

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch W4
Institut für Physik	<b>Adiabatexponent von Luft</b>	Seite 1

## 1. Aufgabenstellung

- 1.1. Der Adiabatexponent von Luft ist mit Hilfe eines Expansionsexperiments nach Clément-Desormes zu bestimmen.
- 1.2. Der Adiabatexponent von Luft ist aus einem Schwingungsexperiment nach Rüchardt zu bestimmen.

## 2. Grundlagen

Der Zustand eines idealen Gases wird durch die Größen *Druck*  $p$ , *Volumen*  $V$  und *Temperatur*  $T$  eindeutig beschrieben. Die thermische Zustandsgleichung idealer Gase beschreibt den Zusammenhang zwischen diesen thermischen Zustandsgrößen:

$$pV = nRT \quad (1)$$

mit  $n$  - Molzahl und  $R$  - universelle Gaskonstante. Entsprechend dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik bleibt in einem abgeschlossenen System die innere Energie  $U$  konstant bzw. allgemein

$$dU = \delta Q + \delta W \quad (2)$$

wobei  $Q$  – Wärme und  $W$  – Arbeit bezeichnet. Wird eine Zustandsänderung so schnell durchgeführt bzw. ist sehr gut wärmeisoliert (d.h.  $\delta Q = 0$ ), dann handelt es sich um einen adiabatischen Prozess. Aus Gleichungen (1), (2) und der kalorische Zustandsgleichung können die (Poissonschen) Adiabatengleichungen

$$pV^\kappa = \text{const} \quad (3)$$

$$TV^{\kappa-1} = \text{const} \quad (4)$$

$$T^\kappa p^{1-\kappa} = \text{const}, \quad (5)$$

hergeleitet werden. Der *Adiabatexponent*  $\kappa$  ist das Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten bei konstantem Druck  $C_p$  und bei konstantem Volumen  $C_v$ . Es hängt von der Anzahl der Bewegungsfreiheitsgrade  $f$  der Gasteilchen ab:

$$\kappa = \frac{C_p}{C_v} = \frac{f+2}{f}. \quad (6)$$

Während die Teilchen einatomiger Gase nur drei Freiheitsgrade der Translation besitzen, können zweiatomige oder lineare mehratomige Moleküle zusätzlich um zwei Achsen senkrecht zur Molekülachse rotieren. Bei nichtlinearen mehratomigen Molekülen kommt noch ein weiterer Rotationsfreiheitsgrad hinzu.

### 2.1. Expansionsversuch nach Clément-Desormes

Eine luftgefüllte Glasflasche ist fest mit einem Druckmesser und über ein Tellerventil bzw. einen Absperrhahn wahlweise mit der Umgebung oder einer Handpumpe verbunden. Das Flaschenvolumen sei  $V_0$ , die Temperatur der Umgebung betrage  $T_0$  und es herrsche ein äußerer Luftdruck  $p_0$  (Abb. 1).

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch W4
Institut für Physik	<b>Adiabatexponent von Luft</b>	Seite 2

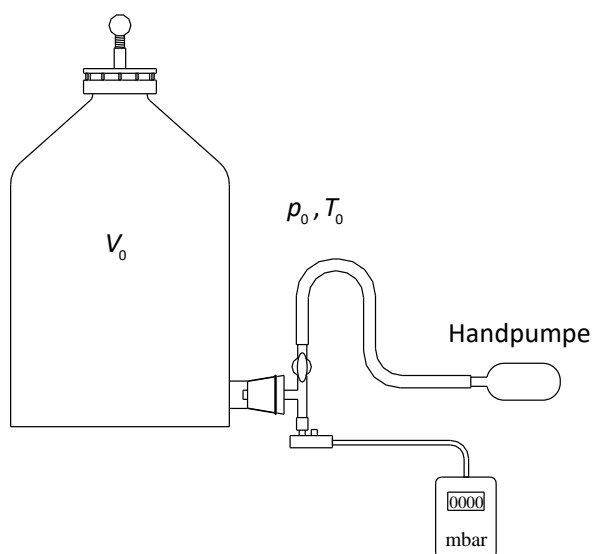


Abb. 1: Versuchsaufbau nach Clément-Desormes

Gl. (5) die Unbekannten Volumen und Stoffmenge:

$$T_0^\kappa (p_0 + p_1)^{1-\kappa} = T_2^\kappa p_0^{1-\kappa} \Rightarrow \left(\frac{T_0}{T_2}\right)^\kappa = \left(\frac{p_0}{p_0 + p_1}\right)^{1-\kappa}, \quad (7)$$

für die nachfolgende isochore Erwärmung gilt nach dem *Gesetz von Amontons*:

$$\frac{p_0}{T_2} = \frac{p_0 + p_2}{T_0} \Rightarrow \frac{T_0}{T_2} = \frac{p_0 + p_2}{p_0}. \quad (8)$$

Setzt man Gl. (8) in (7) ein, verbleibt ein Ausdruck, der nur bekannte Messgrößen und den gesuchten Adiabatexponenten enthält:

$$\left(1 + \frac{p_2}{p_0}\right)^\kappa = \left(1 + \frac{p_1}{p_0}\right)^{\kappa-1}. \quad (9)$$

Wegen  $p_1 \ll p_0$  und  $p_2 \ll p_0$  werden beide Seiten von Gl. (9) in eine Reihe mit Abbruch nach dem linearen Glied entwickelt, was auf

$$\kappa = \frac{p_1}{p_1 - p_2} \quad (10)$$

führt. Man beachte, dass als Folge der oben gemachten Näherungen der Umgebungsdruck  $p_0$  keine Rolle mehr spielt.

## 2.2. Schwingungsversuch nach Rüchardt

Die Bestimmung des Adiabatexponenten eines Gases nach *Rüchardt* basiert auf der harmonischen Schwingung eines Kolbens der Masse  $m$ , der ein Gasvolumen in einem senkrecht stehenden Zylinder nach oben abschließt.

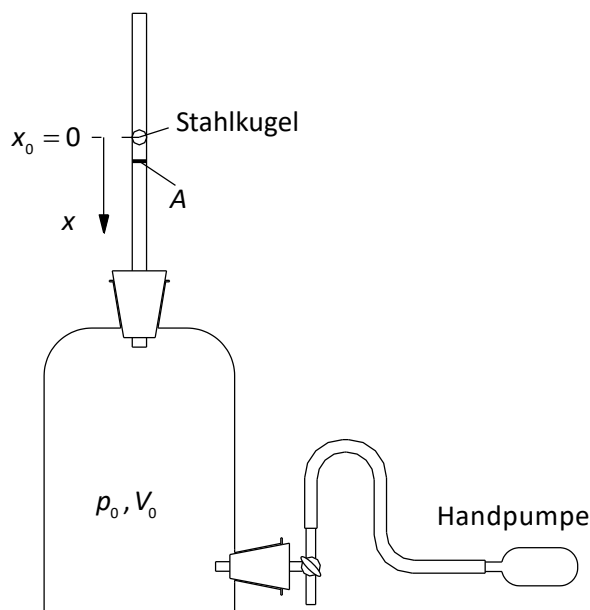
TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch W4
Institut für Physik	<b>Adiabatenexponent von Luft</b>	Seite 3

Realisiert wird das Experiment beispielsweise durch eine exakt gefertigte Stahlkugel in einem Präzisionsglasrohr, das mit einer Glasflasche verbunden ist. Über einen 3-Wege-Hahn kann die Flasche verschlossen oder das zu untersuchende Gas in sie hinein gepumpt werden (Abb. 2).

Wird der Kolben aus seiner Gleichgewichtslage gebracht und sich selbst überlassen, dann führt er auf dem unter ihm befindlichen Luftpolster Schwingungen aus, die so rasch ablaufen, dass der gesamte Vorgang mittels adiabatischer Zustandsänderungen beschreibbar ist. Durch Bilden der Ableitung  $dp/dV$  in Gl. (3) und Übergang zu kleinen Änderungen  $\Delta p$  und  $\Delta V$  erhält man:

$$\Delta p = -\kappa \frac{p}{V} \Delta V.$$

(11) Abb. 2: Versuchsaufbau nach Rüchardt



Ausgehend von einer Gleichgewichtslage des Kolbens bei  $x_0 = 0$ ,  $p = p_0$  und  $V = V_0$  kann man mit  $A$ , der inneren Querschnittsfläche des Rohres,  $\Delta V = A x$  setzen. Für alle  $x \neq 0$  resultiert dann eine rücktreibende Druckkraft

$$F = A \Delta p = -\kappa \frac{p_0 A^2}{V_0} x. \quad (12)$$

Vernachlässigt man die zwangsläufig auftretende Reibung zwischen Schwingkörper und Glasrohr, dann folgt aus dem 2. Newtonschen Axiom folgende Bewegungsgleichung:

$$-\kappa \frac{p_0 A^2}{V_0} x = m \frac{d^2 x}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \kappa \frac{p_0 A^2}{m V_0} x = 0. \quad (13)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung der Form  $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$  ist eine ungedämpfte harmonische Schwingung, man erhält durch Vergleich:

$$\omega^2 = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 = \kappa \frac{p_0 A^2}{m V_0} \Rightarrow \kappa = \left( \frac{2\pi}{AT} \right)^2 \frac{m V_0}{p_0}. \quad (14)$$

### 3. Messanleitung und Auswertung

#### 3.1. Expansionsversuch

Zu Beginn des Experiments ist die Apparatur auf intakte Schlauchverbindungen und luftdichten Sitz des Stopfens zu überprüfen. In einem Vorversuch bestimmt man zunächst die Zeit, die notwendigerweise abgewartet werden muss, bis sich ein Temperaturengleich zwischen der Luft im Innern der Flasche

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch W4
Institut für Physik	<b>Adiabatenexponent von Luft</b>	Seite 4

und der Umgebung eingestellt hat. Auch lässt sich die Dichtigkeit des Versuchsaufbaus feststellen. Das angeschlossene digitale Manometer verwendet einen Drucksensor, der die Differenz zum Atmosphärendruck misst.

**Achtung! Der maximale Überdruck in der Glasflasche soll 100 mbar nicht übersteigen.**

Man erzeugt zunächst durch zügiges Aufpumpen bis zum angegebenen Grenzwert eine erhöhte Temperatur im Innern des Gefäßes und verschließt den Absperrhahn. Während der Temperaturunterschied sich langsam wieder ausgleicht, lässt sich ein Druckabfall bis zu einem bestimmten Grenzwert  $p_1$  feststellen. Ist dieser Vorgang beendet, wird das Tellerventil kurz geöffnet und gleich wieder geschlossen, der plötzliche Druckabfall in der Glasflasche führt zu einer Temperaturerniedrigung, und der Ausgleich mit der Umgebung bewirkt einen langsamen Druckanstieg auf den Endwert  $p_2$ .

Beide Druckverläufe  $p = p(t)$  sind für diesen Versuchsteil über einen Zeitraum von 5min in 15s-Schritten zu protokollieren und dann in Diagrammen grafisch darzustellen. Wenn die Erstellung der Grafiken mithilfe des Praktikumsprogramms erfolgt, ist die nichtlineare Regression „Exponentialfunktion“ mit Anpassung einer Asymptoten zu wählen.

Mit der so ermittelten notwendigen Wartezeit werden anschließend die Messungen zur Bestimmung des Adiabatenexponenten durchgeführt. Messparameter ist jeweils der Überdruck  $p_1$ , der durch variable Anfangsdrücke  $p_p$  nach dem Pumpen eingestellt werden kann.

Messbereich:  $p_p = 10 \text{ mbar} \dots 100 \text{ mbar}$  in Schritten von 10 mbar (Richtwerte)

Die sich einstellenden Enddrücke  $p_2$  sind zusammen mit den Werten  $p_1$  zu protokollieren und anschließend grafisch in der Form  $p_2 = f(p_1)$  darzustellen. Gemäß Gl. (10) sollte sich ein linearer Zusammenhang zwischen beiden Messgrößen ergeben:

$$p_2 = \left(1 - \frac{1}{\kappa}\right) p_1 = S p_1. \quad (15)$$

Zeichnet man also eine Ausgleichsgerade durch die Messpunkte oder lässt sie vom Praktikumsprogramm berechnen („allgemeine Gerade“), dann kann aus dem Anstieg  $S$  der gesuchte Adiabatenexponent  $\kappa$  bestimmt werden. Das gefundene Ergebnis ist unter Berücksichtigung der Standardabweichung des Anstiegs mit dem theoretischen Wert nach Gl. (6) für ein zweiatomiges Gas zu vergleichen, die Ursachen möglicher systematischer Abweichungen sind zu diskutieren.

### 3.2. Schwingungsversuch

Je nach Ausstattung des Versuchsplatzes kommt eine Versuchsanordnung nach Abb. 2 zur Anwendung oder ein Kolbenprober, bei dem der Kolben selbst der Schwingkörper ist.

#### a) Aufbau mit Stahlkugel und Glasrohr

Nach erfolgter Kontrolle aller Stopfen, Schlauchverbindungen und des Dreiwegehahnes erzeugt man mithilfe der Handpumpe vorsichtig einen solchen Druck im Glasbehälter, dass sich die Kugel im Steigrohr langsam bis zur Anschlagfeder am oberen Ende bewegt. Sollte die Kugel hierbei klemmen, ist eine

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch W4
Institut für Physik	<b>Adiabatexponent von Luft</b>	Seite 5

Reinigung der Apparatur notwendig (Betreuer benachrichtigen). Sodann lässt man so viel Luft ab, dass die Kugel knapp oberhalb des Verschlussstopfens zur Ruhe kommt. Mithilfe eines wohldosierten Pumpstoßes bringt man sie anschließend in schwingende Bewegung und stoppt die Zeit für 5 bis 10 Schwingungsperioden. Ist die Kugel zur Ruhe gekommen, notiert man noch ihre Position, gezählt von der Oberkante des Stopfens. Aus 10 derart durchgeführten Messungen werden die Mittelwerte der Schwingungsperiode sowie der Kugelruhelage bestimmt.

Die Berechnung des Adiabatexponenten erfolgt nach Gl. (14), wobei der Druck  $p_0$  und das Volumen  $V_0$  bei der Gleichgewichtslage der Kugel erst noch ermittelt werden müssen.  $p_0$  ergibt sich aus dem äußeren Luftdruck  $p_L$  und dem durch die Kugel ausgeübten Schweredruck:

$$p_0 = p_L + \frac{4m g}{\pi d_{Rohr}^2}, \quad (16)$$

$V_0$  ist die Summe aus gegebenem Flaschenvolumen  $V_F$  und dem zusätzlich unter der Kugel befindlichen Rohrvolumen. Für alle Teilerperimente ist deshalb eine möglichst gleiche Ruhelage der Kugel anzustreben. Gegeben sind:

- Masse der Kugel  $m = (16,510 \pm 0,005) \text{ g}$
- Rohrdurchmesser (innen)  $d_{Rohr} = (15,995 \pm 0,002) \text{ mm}$
- eingeschlossenes Volumen bis zur Oberkante des Verschlussstopfens  $V_F = (11688 \pm 1) \text{ cm}^3$

Während der Messung der Periodendauer sollte der Dreiwegehahn zur Handpumpe geschlossen werden, damit kein parasitäres Gasvolumen am Schwingungsvorgang teilnimmt.

### b) Aufbau mit Kolbenprober

Diese Versuchsvariante wird mit einer senkrecht aufgehängten, volumenkalierten Messspritze durchgeführt, deren Kolben so präzisionsgeschliffen ist, dass das Messvolumen sehr gut abgedichtet und trotzdem eine reibungsarme Bewegung möglich ist. Füllt man das zu untersuchende Gas (Luft) ein und verschließt den Glashahn, so genügt ein leichtes Herausziehen und Loslassen des Kolbens, diesen in eine gedämpft schwingende Bewegung zu versetzen. An der Unterseite des Kolbens ist ein scheibenförmiger Magnet angeklebt, zusammen mit der auf dem Glasrohr verschiebbar angebrachten Induktionsspule lässt sich der Schwingungsvorgang elektrisch erfassen (Abb. 3). Für die Bestimmung der Periodendauer der Kolbenschwungung steht eine spezielle Stoppuhr zur Verfügung, die es erlaubt, eine einstellbare Anzahl von Perioden zu zählen und die Gesamtzeit hierfür zu messen.

Zunächst ist die Leichtgängigkeit des Kolbens im Spritzenrohr zu überprüfen. Sollten kratzende Geräusche auftreten, ist eine Reinigung nötig (Betreuer benachrichtigen).

**Achtung! Berühren Sie die geschliffene Fläche des Glaskolbens nicht mit den Fingern. Lassen Sie bei geöffnetem Hahn den Kolben mit Magneten nicht ungebremst auf dem Spritzenboden aufstoßen.**

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch W4
Institut für Physik	<b>Adiabatexponent von Luft</b>	Seite 6

Für die Erfassung der Kolbenschwungung darf sich der Magnet nicht innerhalb der Spule bewegen. Anzustreben ist für jedes eingestellte Volumen ein Abstand von 2 bis 3 Skalenteilen zwischen Ablesemarke am Kolben und der Unterkante des Klemmrings (vgl. nebenstehende Abbildung).

Die Anzahl der zu zählenden Schwingungsperioden muss durch ein Vorexperiment ermittelt werden. Sie sollte nicht zu klein sein (möglichst 10 oder mehr), ggf. ist der Abstand Magnet-Spule etwas zu verringern oder die Anfangsauslenkung zu vergrößern.

Für die Berechnung des Gleichgewichtsdrucks  $p_0$  verwendet man Gl. (16). Dabei ist das am Kolbenprober abgelesene Volumen  $V$  jedoch nicht  $V_0$ , sondern wegen des eingeklebten Magneten und einem parasitären Volumen im Rohr zum Glashahn verfälscht. Aus diesem Grunde wird das Schwingungsexperiment mit variablen Volumina durchgeführt. Aus Gl. (14) erhält man

$$T^2 = \frac{64m}{\kappa p_0 d_{Rohr}^4} V_0. \quad (17)$$

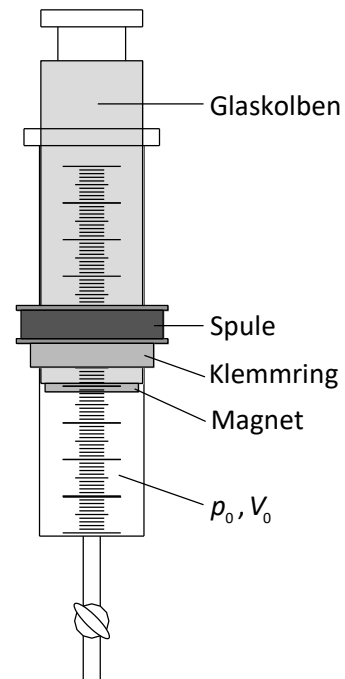


Abb.3: Kolbenprober

Es sind 10 bis 20 Einzelmessung im Volumenbereich  $V = (90 \dots 20) \text{ cm}^3$  durchzuführen,  $V$  ist dabei vor und nach der Schwingung abzulesen und ggf. zu mitteln. Aus dem erwarteten linearen Zusammenhang  $T^2 = f(V)$  kann durch eine Regression der Anstieg  $S$  ermittelt werden und aus diesem dann nach Gl. (17) der gesuchte Adiabatexponent. Gegeben sind die Masse des Kolbens einschließlich Magnet (Angabe am Versuchsplatz) sowie:

- Rohrdurchmesser (innen)  $d_{Rohr} = (31,10 \pm 0,05) \text{ mm}$

Die Angabe der kombinierten Unsicherheit des Endergebnisses ist auf Basis der gegebenen Unsicherheiten der Kolbendaten, der Unsicherheit des Drucks  $p_0$  und der berechneten Unsicherheit des gefundenen Anstiegs  $S$  vorzunehmen. Mögliche Abweichungen vom erwarteten Wert sind zu diskutieren.

#### 4. Kontrollfragen

1. Wie lautet die Zustandsgleichung des idealen Gases? Was ist eine adiabatische Zustandsänderung?
2. Wie groß ist der Adiabatexponent entsprechend der kinetischen Gastheorie? Ist der Adiabatexponent für ein Gas temperaturabhängig?
3. Warum führt die Kugel beim Versuch von Rüchardt eine Schwingung um ihre Ruhelage aus?