

Angewandte Analysis

4. Übungsserie zur Besprechung am 20.11.2018

Aufgabe 9

Bestimmen Sie die zulässige Menge \mathcal{C} an Anfangswerten für das zweidimensionale lineare System

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0.5 & 1.5 \\ 1.5 & 0.5 \end{pmatrix} x(t) + u(t)b$$

für $b = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $b = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Untersuchen Sie des Weiteren die Menge \mathcal{C} für $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 10

Beweisen Sie das folgende Lemma aus der Vorlesung: Sei $K(t; 0)$ die Menge der zur Zeit t von Null erreichbaren Werte des zeitumgekehrten Systems

$$\dot{x}(t) = -Ax(t) - Bu(t)$$

und es gebe eine Nullumgebung $\mathcal{B}_\delta(0) \subseteq \bigcup_{t \geq 0} K(t; 0)$. Dann existiert eine Nullumgebung $\mathcal{B}_\alpha(0)$, die sich zur Zeit 1 erreichen lässt, das heißt $\mathcal{B}_\alpha(0) \subseteq K(1; 0)$.