

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch O7
Institut für Physik	Lichtgeschwindigkeit	Seite 1

1. Aufgabenstellung

- 1.1. Die Lichtgeschwindigkeit in Luft ist aus der Phasendifferenz zwischen gesendeter und empfangener, amplitudenmodulierter Welle zu bestimmen.
- 1.2. Die Brechzahlen von Wasser und Quarzglas sind auf ähnliche Weise zu ermitteln.

2. Grundlagen

Die Lichtgeschwindigkeit c_0 ist eine fundamentale Naturkonstante, über die einige SI-Einheiten, wie das Meter, definiert sind. Licht und andere elektromagnetische Wellen breiten sich mit dieser absoluten Grenzgeschwindigkeit im Vakuum aus, wobei folgender Zusammenhang zur elektrischen (ϵ_0) und magnetischen (μ_0) Feldkonstanten besteht:

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}. \quad (1)$$

Die erste gute Abschätzung des Wertes von c_0 gelang *Ole Roemer* bereits 1676 aus der Beobachtung der periodischen Verdunkelung eines der Jupitermonde.

In einem Medium ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit c elektromagnetischer Wellen geringer. Sie wird bestimmt durch die Permittivitätszahl ϵ_r und der Permeabilitätszahl μ_r des jeweiligen Stoffes:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}}. \quad (2)$$

Das Verhältnis c_0/c wird als Brechzahl n bezeichnet und ist von der Kreisfrequenz ω der Welle abhängig:

$$n(\omega) = \frac{c_0}{c(\omega)}. \quad (3)$$

In einem homogenen optischen Medium ist die optische Weglänge das Produkt aus geometrischer Weglänge s_g und der Brechzahl n des Stoffes:

$$s = n s_g. \quad (4)$$

Die hohe Ausbreitungsgeschwindigkeit von Licht erschwert die direkte Messung im Labor. Im vorliegenden Versuch erfolgt sie über einen Phasenvergleich zwischen gesendeter und empfangener Welle. Hierzu wird die Intensität I einer roten LED mit einer konstanten Frequenz f im MHz-Bereich harmonisch amplitudenmoduliert. Nach Durchlaufen der Messstrecke trifft das Licht auf eine Fotodiode. Die detektierte Wechselspannung weist in Abhängigkeit von der zurückgelegten optischen Weglänge s eine Phasenverschiebung φ bezüglich des emittierten Signals auf. Diese Phasenverschiebung kann durch Verändern von s verändert werden.

Im Folgenden wird die komplexe Schreibweise für die Beschreibung der Wellenausbreitung längs des optischen Weges genutzt:

$$\tilde{I}(s, t) = \text{Re} \left\{ \tilde{I}_0 \exp[i(\omega t - k_0 s)] \right\}. \quad (5)$$

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch O7
Institut für Physik	Lichtgeschwindigkeit	Seite 2

Mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ und der Wellenzahl im Vakuum $k_0 = \omega/c_0$ erhält man hieraus die zeit- und ortsabhängige Phase der oszillierenden Intensität \tilde{I} in einem homogenen Medium:

$$\varphi(s, t) = \omega \left(t - \frac{s}{c_0} \right) = 2\pi f \left(t - n \frac{s_g}{c_0} \right). \quad (6)$$

Die modulierte Intensität der empfangenen Welle wird im Betriebsgerät in eine äquivalente Wechselspannung umgewandelt. Deren Phasenbeziehung zur Wechselspannung an der Sendediode kann mit einem Oszilloskop sichtbar gemacht werden, indem man die Signale auf Kanal 1 bzw. 2 gibt und als Darstellungsform „x-y“ auswählt. Somit erzeugt man eine Überlagerung zweier zueinander senkrecht stehender Schwingungen und Lissajous-Figuren können beobachtet werden.

3. Messanleitung und Auswertung

Der Versuchsaufbau besteht im Wesentlichen aus einer optischen Bank mit angebrachtem cm -Maßstab, auf der ein Wagen mit zwei 90° -Prismen innerhalb einer Strecke von $1,5m$ bewegt werden kann. Das Lichtgeschwindigkeitsmessgerät befindet sich am linken Ende der Bank und legt mit Sende- und Empfangsdiode die optische Achse des Systems fest. Eine Sammellinse, in deren Brennpunkt sich die Sendediode befindet, bildet den lichtemittierenden Chip ins Unendliche ab, die etwas größere Sammellinse vor der Fotodiode fokussiert das Licht wieder. Der Strahlengang zwischen den Linsen ist somit nahezu parallel (Abb. 1).

Modulationsfrequenz: $f = (50,001 \pm 0,002) MHz$

Die dem Sende- bzw. Empfangssignal zugeordneten Wechselspannungen an den Ausgängen x bzw. y sind phasentreu auf etwa $50kHz$ frequenztransformiert und werden auf die Eingänge **CH1** (rot) bzw. **CH2** (gelb) gegeben. Für die Darstellung der Lissajous-Figuren ist die Betriebsart **XY** auszuwählen. Eine Kurzbedienungsanleitung für das Gerät liegt am Versuchsplatz aus. Ein Phasenschieber im Betriebsgerät erlaubt bei unveränderter Länge der Messstrecke eine gewünschte Phasendifferenz zwischen den Eingängen des Oszilloskops einzustellen.

Im Verlauf des Versuches ist es notwendig auch den Effektivwert $U_{M,eff}$ der empfangenen Wechselspannung zu messen. Dies ist mit dem Oszilloskop möglich, wenn man in die Betriebsart **YT** wechselt. Komfortabler ist die Messung mit einem an einen AC-zu-DC-Konverter angeschlossenen Digitalmultimeter.

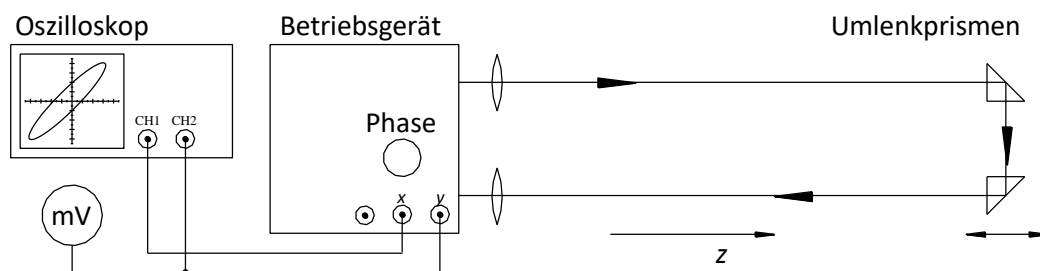


Abb. 1: Prinzipieller Aufbau des Versuches zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch O7
Institut für Physik	Lichtgeschwindigkeit	Seite 3

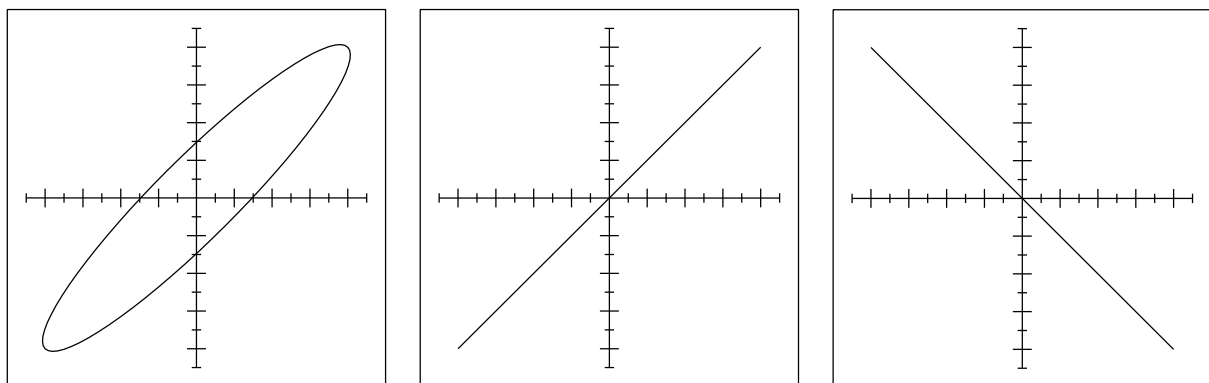
Zu Beginn des Versuchs muss die Justage des optischen Aufbaus überprüft werden.

- Der Wagen mit den Umlenkprismen wird in die Nähe des Betriebsgerätes gerollt und der justierbare Prismenhalter abgenommen. Das Beobachtungsfernrohr wird auf Unendlich eingestellt, in dem es auf ein weit entferntes Objekt scharf gestellt wird. Anschließend schaut man mit dem Fernrohr in den um 90° reflektierten Lichtstrahl und wählt die Position der ersten Linse so, dass die Struktur des lichtemittierenden Chips sichtbar wird (mehrere schmale Stege).
- Der Wagen wird an das Ende der Messstrecke bewegt und der Prismenhalter wird wieder darauf gesteckt. Mit Hilfe eines Stück weißen Papiers verfolgt man das weitestgehend parallele Strahlenbündel, welches mittig auf die Vorderfläche des ersten Umlenkprismas auftreffen soll. Zur Überprüfung kann der Justierschirm zu Hilfe genommen werden und eine Korrektur des Strahlengangs erfolgt über die Justierschrauben am Linsenhalter.
- Auf ähnliche Weise wird der Rückweg des Lichtes bis zur Abbildungslinse vor der Empfangsdiode kontrolliert und, falls erforderlich, am Prismenhalter korrigiert. Horizontale und vertikale Position der Linse sowie ihren Abstand zum Empfänger justiert man wechselseitig nach Oszillografenbild.
- Der letzte Punkt wird wiederholt, bis keine Verbesserung mehr erreichbar ist.

Bei korrekter Justage aller optischen Elemente sollte das Empfangssignal bei Verschieben des Prismenwagens über den gesamten Bereich keine signifikante Änderung der Amplitude mehr aufweisen.

3.1. Lichtgeschwindigkeit in Luft

Der Prismenwagen wird zuerst an den linken Rand der Schiene geschoben. Mit dem Phasenstellknopf des Betriebsgerätes versucht man, die Phasendifferenz zwischen x- und y-Kanal des Oszilloskops entweder auf 0 oder π einzustellen (Abb. 2b bzw. 2c). Zu bevorzugen sind die Endanschlüsse des Potentiometers, eine Feinabstimmung erfolgt durch geringfügiges Verschieben der Umlenkprismen. Notiert werden die Position z_1 der Ablesemarke sowie der Effektivwert der gemessenen Wechselspannung $U_{M1,eff}$ des y-Kanals.



a) $\varphi = 0 \dots \pi/2$

b) $\varphi = 0$

c) $\varphi = \pi$

Abb. 2: Oszilloskopbilder für ausgewählte Phasendifferenzen φ zwischen x- und y-Kanal

Für die weiteren Messungen zu diesem Versuchsteil ist der Phasenstellknopf dann in seiner Position zu belassen!

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch O7
Institut für Physik	Lichtgeschwindigkeit	Seite 4

Der Prismenwagen wird jetzt vom Betriebsgerät so weit weg geschoben bis sich das jeweils gespiegelte Oszilloskopbild (Ansicht 2b) bzw. 2c)) einstellt. Man notiert die Position z_2 und den zugehörigen Effektivwert der Wechselspannung $U_{M2,eff}$. Aus (6) folgt wegen $n \approx 1$ in Luft und $\Delta s \approx \Delta s_g = 2(z_2 - z_1)$:

$$\Delta\varphi = -\pi = 2\pi f \left(t - \frac{s_1 + 2(z_2 - z_1)}{c_0} \right) - 2\pi f \left(t - \frac{s_1}{c_0} \right) = -\frac{4\pi f (z_2 - z_1)}{c_0}. \quad (7)$$

s_1 ist der optische Weg vor der Verschiebung. Das Vorzeichen der Phasenverschiebung folgt aus der Vergrößerung der optischen Weglänge und man erhält für die Lichtgeschwindigkeit:

$$c_0 = 4f(z_2 - z_1). \quad (8)$$

Die Größen z_1 und z_2 mit den zugehörigen Signalspannungen $U_{M1,eff}$ und $U_{M2,eff}$ werden mindestens fünfmal bestimmt und die nach (8) berechneten Werte c_0 gemittelt.

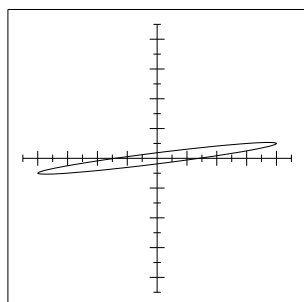


Abb. 3: Störsignal

Auch bei akkurater Versuchsdurchführung wird der Tabellenwert der Lichtgeschwindigkeit nicht annähernd erreicht aufgrund einer systematischen Messabweichung. Trifft auf die Fotodiode kein Licht, so ist am y -Ausgang trotzdem ein Störsignal U_s messbar (vgl. Abb. 3).

Das Störsignal U_s und das optische Signal U_o überlagern sich vektoriell im Betriebsgerät und werden als Messsignal U_M mit einer „fehlerhaften“ Phase dargestellt. Eine Korrektur dieser Abweichung ist möglich, wenn die Phasenlage φ_s des Störsignals bekannt ist. Am linken Anschlag des Phasenstellknopfes beträgt $\varphi_s \approx \pi/2$ und am rechten Anschlag $\varphi_s \approx -\pi/2$ bezogen auf die Wechselspannung der Sendediode, d.h. des x -Ausgangs. Somit gilt für die Phasenverhältnisse im ersten Versuchsteil (beispielhaft Phasenstellknopf am rechten Anschlag, $\varphi_{F,1}$ und $\varphi_{F,2}$ - Winkelabweichungen):

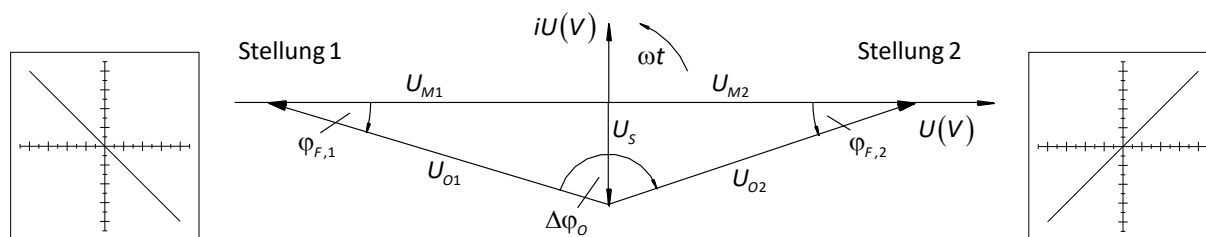


Abb. 4: Zeigerdiagramm zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit mit Störsignal

Tatsächlich wurde durch Vergrößern der optischen Weglänge der Phasenwinkel des Messsignals U_M um π verringert. Die Bewegung der Prismen hat aber eine Phasenverschiebung $\Delta\varphi_o$ des optischen Signals U_o bewirkt, deren Betrag offensichtlich kleiner als π ist. Aus (7) wird deshalb unter Zuhilfenahme der geometrischen Beziehungen nach Abb. 4

$$-\Delta\varphi_o = \pi - \arctan \frac{U_{s,eff}}{U_{M1,eff}} - \arctan \frac{U_{s,eff}}{U_{M2,eff}} = \frac{4\pi f (z_2 - z_1)}{c_{0,korr}} \quad (9)$$

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch O7
Institut für Physik	Lichtgeschwindigkeit	Seite 5

und zusammen mit (8) sowie wegen $\arctan(x) \approx x$

$$c_{0,korr} = -\frac{4\pi f(z_2 - z_1)}{\Delta\varphi_0} \approx \frac{c_0}{1 - \frac{1}{\pi} \left(\frac{U_{s,eff}}{U_{M1,eff}} + \frac{U_{s,eff}}{U_{M2,eff}} \right)}. \quad (10)$$

Bei anderen Anfangsbedingungen müssen die Vorzeichen der Korrekturen in (9) bzw. (10) entsprechend angepasst werden.

3.2. Lichtgeschwindigkeit in Wasser/Quarzglas

Befindet sich in einem Teil l der Messstrecke ein optisch dichter Stoff ($n > 1$), dann wird aus (6):

$$\varphi(s, t) = 2\pi f \left(t - n \frac{l}{c_0} - \frac{s-l}{c_0} \right) = 2\pi f \left(t - \frac{s+l(n-1)}{c_0} \right). \quad (11)$$

Zunächst wird der Probekörper noch nicht in den Strahlengang gestellt. Durch Schieben des Prismenwagens und mit Hilfe des Phasenstellknopfes am Betriebsgerät stellt man wieder ein Oszilloskopbild nach Abb. 2b) oder 2c) ein.

Notiert werden hier die Position der Ablesemarke z_1 sowie die Effektivwerte des Gesamtsignals $U_{M1,eff}$ und des Störsignals $U_{s,eff}$. Wie auch schon beim Versuchsteil 3.1 darf die Position des Phasenstellknopfes jetzt nicht mehr verändert werden.

Bringt man den zu untersuchenden Körper in den Strahlengang (bevorzugt in den zurücklaufenden Lichtweg), dann wird sich das Oszilloskopbild wegen der nun vergrößerten *optischen* Weglänge ähnlich Abb. 2a) verändern. Die *geometrische* Länge der Messstrecke muss verringert werden, um die ursprünglichen Phasenbeziehungen zwischen gesendeter und empfangener Lichtwelle wieder herzustellen. Man notiert die neue Position des Prismenwagens z_2 sowie den Effektivwert des Gesamtsignals $U_{M2,eff}$.

Aus (6) und (11) ergibt sich für diesen Fall

$$\Delta\varphi = 0 = 2\pi f \left(t - \frac{s_1 + \Delta s + l(n-1)}{c_0} \right) - 2\pi f \left(t - \frac{s_1}{c_0} \right) \quad (12)$$

und daraus wegen $\Delta s = \Delta s_g = 2(z_2 - z_1) < 0$

$$n = 1 + \frac{2(z_1 - z_2)}{l}. \quad (13)$$

Gl. (13) berücksichtigt noch nicht den Einfluss des Störsignals auf das Messergebnis. Das folgende Zeigerdiagramm veranschaulicht beispielhaft die Verhältnisse unter der Bedingung, dass der Phasenstellknopf sich am rechten Anschlag befindet ($\varphi_s \approx -\pi/2$) und eine Phasendifferenz von Null zwischen den Eingängen des Oszilloskops eingestellt wurde.

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch O7
Institut für Physik	Lichtgeschwindigkeit	Seite 6

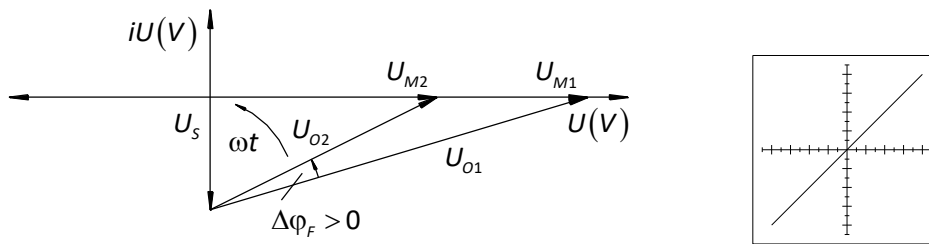


Abb. 5: Zeigerdiagramm mit Störsignal für den zweiten Versuchsteil

Es wurde hierbei unterstellt, dass das eigentliche optische Signal U_o mit und ohne Versuchskörper unterschiedliche Beträge aufweist, was zu einem Fehlwinkel $\Delta\varphi_f \neq 0$ führt, obgleich $\Delta\varphi = 0$ für das Gesamtsignal am Oszilloskop eingestellt war. Die linke Seite von (12) ist daher nicht mehr Null und man erhält unter Beachtung der Winkelvorzeichen

$$\Delta\varphi_f = \arctan \frac{U_{s,eff}}{U_{M2,eff}} - \arctan \frac{U_{s,eff}}{U_{M1,eff}} = \frac{2\pi f}{c_0} [2(z_1 - z_2) - l(n_{korr} - 1)], \quad (14)$$

und hieraus

$$n_{korr} = 1 + \frac{2(z_1 - z_2)}{l} - \frac{\Delta\varphi_f c_0}{2\pi f l} \approx n - \frac{c_0}{2\pi f l} \left(\frac{U_{s,eff}}{U_{M2,eff}} - \frac{U_{s,eff}}{U_{M1,eff}} \right). \quad (15)$$

Auch hier ist das Vorzeichen der Korrektur entsprechend der tatsächlich vorliegenden Versuchsbedingungen gegebenenfalls anzupassen.

Anmerkungen zu den Versuchskörpern:

- Für die Ablage der Wasserküvetten in der Messstrecke sind am Versuchsplatz zwei Stützbleche vorhanden. Eine baugleiche Küvette ohne Wasser wird für die Bestimmung von z_1 eingesetzt, um einen möglichen Einfluss der Küvettenfenster zu eliminieren. Die Küvetten sind mit dem angebrachten stützenden Halbrohr nach unten einzusetzen!

Länge der Wassersäule im Küvetteninneren: $l_w = (1000 \pm 1) \text{ mm}$

- Den Halter mit dem Quarzglasstab stellt man längs in den rücklaufenden Strahl unmittelbar vor das Betriebsgerät. Die Aufstellrichtung ist nicht beliebig, daher ist die angebrachte Beschriftung zu beachten!

Länge des Quarzglasstabs: $l_Q = (200,0 \pm 0,1) \text{ mm}$

l_Q und die erforderliche Länge der Messstrecke sind gering genug, um das Störsignal des Betriebsgerätes auf andere Weise zu eliminieren: Das Störsignal wird in Phase mit dem untersuchten optischen Signal gebracht und verursacht so keine Fehlwinkel des gemessenen Signals mehr. Hierzu deckt man die Sendediode ab und stellt den Phasenschieber so ein, dass das Störsignal sich am Oszilloskop wie in Abb. 2b) oder 2c) darstellt. Danach wird der Lichtweg wieder freigegeben und seine Länge s_1 durch Verschieben des Prismenwagens so justiert, dass

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch O7
Institut für Physik	Lichtgeschwindigkeit	Seite 7

das Gesamtsignal die Phasenwinkel Null oder π aufweist. Der Wagen sollte jetzt etwa in der Mitte der optischen Bank stehen.

Von dieser Position aus wird der Versuch, wie oben beschrieben, durchgeführt und die Auswertung kann nach Gl. (13) erfolgen.

Auch für den zweiten Versuchsteil werden die Größen z_1 , z_2 und die zugehörigen Signalspannungen $U_{M1,eff}$ sowie $U_{M2,eff}$ mehrfach bestimmt und die berechneten Werte n ohne und mit Korrektur getrennt gemittelt.

Notieren Sie sich zu allen Versuchsteilen stets die Position des Phasenstellknopfes und das Aussehen des Oszilloskopbildes. Zu jeder Korrekturrechnung zeichnen Sie bitte ein Phasendiagramm ähnlich Abb. 4 bzw. 5, das nicht maßstabsgetreu zu sein braucht.

Die Berechnung der kombinierten Unsicherheiten der gefundenen Resultate erfolgt auf Basis der Unsicherheiten der gemessenen Strecken und gegebenen Längen nach (8) bzw. (13). Korrekturen von c_0 und n gemäß (10) bzw. (15) sind mit diesen Unsicherheiten zu vergleichen.

4. Kontrollfragen

1. Warum hat die Lichtgeschwindigkeit eine so zentrale Bedeutung für unser Einheitensystem?
2. Wie entstehen Lissajous-Figuren? Wovon hängt ihr Aussehen ab?
3. Was ist der Unterschied zwischen der geometrischen und der optischen Weglänge? Wie verändern sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit, die Wellenlänge und die Frequenz des Lichts beim Übergang von einem Medium in ein anderes?