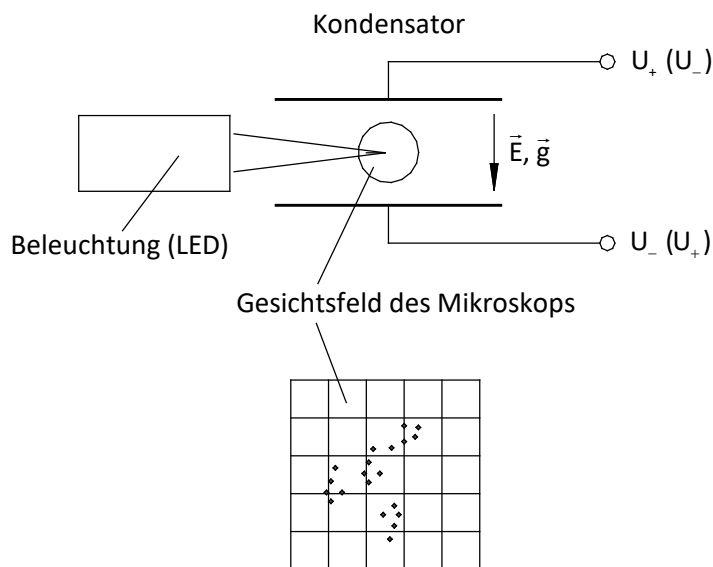


Abb. 1: Prinzipaufbau der Messapparatur

In das Steuergerät für die Kondensatorspannung sind zwei Stoppuhren integriert, die je nach Feldpolarität ausgewählt werden. Eine genauere Beschreibung der Bedienung liegt am Versuchsplatz aus. Nur bei ausgeschalteter Stoppuhr kann die Kondensatorspannung um- bzw. abgeschaltet werden.

Bei abgeschaltetem elektrischen Feld bringt man zunächst Öltröpfchen in den Luftkondensator. Hierzu reicht ein kurzer, aber kräftiger Sprühstoß mit dem Zerstäuber in den Kunststoffzylinder aus. Hiernach genügt es noch einige Male, lediglich den Deckel

leicht zu öffnen und gleich wieder zu schließen, um neue Messobjekte zu erzeugen. Am Spannungsumschalter wird die Kondensatorspannung fest auf 500 V eingestellt, wobei der angezeigte korrekte Wert zu notieren ist.

Für die Messungen sucht man sich Öltröpfchen aus, die sich unter dem Einfluss des elektrischen Feldes verhältnismäßig langsam bewegen (geringe Anzahl von Elementarladungen). Sodann werden für das gewählte Tröpfchen alle drei zuvor beschriebenen Methoden zur Bestimmung der Elementarladung angewandt und die Vorgehensweise für möglichst viele Objekte wiederholt.

3.1. Dynamische Einfeld-/Schwebemethode

Die Polarität der angelegten Kondensatorspannung wird durch die Stellung der Kippschalter neben den Anschlussbuchsen des Steuergerätes festgelegt und richtet sich nach dem Vorzeichen der Ladung des zu untersuchenden Tröpfchens. Jeder Start der Stoppuhr inkrementiert einen Streckenzähler, die zugehörige gestoppte Zeit akkumuliert das Steuergerät, so dass v_0 und v_- durch Wiederholung der Zeitmessungen bei gleicher Wegstrecke (5...10mal, je nach Tröpfchengeschwindigkeit) leicht gemittelt werden können.

Für die Schwebemethode an demselben Tröpfchen braucht jetzt nur noch die Spannung U_s für den Schwebefall gefunden zu werden. Hierzu stellt man den Spannungswahlschalter auf „var“, so dass mit dem Potentiometer die Kondensatorspannung auf einen solchen Wert gebracht werden kann, dass das Tröpfchen sich nicht mehr bewegt. Dieses Ziel ist jedoch wegen der tänzelnden Bewegung der kleinen Teilchen (*Brownsche Molekularbewegung*) nicht leicht zu erreichen.

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E4
Institut für Physik	Millikan-Versuch	Seite 5

3.2. Dynamische Zweifeldmethode

Die Vorgehensweise entspricht im Wesentlichen der dynamischen Einfeldmethode, das erforderliche Umpolen des elektrischen Feldes zur Bestimmung von v_+ wird erreicht, indem beide Kippschalter an den Anschlussbuchsen des Steuergerätes nach rechts umgelegt werden. Bei Zeitmangel kann auf die nochmalige Bestimmung von v_- verzichtet werden (hierzu Tröpfchen mit 800V „zurückziehen“).

4. Auswertung

Unmittelbare Messgrößen sind Fallzeit t_f , Steigzeit t_s , die dabei zurückgelegten Wegstrecken s_f und s_s in Skalenteilen des Okulgitters, die Spannung U für Steigen und Sinken bzw. U_s für Schweben, weiterhin die Raumtemperatur ϑ am Versuchsplatz sowie der Luftdruck p . Der Abstand zweier Linien des Okulgitters entspricht einer Strecke $s = 0,465\text{ mm}$ in der Beobachtungsebene (vgl. Aufkleber am Monitor).

Wegen der aufwendigen Auswertung der gemessenen Daten nach (7) bis (13) empfiehlt sich die Verwendung eines Tabellenkalkulationsprogramms. (MS-Excel® und eine entsprechend angepasste Rechenvorlage sind auf den Praktikumsrechnern vorhanden, vgl. Hinweise im Anhang).

Für die Berechnung der Elementarladung weiterhin benötigte Messplatzparameter sind:

- Abstand der Kondensatorplatten: $d = 6,0\text{ mm}$
- Dichte des Öls: $\rho_{\text{öl}} = 875,3\text{ kg/m}^3$

Die Dichte der Luft ist aus der Normaldichte $\rho_{\text{Luft},0} = 1,2928\text{ kg/m}^3$ bei $\vartheta_0 = 0^\circ\text{C}$ und dem Normaldruck $p_0 = 1013,25\text{ hPa}$ zu berechnen.

Im Rahmen des Grundpraktikums wird eine vereinfachte Auswertung benutzt, die die Bestätigung des bekannten Wertes der Elementarladung zum Ziel hat. Dazu werden die gefundenen Gesamtladungen Q in ein Diagramm $Q(r_k)$ eingetragen, dessen Q -Achse in Einheiten von $e = 1,602 \cdot 10^{-19}\text{ As}$ unterteilt ist. In der Grafik müssen Tröpfchennummer und die jeweils benutzte Messmethode erkennbar sein. Die Häufung der Messwerte bei ne ($n = 1, 2, \dots$) erlaubt die Bestätigung der Elementarladung.

Der bei diesem Versuch gefundene Wert wird als Mittelwert aller Tröpfchenladungen und -methoden, geteilt durch die Anzahl n , mit seiner statistischen Unsicherheit (Standardabweichung) angegeben.

5. Anhang – Kurzhinweise zur Benutzung der Excel-Vorlage „E4 - Auswertung“

a) Datum/Messbedingungen

Diese Eingaben sollten in Übereinstimmung zu den Aufzeichnungen des Messprotokolls sein. Der Luftdruck kann auch in Torr (mmHg) eingegeben werden, je nach abgelesenem Barometer. Die Eingaben sind auf allen Registerkarten gesondert vorzunehmen. Angepasst werden Viskosität und Dichte der Luft sowie die effektive Öldichte.

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E4
Institut für Physik	Millikan-Versuch	Seite 6

b) Bewegungsdaten

Zur Bestimmung der Geschwindigkeiten v_0 , v_+ bzw. v müssen benötigte Zeit und die zurückgelegte Wegstrecke eingegeben werden. Entweder wurden diese Daten bereits selbst gemittelt oder es sind einfach die vom Steuergerät summierte Gesamtzeit und die dabei zurückgelegte Wegstrecke in Vielfachen der am Monitor beobachteten Skalenteile anzugeben.

c) Berechnungen

Für jedes Tröpfchen werden Radius, Gesamtladung und Ladung in Vielfachen der Elementarladung berechnet. Die Vielfachen der Ladung sollten auf ganze Zahlen gerundet und in die Eingabezellen unten rechts eintragen werden. Links davon erscheinen dann die von gefundenen „Elementarladungen“, die letztlich zur Angabe des Endergebnisses gemittelt und um die Standardunsicherheit ergänzt werden müssen.