Jun.-Prof. Dr. K. Worthmann
Mathematisches Institut
Technische Universität Ilmenau

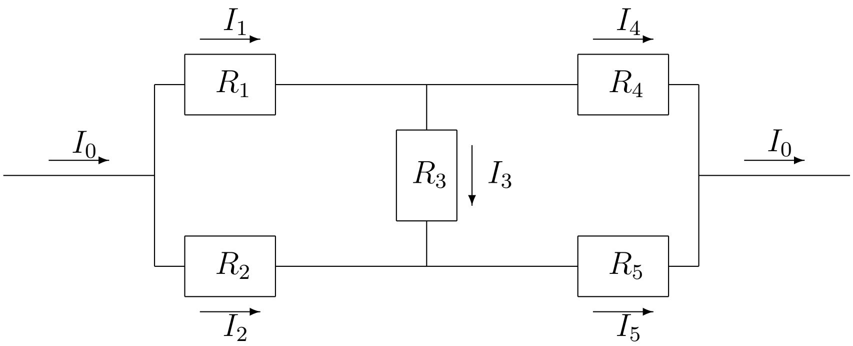
TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU

Sommersemester 2014

Numerik für Informatiker
1.Übungsblatt

Aufgabe 1

Ein von Spannungsquellen freies Stromnetz sei aus den Widerständen $R_1, \dots, R_5$ in Brückenschaltung (Wheatstone) aufgebaut:



Gegeben seien $I_0, R_1, \dots, R_5 > 0$. Geben Sie das aus den Kirchhoffschen Gesetzen abgeleitete Gleichungssystem für die Ströme $I_1, \dots, I_5$ in Matrixschreibweise an. Welches Kriterium müssen die Widerstände erfüllen, damit $I_3 = 0$ gilt?

Hinweis: Benutzen Sie die Kirchhoffschen Gesetze:

1.) *Knotenregel:* Die Summe aller Ströme, die in einen Knoten hinein- bzw. herausfließen, ist Null:

$$\sum_n I_n = 0.$$

2.) *Maschenregel:* In einem geschlossenen Stromkreis ist die Summe der Spannungen über alle Schaltelemente Null ($U_i = I_i \cdot R_i$):

$$\sum_n U_n = 0.$$

Aufgabe 2

Zeichnen Sie die normalisierten Gleitpunktzahlen für die Basis $b = 2$, die Mantissenlänge $l = 3$ und die Exponenten $e \in \mathbb{Z},\ -1 \leq e \leq 2$ auf dem Zahlenstrahl ein. Geben Sie damit Beispiele (Realisierungen) für die folgenden Aussagen an: Es gibt Gleitpunktzahlen a, b, für die $a + b$, $a \cdot b$, $(a + b)/2$ bei exakter Rechnung keine Gleitpunktzahlen mehr sind.

Aufgabe 3
Gegeben ist ein Polynom

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 = a_0 + x(a_1 + x(a_2 + x(a_3 + x(a_4 + xa_5))))$$

Die rechte Darstellung heißt Horner-Schema. Wir interpretieren die linke Formel als Algorithmus:

$$\begin{aligned}
\eta_1 &:= a_1 \cdot x \\
\eta_2 &:= a_2 \cdot x \cdot x \\
\eta_3 &:= a_3 \cdot x \cdot x \cdot x \\
\eta_4 &:= a_4 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \\
\eta_5 &:= a_5 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \\
p &:= a_0 + \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4 + \eta_5
\end{aligned}$$

Wieviele elementare Operationen $(+, -, \cdot, /)$ brauchen Sie? Verallgemeinern Sie ihr Ergebnis für ein Polynom von Grad n.

Wir betrachten die rechte Formel als Algorithmus:

$$\begin{aligned}
p &:= a_4 + x \cdot a_5 \\
p &:= a_3 + x \cdot p \\
p &:= a_2 + x \cdot p \\
p &:= a_1 + x \cdot p \\
p &:= a_0 + x \cdot p
\end{aligned}$$

Oder mit einer Schleife programmiert:

$p := a_5$
for $i = 4, 3, 2, 1, 0$ do $p := a_i + x \cdot p$ end do
Ergebnis: p

Wie viele elementare Operationen brauchen Sie jetzt? Verallgemeinern Sie ihr Ergebnis für ein Polynom vom Grad n. Was folgern Sie daraus?

Aufgabe 4
Die untenstehende Tabelle gibt die Reparaturkosten m (in Euro) einer Maschine in Abhängigkeit von der Anzahl der Arbeitsstunden t_1 (in Hundert) und dem Alter t_2 (in Jahren) an.

t_1	6	7	9	11	13	15	17	18	19
t_2	0	1	2	3	4	5	6	7	8
m	96	189	283	373	467	553	647	733	832

Lösen Sie das zugehörige lineare Ausgleichsproblem für die Ansatzfunktion

$$m = x_1 + x_2t_1 + x_3t_2$$

mit Hilfe der Normalengleichungen. Wie hoch sind die Reparaturkosten voraussichtlich für eine 5 Jahre alte Maschine mit 1000 Arbeitsstunden?