

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E5
Institut für Physik	Halleffekt	Seite 1

1. Aufgabenstellung

- 1.1. An einer Germaniumprobe ist die Hallspannung bei Raumtemperatur und konstanter magnetischer Flussdichte als Funktion der Stromstärke zu messen. Aus dem erwarteten linearen Zusammenhang ist die Hallkonstante zu bestimmen und das Vorzeichen der Ladungsträger anzugeben.
- 1.2. Ebenfalls bei Raumtemperatur ist die Hallspannung als Funktion der magnetischen Flussdichte bei konstantem Strom zu messen und grafisch darzustellen. Daraus ist ebenfalls die Hallkonstante zu bestimmen und mit dem Ergebnis aus 1.1 zu vergleichen. Außerdem ist die Konzentration der Ladungsträger und deren Hallbeweglichkeit zu berechnen.
- 1.3. Bei konstanter Stromstärke ist ohne Magnetfeld der Spannungsabfall an der Probe als Funktion ihrer Temperatur zu messen. Aus den Messwerten im Eigenleitungsgebiet ist die Bandlücke von Germanium zu bestimmen.

2. Grundlagen

2.1. Halleffekt

Wird eine dünne Platte mit beweglichen Ladungsträgern von einem gleichmäßig über ihren rechteckigen Querschnitt verteilten Strom $I_p = j_x b d$ durchflossen, so fällt in Stromrichtung eine elektrische Spannung U_p ab (s. Abb. 1a). Senkrecht dazu findet kein Spannungsabfall statt. Bringt man nun die Probe in ein zur Stromrichtung senkrechtes Magnetfeld der Flussdichte B_y (s. Abb. 1b), so werden die sich mit der Driftgeschwindigkeit \vec{v} bewegendes Ladungsträger durch die Lorentzkraft $\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B}$ in z-Richtung abgelenkt. An der einen Fläche der Probe sammeln sich die Ladungsträger und hinterlassen auf der gegenüber liegenden Fläche eine entgegengesetzte Raumladung, bis, wie in Abb. 1c dargestellt, die transversale elektrische Feldkraft $\vec{F}_{el} = q E_z \vec{e}_z$ die Lorentz-Kraft gerade kompensiert:

$$q v_x B_y \vec{e}_z - q E_z \vec{e}_z = 0. \quad (1)$$

Das elektrische Feld in z-Richtung bewirkt, dass in dieser Richtung eine Spannung, die sog. Hallspannung U_H , messbar ist:

$$U_H = E_z b. \quad (2)$$

Aus (1) und (2) erhält man

$$U_H = v_x B_y b. \quad (3)$$

Die Driftgeschwindigkeit v_x der Ladungsträger ist aus den geometrischen und elektrischen Daten der Probe sowie dem Steuerstrom I_p bestimmbar:

$$j_x = \frac{I_p}{b d} = n q v_x, \quad (4)$$

wobei n die Konzentration der Ladungsträger bezeichnet. Die Hallspannung lässt sich folglich mit experimentell zugänglichen Größen ausdrücken:

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E5
Institut für Physik	Halleffekt	Seite 2

$$U_H = \frac{1}{nq} \cdot \frac{I_p B_y}{d} = A_H \frac{I_p B_y}{d} \quad (5)$$

Lediglich vom Material abhängig, aber nicht von den Versuchsbedingungen ist die Hallkonstante

$$A_H = \frac{1}{nq} \quad (6)$$

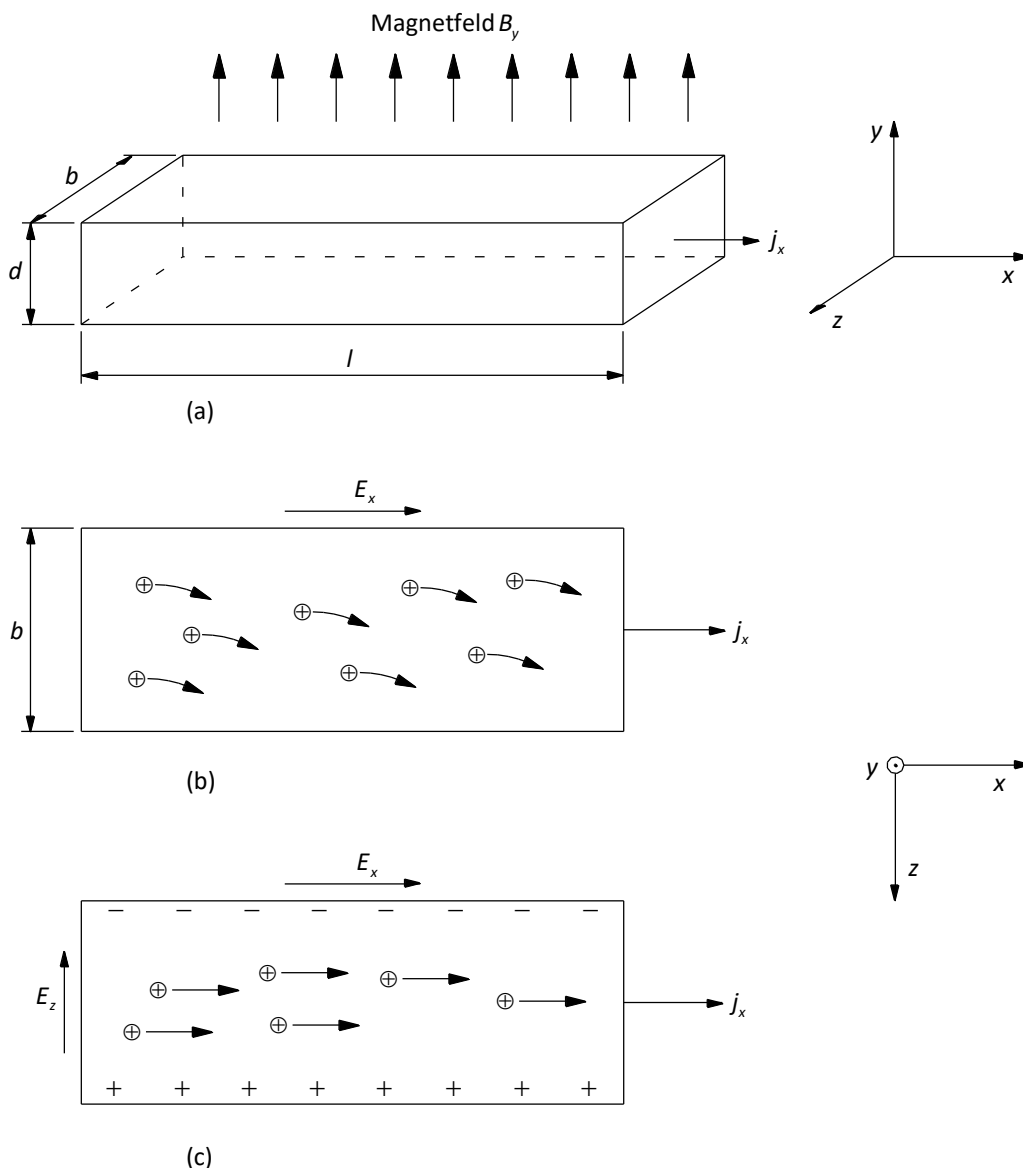


Abb. 1: Standardgeometrie für den Halleffekt. (b) Bewegung der Ladungsträger direkt nach Einschalten des B-Feldes. (c) Stationärer Zustand. Blickrichtung bei (b) und (c) von oben.

In dieser Form ist (6) nur korrekt wenn die elektrische Leitfähigkeit eines Materials von nur einer Art Ladungsträger bestimmt wird (Metalle und stark dotierte Halbleiter). Tragen jedoch zwei verschiedene Arten von Ladungsträgern bei (Halbleiter allgemein), so wird die Formel komplizierter. Gleichungen (5)

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E5
Institut für Physik	Halleffekt	Seite 3

bzw. (6) gelten in guter Näherung auch für den Fall der Störstellenleitung in Halbleitern, wenn die Konzentration von Elektronen oder die von Löchern stark überwiegt (n-Leitung für $n_n \gg n_p$ oder p-Leitung für $n_p \gg n_n$). Für die Hallkonstante A_H sind dann Konzentration und Beweglichkeit der Majoritätsladungsträger zu verwenden.

2.2. Bandlücke

Die elektrische Leitfähigkeit σ eines Halbleiters hängt von der Konzentration der freien Ladungsträger sowie deren Beweglichkeit ab, wobei letztere durch Stoßprozesse bestimmt wird. Beide Größen sind temperaturabhängig. Im Bereich der Eigenleitung (undotiertes Material oder hohe Temperaturen) wird die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit von der Ladungsträgerkonzentration beherrscht, welche exponentiell mit der Temperatur verknüpft ist

$$\sigma = \sigma_\infty \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right). \quad (7)$$

E_g bezeichnet die Bandlücke, d.h. den energetischen Abstand zwischen Valenz- und Leitungsband, k die Boltzmannkonstante, T die absolute Temperatur und σ_∞ eine stoffspezifische Konstante. Stellt man den natürlichen Logarithmus der normierten Leitfähigkeit über dem Kehrwert der Temperatur dar, so erhält man im Fall der Eigenleitung einen linearen Zusammenhang:

$$\ln\left[\frac{\sigma(T)}{\sigma_0(T_0)}\right] = -\frac{E_g}{2k} \cdot \frac{1}{T} + const, \quad (8)$$

aus dessen Anstieg sich die Bandlücke E_g bestimmen lässt. $\sigma_0(T_0)$ ist beispielsweise der Wert der Leitfähigkeit bei der Ausgangstemperatur T_0 zu Beginn der Messung. Sie wird im vorliegenden Versuchsaufbau durch die Dotierung des Halbleiterplättchens bestimmt.

Man kann davon ausgehen, dass bei Zimmertemperatur alle Donatoren (n-Leitung) bzw. Akzeptoren (p-Leitung) ionisiert vorliegen und nennt dieses Leitfähigkeitsgebiet *Störstellenschöpfung*. Damit ist die Konzentration der Ladungsträger festgelegt, eine Temperaturerhöhung führt deshalb anfangs zu einer Erhöhung des Widerstandes der Probe infolge der zunehmenden Streuung der Ladungsträger durch Gitterschwingungen. Mit weiter steigender Temperatur wird die thermische Anregung von Valenzelektronen in das Leitungsband immer wahrscheinlicher und der Verlauf der Leitfähigkeit folgt zunehmend Gl. (7).

3. Messanleitung und Auswertung

Der Versuchsaufbau besteht im Wesentlichen aus einem Spulenpaar, dem Halleffekt-Steuergerät, einer Magnetfeldsonde und einem Netzgerät. Die eigentliche Probe ist ein Germaniumkristall, der auf eine Leiterplatte aufgelötet ist. Neben den notwendigen Kontakten für Strom und Spannung enthält die Leiterplatte auch eine Probenheizung und einen Temperaturfühler. Die Leiterplatte ist über ein Flachbandkabel fest mit dem Halleffekt-Steuergerät verbunden, wo die jeweils gewünschte Messgröße abgelesen bzw. abgegriffen werden kann. Zur Versorgung des Steuergerätes werden 12V Wechselspannung benötigt, die vom Netzgerät zur Verfügung gestellt werden. Das gleiche Netzgerät wird zur Erzeugung des Magnetfeldes der in Reihe geschalteten Spulen, die auf einem U-Eisenkern stecken,

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E5
Institut für Physik	Halleffekt	Seite 4

verwendet. Da die Magnetfeldstärke durch die Stromstärke in den Spulen bestimmt wird, stellt man den Spannungsregler des Netzgerätes auf seinen höchsten Wert und regelt den Strom. Um die Richtung der magnetischen Flussdichte zu bestimmen, umfährt man den auf beiden Spulengehäusen aufgeprägten Wickelsinn mit den Fingern der rechten Hand (technische Stromrichtung). Dann zeigt der Daumen in Richtung des magnetischen Flusses.

Vom zu untersuchenden Germaniumplättchen sind folgende Maße gegeben:

- Dicke: $d = (1,0 \pm 0,01) \text{ mm}$
- Länge in x-Richtung: $l = (20,0 \pm 0,2) \text{ mm}$
- Querschnitt: $A = b d = (10,0 \pm 0,2) \text{ mm}^2$

3.1. Messung der Hall-Spannung als Funktion der Stromstärke bei konstantem Magnetfeld ($B = 300 \text{ mT}$)

Steuerstrombereich für diesen Aufgabenteil: $I_p = (-33 \dots +33) \text{ mA}$ in Schritten von etwa $(4 \dots 5) \text{ mA}$

Vor Beginn der eigentlichen Messung muss der Nullabgleich der Magnetfeldsonde durchgeführt werden. Dazu müssen die beiden Polschuhe vor und hinter der Germaniumprobe abgenommen werden, um Verfälschungen durch deren Remanenz zu verhindern. Dann platziert man die Hallsonde genauso wie bei den späteren Messungen. Der Abgleich des Teslameters erfolgt mit Hilfe des Stellknopfes am Gerät.

Aus fertigungstechnischen Gründen erfolgt der Abgriff der Hallspannung am Germaniumkristall nicht völlig symmetrisch. Das führt zu einer vom Steuerstrom abhängigen Fehlerspannung $U_F(I_p)$ führt. Um deren Einfluss auf die gemessene Hallspannung später korrigieren zu können, wird zunächst bei noch abgenommenen Polschuhen und geöffnetem Magnetstromkreis eine Messung der „Hallspannung“ im angegebenen Steuerstrombereich durchgeführt. Dazu wird der Steuerstrom $I_p \equiv I_K$ für das Halbleiterplättchen am entsprechenden Potentiometer des Basisgerätes eingestellt und nach Drücken des entsprechenden Tasters an der Anzeige abgelesen. Die Hallspannung U_H und der Spannungsabfall U_p über der Probe werden an den Buchsen der Frontplatte mit separaten Multimetern direkt bestimmt.

Diese ermittelten Fehlerspannungen können dann vorzeichenrichtig von den Werten der zweiten Messreihe bei einem Magnetfeld von $B \equiv B_y = 300 \text{ mT}$ subtrahiert werden. Das Vorexperiment dient auch dazu, gleichzeitig den Spannungsabfall $U_p(I_p)$ zu notieren, um daraus den Probenwiderstand R_0 berechnen zu können. Dazu wird das Zeichnen einer Widerstandskennlinie mit dem Praktikumsprogramm empfohlen.

Wegen des ebenfalls linear erwarteten Zusammenhangs $U_H(I_p)$ ist eine Ausgleichsgerade durch die korrigierten Messpunkte zu zeichnen (Praktikumsprogramm) und aus ihrem Anstieg nach (5) die Hallkonstante A_H zu berechnen.

3.2. Messung der Hall-Spannung als Funktion des Magnetfeldes bei konstantem Steuerstrom ($I = 25 \text{ mA}$)

Für diesen Aufgabenteil wird der Steuerstrom I_p durch den Germaniumkristall konstant auf 25 mA eingestellt und die Hallspannung als Funktion der magnetischen Flussdichte B für beide Feldrichtungen

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E5
Institut für Physik	Halleffekt	Seite 5

gen gemessen. Korrekterweise sollte von allen Messwerten die Fehlerspannung U_F aus 3.1 für den eingestellten Steuerstrom subtrahiert werden.

Magnetfeld für diesen Aufgabenteil: $B \equiv B_y = (-100 \dots +100) \text{ mT}$ in Schritten von etwa $(20 \dots 25) \text{ mT}$

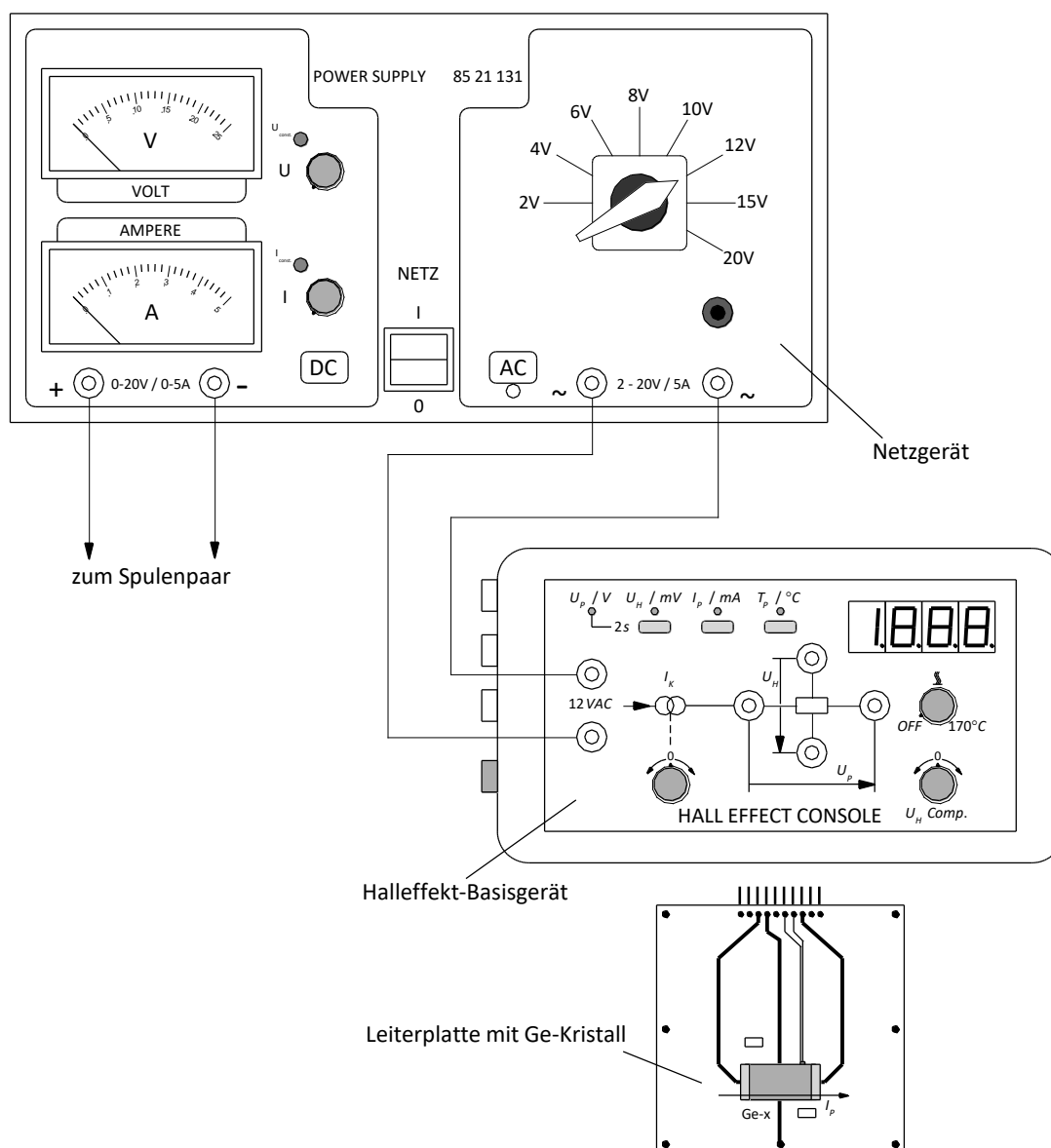


Abb. 2: Elektronische Komponenten des Versuchsplatzes

Aus dem Anstieg der Ausgleichsgeraden $U_H(B)$ und dem Steuerstrom I_p ist wiederum die Hallkonstante nach (5) zu berechnen und mit dem gefundenen Wert aus 3.1 zu vergleichen. Bei korrekter Versuchsdurchführung sollten sich beide Ergebnisse im Rahmen ihrer Unsicherheiten nicht zu sehr unterscheiden und werden für alle weiteren Berechnungen gemittelt. Weiterhin sind zu bestimmen:

- der Leitfähigkeitstyp des untersuchten Germaniumkristalls aus dem Vorzeichen der Messgröße U_H bzw. A_H und unter Berücksichtigung des gewählten Koordinatensystems

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E5
Institut für Physik	Halleffekt	Seite 6

- die Leitfähigkeit $\sigma_0 = \rho_0^{-1}$ der Probe bei Raumtemperatur aus dem bereits ermittelten Probenwiderstand R_0 gemäß $R_0 = \rho_0 l/A$ (ρ_0 - spezifischer Widerstand)
- die Beweglichkeit μ der Ladungsträger und ihre Konzentration n_p bzw. n_n aus der Hallkonstanten nach (6) und $\sigma = nq\mu$

3.3. Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit

Für den dritten Versuchsteil sind wieder die Polschuhe und die Hallsonde des Teslameters von der Probe zu entfernen, der Steuerstrom wird auf $I_p = 25\text{mA}$ eingestellt. Über einen Heizmäander, dessen Temperatur am Basisgerät einstellbar ist, wird der Germaniumkristall behutsam bis auf 170°C geheizt. Beginnend bei Raumtemperatur (Position „OFF“), erhöht man den Sollwert in kleinen Schritten und beobachtet das Verhalten des Temperaturregelkreises. Ein zu schnelles Hochheizen des Ge-Kristalls ist zu vermeiden.

Temperaturbereich für diesen Versuchsteil: $\vartheta_p = (25 \dots 170)^\circ\text{C}$ in Schritten von etwa 10K .

Da der Probenstrom konstant bleibt, ist die elektrische Leitfähigkeit σ umgekehrt proportional zum Spannungsabfall $U_p(T)$ an der Probe. Stellt man gemäß (8) den Logarithmus $\ln[U_{p,0}(T_0)/U_p(T)]$ über dem Kehrwert der absoluten Temperatur grafisch dar, so kann aus dem Anstieg des linearen Teils des Graphen nach (8) der Wert der Bandlücke von Germanium bestimmt werden. Dieser ist in Elektronenvolt (eV) umzurechnen.

Alle Ergebnisse sind mit ihren Unsicherheiten anzugeben. Wenn das Praktikumsprogramm zur Berechnung der Ausgleichgeraden verwendet wird, sind die berechneten Standardabweichungen der Anstiege für die Ermittlung der kombinierten Unsicherheiten bereits gegeben. Die durch die digitalen Messinstrumente verursachten Messabweichungen sind am Versuchsplatz dokumentiert.

4. Kontrollfragen

1. Was ist ein intrinsischer Halbleiter? Wie verändern sich seine strukturellen und elektrischen Eigenschaften nach Dotierung?
2. Wie sieht die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit eines dotierten Halbleiters aus? Wie erklären sich die verschiedenen Bereiche?
3. Wo findet der Hall-Effekt Anwendung?