

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch O2
Institut für Physik	<b>Brechung und Dispersion</b>	Seite 1

## 1. Aufgabenstellung

- 1.1. Die Dispersionskurve von Glas ist im sichtbaren Bereich aus der Minimalablenkung des Lichts an einem Prisma zu bestimmen.
- 1.2. Für das Prismenmaterial sind die Resonanzfrequenz der beobachteten Dipolschwingung sowie die Anzahldichte der induzierten Dipole zu ermitteln.

## 2. Grundlagen

### 2.1. Brechung

Der Brechungsindex  $n$  eines Stoffes ist das Verhältnis der Phasengeschwindigkeit  $c_0$  des Licht im Vakuum zu der Phasengeschwindigkeit  $c$  in diesem Material:

$$n = \frac{c_0}{c} \quad (1)$$

Trifft eine Lichtwelle auf die Grenzfläche zwischen zwei Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes, dann wird ein Teil der Intensität reflektiert, der Rest gebrochen (Abb. 1). Die Brechung einer ebenen Lichtwelle an der Grenzfläche wird durch das Snelliussche Brechungsgesetz beschrieben:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (2)$$

wobei  $\alpha$  den Winkel des einfallenden und  $\beta$  den Winkel des gebrochenen Strahls bezüglich des Lots bezeichnet. Demnach wird beim Übergang zum optisch dichteren Stoff der Lichtstrahl zum Einfallslot hin, im umgekehrten Fall vom Lot weg gebrochen. Der gebrochene Strahl liegt immer in der vom Lot und dem einfallenden Strahl aufgespannten Einfallsebene.

Beim Durchgang eines Lichtstrahl durch ein Prisma wird er an zwei Grenzflächen gebrochen (s. Abb. 2). Dabei ist  $\gamma$  der brechende Winkel des Prismas,  $\alpha$  der Einfall- bzw. Ausfallwinkel,  $\beta$  der Brechungswinkel und  $\delta$  der Ablenkwinkel. Die Gesamtablenkung ist minimal, wenn der Lichtstrahl das Prisma symmetrisch durchsetzt, d. h. wenn er im Prismeninneren parallel zur Prismenbasis verläuft, wie in Abb. 2 veranschaulicht.

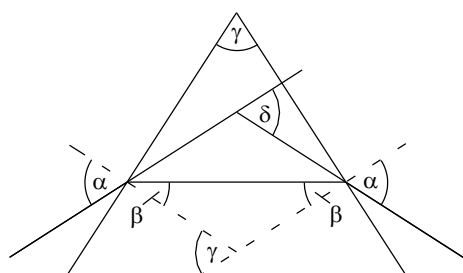


Abb. 2: Strahlengang am Prisma

Dann gilt  $\gamma = 2\beta$  sowie  $\delta = 2(\alpha - \beta)$  und es folgt:

$$\gamma + \delta = 2\alpha. \quad (3)$$

Das Brechungsgesetz ergibt dann:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n = \frac{\sin \frac{\gamma + \delta}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}. \quad (4)$$

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch O2
Institut für Physik	<b>Brechung und Dispersion</b>	Seite 2

Somit ist  $n$  aus dem brechenden Winkel  $\gamma$  des Prismas und dem Ablenkwinkel  $\delta$  bestimmbar, wenn der Lichtstrahl das Prisma unter Minimalablenkung passiert.

## 2.2. Dispersion

Der Brechungsindex hängt von dem atomaren Aufbau des Stoffes und auch der Wellenlänge des Lichtes ab. Diese sogenannte Dispersion  $n = n(\lambda)$  bewirkt, dass blaues Licht (kurzwellig) stärker gebrochen wird als rotes Licht (langwellig). So wird beispielsweise weißes Licht beim Durchgang durch ein Prisma in seine Spektralfarben zerlegt.

Ursache für den wellenlängenabhängigen Brechungsindex ist die Tatsache, dass sich im Medium elektrisch geladene Teilchen befinden (Atome, Moleküle und Elektronen). Beim Auftreffen einer Lichtwelle auf die Materie werden die geladenen Teilchen durch die elektrische Feldkomponente zu Schwingungen angeregt. Jedes dieser Teilchensysteme hat dabei eine oder mehrere Eigenfrequenzen. Amplitude und Phase der erzwungenen Schwingung (Änderung des Polarisationszustandes) ändern sich in der Nähe dieser Resonanzstellen stark. Man unterscheidet zwischen *Orientierungspolarisation* (Ausrichtung vorhandener Dipole), *Elektronenpolarisation* (relative Verschiebung von Ladungsschwerpunkten) und *Ionen- oder Atompolarisation* (Verschiebung geladener Ionen zueinander). Die makroskopische Größe Polarisation  $\vec{P}$  ist dabei die Summe aller induzierten Dipole  $\vec{p}_{ind}$ , normiert auf das betrachtete Volumen:

$$\vec{P} = N \vec{p}_{ind} = N \alpha_p \vec{E}_{lokal} \quad (5)$$

mit  $N$  - Anzahldichte der Dipole,  $\alpha_p$  - deren Polarisierbarkeit und  $\vec{E}_{lokal}$  - das wirkende lokale elektrische Feld am Ort des Atoms/Moleküls. Formal wird  $\vec{P}$  aber auch mit Hilfe der elektrischen Suszeptibilität  $\chi$  bzw. der Permittivitätszahl  $\epsilon_r$  beschrieben:

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E} = (\epsilon_r - 1) \epsilon_0 \vec{E}, \quad (6)$$

zusammen mit Gl. (5) wird hieraus

$$(\epsilon_r - 1) \epsilon_0 \vec{E} = N \alpha_p \vec{E}_{lokal}. \quad (7)$$

Während in verdünnten Gasen  $\vec{E}_{lokal}$  gleich der äußeren elektrischen Feldstärke  $\vec{E}$  ist, muss in dichteren Stoffen der Einfluss umgebender induzierter Dipole auf das Gesamtfeld berücksichtigt werden. Man kann zeigen, dass dann folgender Zusammenhang besteht:

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{N \alpha_p}{3 \epsilon_0}. \quad (8)$$

Die Polarisierbarkeit  $\alpha_p$  ist frequenzabhängig, aus der Theorie erzwungener Schwingungen ergibt sich hierfür, wenn eine einzelne Resonanzstelle bei  $\omega_0$  ohne Dämpfung betrachtet wird:

$$\alpha_p = \frac{q^2}{m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (9)$$

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch O2
Institut für Physik	<b>Brechung und Dispersion</b>	Seite 3

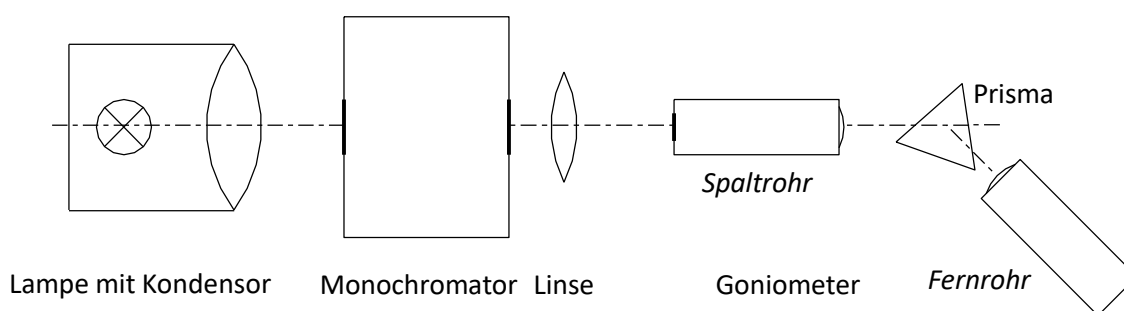
wobei  $q$  die elektrische Ladung und  $m$  die Masse des für die optische Resonanz verantwortlichen Teilchens sind. Die Abhängigkeit des Brechungsindex'  $n$  von  $\omega$  lässt sich aus (8) und (9) sowie der Maxwell'schen Relation  $n \approx \sqrt{\epsilon_r}$  ableiten (Lorentz-Lorenz'sche Formel):

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{q^2 N}{3\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (10)$$

Unter normaler Dispersion versteht man die Zunahme des Brechungsindex' mit steigender Frequenz. Die Abnahme des Brechungsindex' mit zunehmender Frequenz, die anomale Dispersion, tritt in Frequenzbereichen um die Resonanzstelle gleichzeitig mit starker Absorption des Lichts auf, die üblichen Methoden der  $n$ -Bestimmung versagen in diesen Gebieten.

### 3. Messanleitung und Auswertung

Auf einer optischen Schiene ist folgende Anordnung aufgebaut:



Das Licht einer Halogenlampe wird auf den Eintrittsspalt eines Gittermonochromators abgebildet, an dem die gewünschte Wellenlänge mit Hilfe eines Kurbelantriebs eingestellt wird. Das monochromatische Licht wird dann durch eine zweite Linse auf den Spalt eines Prismengoniometers abgebildet. Zur Beobachtung des Ablenkwinkels dient ein schwenkbares Fernrohr mit Fadenkreuz.

**Achtung:** Bitte sorgfältig mit dem Glasprisma umgehen! Die Spalte des Gittermonochromators sollen nicht verstellt werden, für die Durchführung des Versuches sind 0,2 mm Spaltbreite ausreichend.

Spektrallinien der Hg-Lampe	
404,66 nm	Violett, mittel
407,78 nm	Violett, mittel
435,84 nm	Blau, stark
491,60 nm	Blaugrün, mittel
546,07 nm	Grün, stark
576,96 nm	Gelb, sehr stark
579,07 nm	Gelb, sehr stark
623,44 nm	Rot, schwach
690,72 nm	Rot, schwach

Vor Beginn der eigentlichen Messungen muss die Kalibrierung des Gittermonochromators überprüft werden. Hierzu stellt man unmittelbar vor den Eintrittsspalt eine Hg-Spektrallampe und blickt über eine Lupe mit Umlenkprisma auf den Austrittsspalt.

Nacheinander notiert man sich die angezeigten Wellenlängen aller im sichtbaren Bereich liegenden Spektrallinien des Quecksilbers und korreliert sie mit den gegebenen Werten der nebenstehenden Tabelle (Walcher, 2004).

Die gefundene Zuordnung ist mittels linearer Regression grafisch darzustellen und bei allen späteren Wellenlängenangaben zu verwenden.

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch O2
Institut für Physik	<b>Brechung und Dispersion</b>	Seite 4

Nach Entfernen der Hg-Spektrallampe und des Umlenkprismas aus dem Strahlengang stellt man sich am Monochromator eine gut sichtbare Wellenlänge ein (z. B.  $550\text{nm}$ ) und justiert das Fernrohr ohne Prisma auf den durchgehenden Strahl. Beachten Sie, dass bei Veränderung der Spaltbreite am Spaltrohr nur eine Spaltbacke bewegt wird, Sie aber mit dem Okularfadenkreuz auf die Mitte des Spaltbildes peilen, so dass während der Messung der Ablenkwinkel die Spaltbreite konstant gehalten werden sollte.

Für den genau eingestellten durchgehenden Strahl dreht man den Winkelteilkreis des Goniometers auf  $0^\circ$  und fixiert ihn dann. Durch Vergleich der Anzeigen beider Noniusskalen ermittelt man einen eventuell vorhandenen Restwinkel, der dann von den weiteren Ablesungen zu subtrahieren ist.

Dann wird das Prisma auf dem Teller platziert und für die Wellenlängen zwischen  $700\text{nm}$  und  $400\text{nm}$  in  $25\text{nm}$ -Schritten (bei einiger Übung besser in  $10\text{nm}$ -Schritten) der Winkel  $\delta$  der Minimalablenkung bestimmt. Die Minimalablenkung für die einzelnen Wellenlängen findet man, indem man das Prisma dreht und den aus dem Prisma austretenden Lichtstrahl verfolgt (erst grob mit weißem Papier bzw. mit dem Auge, dann Fernrohr einrichten). Bei gleicher Drehrichtung des Prismas wird der Ablenkwinkel erst kleiner und dann wieder größer. Im Umkehrpunkt des Strahls ist die Minimalablenkung erreicht, der Winkel wird mit Hilfe beider Noniusskalen des Goniometers auf die Bogenminute genau abgelesen.

Zweckmäßigerweise trägt man die Messwerte aller beobachteten Ablenkwinkel in eine Tabelle folgender Form ein:

Wellenlänge	Ablesung Nonius 1		Ablesung Nonius 2		Mittelwert	Differenz	Brechzahl
	Grad, Min.	Grad	Grad, Min.	Grad			
Nanometer					Grad	Grad	
700nm	47° 25'	47,42°	227° 18'	47,30°	47,36°	0,12°	x,xxxx
...	...	...	...	...	...	...	...

Mit dem Mittelwert der Ablenkwinkel und dem Prismenwinkel  $\gamma = (60,00 \pm 0,02)^\circ$  ist die jeweilige Brechzahl  $n(\lambda)$  zu berechnen und in ein Diagramm einzutragen, die Dispersionskurve ist zu zeichnen und zu diskutieren. Bei Darstellung mit dem Praktikumsprogramm *PhysPract* sollte zum Zeichnen die nichtlineare Regression einer verschobenen Hyperbel gewählt werden.

Für die Brechzahl  $n$  ist auf der Basis von Gl. (4) eine Abschätzung der kombinierten Unsicherheit durchzuführen (beispielhaft für  $\lambda = 500\text{nm}$ ,  $\Delta\gamma$  und  $\Delta\delta$  im Bogenmaß einsetzen!).

Zur Ermittlung der Resonanzfrequenz  $\omega_0$  wird Gl. (10) etwas umgeformt. Mit  $\omega = 2\pi f = 2\pi c_0 / \lambda$  erhält man:

$$\frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} = \frac{12\pi^2 \epsilon_0 m c_0^2}{N q^2} \cdot \left( \frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda^2} \right) = -\frac{C}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda_0^2}. \quad (11)$$

Trägt man daher in einem Diagramm die Werte  $\frac{n^2 + 2}{n^2 - 1}$  über den quadrierten reziproken Wellenlängen auf, dann liefert eine Regression des jetzt erwarteten linearen Zusammenhangs die Konstante  $C$

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch O2
Institut für Physik	<b>Brechung und Dispersion</b>	Seite 5

als negativen Anstieg und  $\frac{1}{\lambda_0^2}$  als Nullstelle des Graphen. Hieraus sind die Resonanzfrequenz  $\omega_0$  und die Anzahldichte  $N$  der induzierten Dipole einschließlich ihrer kombinierten Unsicherheit abzuschätzen.

Hinweis: Für  $m$  und  $q$  in Gl. (11) verwende man die Elektronenmasse und -ladung.

#### 4. Kontrollfragen

1. Was ist Dispersion und was ist die Ursache dafür?
2. Wie lautet das Brechungsgesetz? Wie verlaufen der einfallende und gebrochene Strahl?
3. Wodurch unterscheiden sich die Spektren der verwendeten Halogen- und Quecksilberdampf-Lampe?