Jun.-Prof. Dr. K. Worthmann
Mathematisches Institut
Technische Universität Ilmenau

Sommersemester 2014

Numerik für Informatiker
8.Übungsblatt

Aufgabe 23

a) Zeigen Sie, dass

$$\{\, L_0(x),\, L_1(x), \dots,\, L_n(x) \,\}$$

eine Basis des linearen Raumes aller reellen Polynome vom Grad $\leq n$ bildet. Dabei seien die Stützstellen $x_0, \dots, x_n$ paarweise verschiedene reelle Zahlen und $L_i(\cdot)$ die zugehörigen Lagrange-Polynome.

b) Berechnen Sie das Interpolationspolynom zu den Daten

$$(0, 1),\ (1, 2)\ \text{und}\ (2, 5)$$

mit Hilfe der Lagrange–Polynome. Vereinfachen Sie diesen Ausdruck so weit wie möglich und bestimmen Sie den Grad des Polynoms.

c) Verändern Sie nun den Datenpunkt $(2, 5)$ zu $(2, 3)$ und bestimmen Sie das hierzu gehörige Interpolationspolynom und dessen Grad. Erklären Sie Ihre Beobachtungen geometrisch.

Aufgabe 24

Das Polynom $p(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 4x + 1$ nimmt die Werte

x	-2	-1	0	1	2	3
p(x)	37	3	1	7	21	67

an. Bestimmen Sie mit möglichst wenig Arbeitsaufwand ein Polynom q, das die Werte

x	-2	-1	0	1	2	3
q(x)	37	3	1	7	21	30

annimmt. Sie müssen q *nicht* auf die Form $\sum_{i=0}^{d} c_i x^i$ – wobei d den Grad von q bezeichnet und $c_0,\ c_1, \dots,\ c_d$ reelle Parameter sind – bringen.

Aufgabe 25

Berechnen Sie das Polynom höchstens dritten Grades

$$p_3(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + a_3(x - x_0)^2(x - x_1),$$

das die Bedingungen

$$p_3(x_0) = f_0,\ p_3(x_1) = f_1,\ p_3'(x_0) = f_0',\ p_3'(x_1) = f_1'$$

für $x_0 \neq x_1$ erfüllt.